

Vysoká škola strojní a textilní v Liberci

V Z Á J E M N Á   O R I E N T A C E   P Ř I  
A U T O M A T I C K É   M O N T Á Ž I

Kandidátská disertační práce

Vypracoval : Ing. Karel   D u š á k

Školitel   : Prof.Ing. Jaroslav   D r a s k ý   CSc.

Moskva, prosinec 1977.

# O B S A H .

| Kapitola |                                                                                                                      | Strana |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
|          | Přehled nejdůležitějších označení a symbolů                                                                          |        |
| 1.       | Úvod.....                                                                                                            | 1      |
| 2.       | Podstata a struktura technologického procesu automatické montáže .....                                               | 3      |
| 3.       | Vzájemná orientace a montážní technologická soustava .....                                                           | 8      |
| 3.1      | Klasifikace montážních spojení .....                                                                                 | 8      |
| 3.2      | Chyby ovlivňující přesnost vzájemné orientace součástí .....                                                         | 10     |
| 4.       | Podmínky smontovatelnosti .....                                                                                      | 14     |
| 4.1      | Výchozí předpoklady .....                                                                                            | 14     |
| 4.2      | Podmínky smontovatelnosti jestliže $k$ je kružnice .....                                                             | 16     |
| 4.3      | Podmínky smontovatelnosti jestliže $k$ je $N$ -úhelník .....                                                         | 19     |
| 4.4      | Podmínky smontovatelnosti jestliže $k$ představuje kombinaci kruhových oblouků o společném středu $K$ a přímek ..... | 26     |
| 4.5      | Podmínky smontovatelnosti jestliže $k$ je hladká, vypuklá, uzavřená křivka .....                                     | 32     |

|         |                                                                                                            |    |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.6     | Souhrn .....                                                                                               | 36 |
| 5.      | Pravděpodobnost nesmontovatelnosti sou-<br>částí při automatické montáži .....                             | 36 |
| 5.1     | Výchozí předpoklady .....                                                                                  | 36 |
| 5.2     | Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$<br>montovaných ploch u nichž $k$ je kruž-<br>nice .....           | 38 |
| 5.2.1   | Základní předpoklad $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ .....                                                        | 38 |
| 5.2.1.1 | $P_N$ pro jednorozměrné rozdělení odchy-<br>lek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu y} = 0$ ) .....   | 38 |
| 5.2.1.2 | $P_N$ pro dvourozměrné rozdělení odchy-<br>lek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu y} \neq 0$ ) ..... | 40 |
| 5.2.2   | Základní předpoklad $S_{2xy} \subset S'_{xy}$ .....                                                        | 48 |
| 5.2.2.1 | $P_N$ pro jednorozměrné rozdělení odchy-<br>lek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu y} = 0$ ) .....   | 48 |
| 5.2.2.2 | $P_N$ pro dvourozměrné rozdělení odchy-<br>lek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu y} \neq 0$ ) ..... | 49 |
| 5.3     | Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$<br>montovaných ploch u nichž $k$ je<br>$n$ -úhelník .....         | 52 |
| 5.3.1   | $P_N$ pro základní předpoklad $S_{2xy} \subset S'_{xy}$ .....                                              | 54 |
| 5.3.2   | $P_N$ pro základní předpoklad $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ .....                                              | 57 |
| 5.3.3   | Zjednodušený způsob výpočtu $P_N$ jestliže<br>$k$ je obdélník .....                                        | 58 |
| 5.3.3.1 | $P_N$ pro základní předpoklad $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ .....                                              | 59 |



5.3.3.2  $P_N$  pro základní předpoklad  $S_{2xy}C S'_{xy}$ ..... 62

5.4 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti  $P_N$   
montovaných ploch u nichž  $k$  je kom-  
binace kruhových oblouků o společném  
středu a přímek ..... 63

5.5 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti  $P_N$   
montovaných ploch u nichž  $k$  je hladká,  
vypuklá uzavřená křivka ..... 66

5.6 Souhrn ..... 70

6. Určování dovolených odchylek vzájemné  
polohy montovaných ploch při automatic-  
ké montáži .....71

6.1 Základní pojmy ..... 71

6.2 Výpočet dovolených odchylek vzájemné  
polohy montovaných ploch ve tvaru kol-  
mých kruhových válců ( $k$  je kružnice) .....72

6.2.1 Výpočet  $U_{dov}$ ,  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$  a jejich slo-  
žek do osy  $X$  a  $Y$  metodou maxima-minima.....72

6.2.2 Výpočet  $U_{dov}$ ,  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$  metodou prav-  
děpodobnostní ( $P_N=0,0027$ ) ..... 75

6.2.3 Výpočet složek  $U_{dov}$ ,  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$  do  
osy  $X$  a  $Y$  metodou pravděpodobnostní  
( $P_N=0,0027$ ) ..... 80

6.2.4 Dovolené odchylky os hřídele a otvoru  
pro libovolnou (zadanou) pravděpodob-  
nost nesmontovatelnosti ( $P_N$ ) ..... 83

6.3 Výpočet dovolených odchylek vzájemné po-  
lohy montovaných ploch tvaru kolmých hra-  
nolů ( $k$  je  $n$ -úhelník) ..... 84



|       |                                                                    |     |
|-------|--------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.3.1 | Výpočet metodou maxima-minima .....                                | 84  |
| 6.3.2 | Výpočet metodou pravděpodobnostní<br>(pro $P_N = 0,0027$ ) .....   | 86  |
| 7.    | Praktické využití práce .....                                      | 91  |
| 7.1   | Objekt rozboru .....                                               | 91  |
| 7.2   | Schema ustavení a analýza chyb .....                               | 93  |
| 7.3   | Výpočet přesnosti vzájemné orientace<br>montovaných součástí ..... | 98  |
| 7.3.1 | Výpočet metodou maxima-minima .....                                | 98  |
| 7.3.2 | Výpočet metodou pravděpodobnostní .....                            | 99  |
| 7.4   | Výpočet dovolených odchylek vzájemné<br>orientace .....            | 101 |
| 7.4.1 | Výpočet metodou maxima-minima .....                                | 102 |
| 7.4.2 | Výpočet metodou pravděpodobnostní .....                            | 102 |
| 7.5   | Kontrola splnění podmínek smontovatel-<br>nosti .....              | 103 |
| 7.6   | Souhrn .....                                                       | 103 |
| 8.    | Závěr .....                                                        | 105 |
|       | Použitá literatura                                                 |     |

Přehled nejdůležitějších označení a symbolů.

$x, y, z$

souřadnice pravouhlého souřadného systému.

$\alpha, \sigma$

vůle mezi válcovými a rovinnými částmi montovaných ploch (náhodné veličiny).

$\beta^* (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$

vzájemné posunutí montovaných ploch v prostoru.

$\beta (\beta_x, \beta_y)$

vzájemné posunutí montovaných ploch v rovině  $XY$ .

$\beta_x, \beta_y, \beta_z$

složky vzájemného posunutí ve směru souřadných os  $X$ ,  $Y$  a  $Z$  (náhodné veličiny).

$\delta^* (\delta_x, \delta_y, \delta_z)$

vzájemné natočení montovaných ploch v prostoru.

$\delta (\delta_x, \delta_y)$

vzájemné natočení montovaných ploch kolem os  $X$  a  $Y$ .

$\delta_x, \delta_y, \delta_z$

složky vzájemného natočení kolem souřadných os  $X$ ,  $Y$  a  $Z$  (náhodné veličiny).

$\delta_z^+, \delta_z^-$

úhly pootočení vnější montované plochy v kladném a záporném smyslu kolem osy  $Z$ .

$\mu (\mu_x, \mu_y)$

výsledné vzájemné posunutí montovaných ploch v rovině  $XY$  v důsledku posunutí a natočení.



$$\mu_x, \mu_y$$

složky výsledného vzájemného posunutí ve směru souřadných os  $x$  a  $y$  (náhodné veličiny).

$$\beta = |\beta| \quad \delta = |\delta| \quad \mu = |\mu|$$

absolutní hodnota (délka) vektorů.

$$E\alpha, E\delta, E\beta, E\gamma, \dots$$

střední hodnoty (matematické naděje) náhodných veličin  $\alpha, \delta, \beta, \gamma, \dots$

$$\sigma_\alpha, \sigma_\delta, \sigma_\beta, \sigma_\gamma, \dots$$

střední kvadratické odchylky náhodných veličin  $\alpha, \delta, \beta, \gamma, \dots$

$$D\alpha, D\delta, D\beta, D\gamma, \dots$$

disperze náhodných veličin  $\alpha, \delta, \dots$

$$a, d, b, c, \dots$$

hodnoty náhodných veličin  $\alpha, \delta, \dots$

$$p_\alpha(a), p_\delta(d), p_\beta(b), \dots$$

hustoty pravděpodobnosti veličin  $\alpha, \delta, \beta, \dots$

$$P(\alpha < a), P(\delta < d), \dots$$

pravděpodobnost toho, že  $\alpha < a$ ,  $\delta < d, \dots$

$$P_s, P_n$$

pravděpodobnost smontovatelnosti a nesmontovatelnosti.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx$$

distribuční funkce náhodné veličiny  $X$  (někdy jako  $F$  označován doplněk do 1).

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{w^2}{2}} dw$$

Laplaceova funkce (pravděpodobnostní integrál), kde  $w = (x - E x) / \sigma_x$ .

$$I_0(k)$$

modifikovaná Besselova funkce.

$$E(k)$$

úplný eliptický integrál II. druhu.

$$a, a'$$

přímková část křivky  $k, k'$  (a také užíváno pro ozn. velké poloosy elipsy  $k$ , příp. jako hodnota veličiny  $\alpha$ ).



$a^+, a^-$

$b, b$

$l \equiv El$

$h$

$\nu(\cos \vartheta, \sin \vartheta)$

$\vartheta$

$n$

$\lambda(\cos \chi, \sin \chi)$

$\chi$

$S'$

$S_1, S_2$

$S'_{xy}, S_{1xy}, S_{2xy}$

$K$

úsečky na něž rozděluje  $C$  kolmice  $n$  z  $K$  na ní spuštěné.

oblouková část křivky  $k, k$  (také hodnota veličiny  $\beta$ ).

polovina výpočtové délky vnější montované plochy (střední hodnota), vzhledem k ostatním veličinám lze její rozptyl zanedbat, bere se proto jako konstanta.

délka normály z bodu  $K$  do libovolného bodu křivky  $k$  ( $k$  je hladká uzavřená vypuklá).

jednotkový vektor normály  $h$  o složkách  $(\cos \vartheta, \sin \vartheta)$ .

úhel mezi  $h$  a osou  $X$ .

kolmice z bodu  $K$  na přímkovou část  $C$  křivky  $k$ .

jednotkový vektor  $n$  o složkách  $(\cos \chi, \sin \chi)$ .

úhel mezi  $n$  a osou  $X$ .

základna montované plochy vnitřní.

spodní a horní základna montované plochy vnější.

průměty  $S', S_1$  a  $S_2$  do roviny  $xy$ .

myšlený otočný bod vnější montované plochy o souřadnicích  $(0, 0, 0)$ .

$K'$

bod  $K$  posunutý o  $\beta$ .

$k, k_1, k_2$

obvodové křivky základu  $S', S_1, S_2$ .

$j$

pořadový index obloukových částí  $b, b'$  křivek  $k, k'$  a k nim se vztahujících hodnot  $\omega, \alpha, \dots$ .

$i$

pořadový index přímkových částí  $cl, cl'$  křivek  $k, k'$  a k nim se vztahujících hodnot  $\gamma_2, \delta, \vartheta$ .

$x, y, z$

index označující, že příslušná veličina ( $\beta, \delta, \dots$ ) leží ve směru osy  $x, y, z$ , jde-li o úhel ( $\gamma$ ) označuje otočení kolem těchto os.

dov.

index označující dovolenou hodnotu příslušné veličiny.

$*$

znak konvoluce rozdělení pravděpodobnosti.

$\alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha), \dots$

náhodná veličina  $\alpha, \dots$  má normální rozdělení s parametry  $E\alpha$  a  $\sigma_\alpha, \dots$ .

$\cap, \wedge$

logický znak průniku, " $\cap$ ".

$\subset, \in$

logický znak podmnožiny, " $\in$  je prvkem".



## 1. Ú v o d .

Strojírenství hraje významnou úlohu v rozvoji společnosti, která je dána tím, že zabezpečuje všeskerou výrobu pracovními prostředky. Význam této úlohy v současnosti ještě roste v souvislosti s rozvíjející se vědeckotechnickou revolucí. Úkoly, které v důsledku toho musí strojírenství plnit, si vynucují racionalizaci všech složek strojírenské výroby.

Z praxe je však známo, že ne všechny složky se rozvíjejí stejným tempem. Je přirozené, že nejrychleji se začaly rozvíjet ty složky strojírenské výroby, které vázaly relativně velké množství pracovních sil, jako např. třískové obrábění či tváření, které v současné době jsou na vysoké úrovni vzhledem k takové oblasti jako je montáž, která dříve nepředstavovala ve srovnání s nimi vážný problém.

Dnes je montáž slabým článkem strojírenské výroby, neboť váže značnou část pracovních sil v této výrobě působících. Tento stav vyplývá z charakteru montážních operací, které jsou velmi různorodé a převážně ruční a jen z části mechanizované, automatizované montážní operace jsou výjimkou.

Podíl pracnosti montáží na celkovém objemu pracnosti ve strojírenství dosahuje v hromadné výrobě až 20%, ve velkosériové výrobě 20-25%, ve středně sériové výrobě 30-35% a konečně v malosériové a kusové výrobě přesahuje 40%, přitom ve výrobě přístrojové techniky dosahuje až 50%. V USA v posledních deseti letech narůstal počet pracovních sil v montáži pětikrát rychleji než v obrobech.

V průmyslově nejvyspělejších zemích jako je SSSR a USA se vyvíjí úsilí racionalizovat montáž cestou její automatizace, avšak ani v těchto zemích není automatizovaná montáž běžným zjevem. Problém tkví mimo jiné v tom, že není dosud natolik teoreticky prostudován technologický proces montáže, aby mohla být vytvořena ucelená teorie této oblasti strojírenské technologie, která by dovolila v dostatečné šíři zpětnou aplikaci, jejímž výrazem by byla postupná a výhledově komplexní automatizace různých montážních procesů.

Avšak i přes tento nedostatek existují v současnosti montážní automaty. V SSSR se dokonce vyrábí sériově typizované

řada automatů s určitou možností použití pro montáž různých součástí za předpokladu výměny a seřízení některých uzlů. Je třeba však vidět, že i v tomto případě, který je nepochybně v současné době špičkovým úspěchem v této oblasti, byla konstrukce a výroba těchto automatů vyvolána přímým tlakem výroby, t.j. pro konkrétní druh součástí a jejich univerzálnost je značně omezená. Jinými slovy zmíněné automaty nepředstavují aplikaci širších teoretických výzkumů a zkušeností z jejich konstrukce, výroby a provozu nelze jednoduše přejímat a využívat pro jiné montážní automaty. To potvrzují i intenzivní práce v různých oblastech teorie montáže hlavně v SSSR, kde se tato počíná formovat v samostatnou součást technologie jako vědy.

Jiným dokladem této skutečnosti je fakt, že většina teoretických prací z oblasti montáže se týká montážních automatů, méně pak montážního procesu samotného, t.j. konstruuji se automaty pro montáž daného uzlu, přičemž technologický proces tvorby uzlu se zkoumá jen v rozsahu nevyhnutelně nutném pro konstrukci těchto automatů, případně se tento výzkum obchází praktickými experimenty a následnými zásahy na hotovém automatu.

Zcela novým směrem racionalizace strojírenské výroby, který odkrývá zejména v oblasti montáže velké možnosti, jak ukazují praktické výsledky z USA, Japonska a SSSR, je použití univerzálních průmyslových robotů. I v tomto případě je však nutné při aplikaci robotů vycházet z určitých specifických podmínek procesu, v němž pracují.

V ČSSR, zemi rozvinutého strojírenství, byla doposud teoretickým otázkám montáže věnována malá pozornost, což lze považovat zejména z hlediska perspektivních cílů socialistického rozvoje a v současnosti již citelného nedostatku pracovních sil za nežádoucí skutečnost.

Předložená práce představuje dílčí příspěvek k teorii montáže, týkající se orientace součástí při montáži, které je dominujícím problémem celého procesu automatické montáže.



## 2. Podstata a struktura technologického procesu automatické montáže.

Technologický proces automatické montáže je možné obecně rozdělit na několik relativně samostatných fází, které se vyskytují buď v plném rozsahu nebo zčásti v průběhu montáže libovolného montážního celku (uzlu).

Toto rozdělení se zpravidla provádí dle funkcí pracovních orgánů montážních automatů. Od tohoto způsobu dělení zde upouštím, protože dosud není ustálena standardní struktura těchto automatů (jako je tomu např. u obráběcích strojů) a mnohdy jeden orgán koncentruje některé funkce, nebo naopak dochází k difinciaci jedné funkce na více orgánů, navíc není ustálena terminologie v oblasti konstrukce těchto automatů a dochází pak k nejasnostem, hlavní důvod však tkví v tom, že automat sám je z hlediska teorie pouze prostředkem uskutečnění procesu automatické montáže a tedy jeho konstrukce vyplývá z podstaty procesu a nikoli naopak.

Při rozdělení byl vzat v úvahu fakt, že montáž ve své podstatě je postupné vzájemné přemísťování dvou součástí s cílem jejich spojení, které samo o sobě je také vzájemným přemísťováním. Při ruční montáži toto přemísťování - orientace probíhá plynule v ruce dělníka, při automatické montáži pak jde o to rozdělit celý proces orientace na minimální počet kroků, z nichž každý se uskutečňuje určitým orgánem automatu. Počtem kroků je dána v podstatě složitost automatu neboť všechny jeho ostatní funkce jsou pomocné.

Problematiku orientace není nutné svazovat pouze s montáží, neboť se prolíná celou strojírenskou výrobou a tvoří tak svým způsobem samostatnou oblast technologického výzkumu, ale v případě montáže je přímo její podstatou.

Z tohoto hlediska se proces automatické montáže skládá z přísunu součástí (nebo montážních celků), jejich primární, sekundární a terciální orientace, vlastního spojení a odsunu smontovaných celků.

Přísun součástí je zpravidla charakterizován neuspořádaností polohy součástí (uzlů) vstupujících do procesu montáže.

Z technického hlediska není přísun problémem a provádí se prostředky mezioperační dopravy do zásobníků různé konstrukce.

Primární (předběžná) orientace spočívá v převedení každé ze součástí do některé z jejích rozlišitelných poloh, kterých je vždy konečný počet závislý na tvaru dané součásti. Primární orientace bývá buď pasivní, bez použití mechanismů prostým výběrem součástí náhodně dosáhnuvších rozlišitelné polohy, nebo aktivní, kdy součásti dosahují rozlišitelných poloh vnějším působením jednoduchých orientujících orgánů, které zpravidla nepředstavují mechanismy, ale jsou založeny na využití fyzikálně - mechanických vlastností součástí (např. tvarových zvláštností, polohy těžiště, jakosti povrchu atd.).

Orgány předběžné orientace bývají součástí zmíněných zásobníků na vstupu do automatu, nebo vstupní části transportního zařízení spojujícího tento zásobník se zásobníkem na vstupu montážní pozice (přípravku). Jsou to různé clonky, výřezy, narážky, shazovače atd.

Sekundární orientace vychází z určité rozlišitelné polohy, které součást dosáhla předběžnou orientací a v závislosti na tom o jakou polohu jde, pak zpravidla probíhá v několika stupních. V případě, že součást dosáhla již při primární orientaci polohy potřebné pro vstup na montážní pozici, sekundární orientace odpadá, naopak v nejpříznivějším případě může projít všemi stupni, jejichž počet je dán tvarem součásti.

Sekundární orientace bývá zpravidla aktivní, protože do ní vstupuje za časovou jednotku podstatně méně součástí než do primární a naopak na jejím výstupu musí být trvale určitý minimální počet součástí připravených ke vstupu na montážní pozici, kde probíhá terciální orientace a vlastní spojení podřízené určitému taktu. Tento požadavek vede často k užití t.zv. nucené orientace, která představuje vázanou manipulaci se součástmi pomocí mechanismů řízených poznávacím zařízením, případně pamětí.

Orgány sekundární orientace mohou být součástí vstupního zásobníku pod. jako orgány primární orientace (jako je tomu např. u vibračního zásobníku), obvykle však bývají součástí transportního zařízení mezi vstupním zásobníkem a zásobní-



kem montážní pozice. Tyto orgány bývají v případě aktivní orientace stejného typu jako orgány primární orientace a konstrukčně jsou poplatné konfiguraci orientované součásti. V případě nucené orientace pracují orgány jako silové s mechanickým, pneumatickým, hydraulickým či elektromagnetickým pohonem, řízeným zpravidla pomocí logických obvodů od poznávacího, např. elektrokontaktního či fotoelektrického zařízení.

Jako transportního zařízení se používá různých skluzů nebo jiných dopravníků opět poplatných tvaru montované součásti, v případě nucené orientace pohyb součástí vpřed často obstarávají samotné orientující orgány, zařízení může též plnit funkci zásobníků montážní pozice. Ze zásobníku montážní pozice se podávají součásti do montážního přípravku (na pozici montáže) speciálními podavači (šoupátka, oddělovače atd) v určitém taktu. Tím vstupuje součást do vlastní montážní technologické soustavy.

V řadě případů (u velkých součástí) bývá primární a sekundární orientace ztížena nebo znemožněna a pak je třeba plnit zásobník montážní pozice ručně, pomocí transportního zařízení, přičemž montované součásti jsou v paletách, do kterých se ukládají ihned po obrobení a uvedené fáze tak odpadají. V této souvislosti je třeba říci, že z hlediska komplexní racionalizace výroby je v každém případě žádoucí předávat na montáž součásti po poslední operaci obrábění orientované, lze tak vyloučit primární a zjednodušit, případně též vyloučit sekundární orientaci.

Terciální (vzájemná) orientace spočívá v přesné koordinaci součástí sekundárně zorientovaných tak, aby následným montážním pohybem došlo k zafixování a ztotožnění (spojení) montovaných ploch těchto součástí (celků).

Terciální orientace nepředstavuje tedy přechod součástí z jedné rozlišitelné polohy v druhou jako tomu je u sekundární orientace, ale vzájemné upřesnění poloh, jichž obě montované součásti sekundární orientací dosáhly. Uskutečňuje se ustavením součástí v montážních přípravcích, jde tedy v podstatě o nucenou orientaci, což je vzhledem k závažnosti této fáze z hlediska spolehlivosti a kvality celého procesu montáže nezbytné.

Součásti se ustavují a upínají do přípravků dle obdobných zásad jako při obrábění. Přitom na přesnost vzájemné polohy těchto součástí má největší vliv přesnost těchto součástí samotných a způsob jejich ustavení. Vedle toho se uplatňuje i vliv přesnosti přípravků a samotného stroje. Proto volba montážní základny a systému ustavovacích elementů přípravku má prvořadý význam.

Součásti se po ustavení v přípravných upínají s tím, že se jedné z nich ponechává minimální počet stupňů volnosti k uskutečnění montážního pohybu (minimálně však jeden ve směru hlavního montážního pohybu). Větší počet stupňů volnosti se ponechává jedné ze součástí v případě, kdy se provádí t.zv. montáž s kompensací, sloužící k vyrovnání výsledné nepřesnosti montážní technologické soustavy (součást  $S_1$  - přípravek  $P_1$  - stroj  $S$  - přípravek  $P_2$  - součást  $S_2$ ), která se projevuje jako určitá odchylka ve vzájemné poloze montovaných součástí ( $S_1$  a  $S_2$ ), uvedené stupně volnosti pak umožňují korekci polohy příslušné součásti vůči druhé (pevné) během montážního pohybu.

Je zřejmé, že montáž bez kompensace vyžaduje značnou přesnost a tuhost celé soustavy  $S_1-P_1-S-P_2-S_2$ , což se často ukazuje technicky a hlavně ekonomicky problematickým, a proto se obvykle užívá některé z forem kompensace, hlavně při menší sériovosti výroby, i když na druhé straně případné kompensací mechanismy zvyšují cenu montážního automatu.

Vlastní spojení (montáž) spočívá v přemísťování zpravidla jedné ze součástí terciálně zorientovaných vzhledem ke druhé tak, aby vytvořily požadovaný celek. Toto přemístění představuje v nejjednodušším případě montáže bez kompensace přímočarý pohyb, který lze označit za hlavní montážní. Někdy však koná součást mimo hlavního i vedlejší případně pomocný pohyb a výsledný montážní pohyb je pak v průběhu části, nebo celé fáze spojení kombinovaný. Tak např. při montáži šroubových spojení se mimo hlavního montážního pohybu přímočarého ve směru osy šroubu a matice uděluje jedné ze součástí vedlejší montážní pohyb rotační kolem této osy a výsledný montážní pohyb je šroubový. Příkladem pomocného montážního pohybu je korigující pohyb v případě kompensace, která je sice součástí



terciální orientace, ale probíhá ve fázi hlavního montážního pohybu od okamžiku prvního vzájemného kontaktu obou montovaných součástí až do zafixování, t.j. navedení montované plochy pohybující se součástí montovanou plochou součástí pevné a někdy i dále.

Takový vedlejší montážní pohyb je značně složitý a to i v případě nejjednodušší kompensace t.zv. samonavádění (autoorientace), kdy se navádí jedna součást na druhou vedlejším pohybem od reakcí vyvolaných kontaktem různých pomocných technologických ploch na samotných montovaných součástech (sražení hran, zaoblení apod.), případně kontaktem s příslušnými elementy přípravků (vodící trny, pouzdra apod.) při hlavním montážním pohybu (aby vůbec mohlo k takovému vedlejšímu pohybu dojít je nutné v protikladu k obecně požadované tuhosti montážní technologické soustavy určitá její poddajnost, což se řeší pohyblivým uložením přípravku jedné ze součástí, čímž dostává zmíněné stupně volnosti).

Ve složitějších případech se kompensace provádí speciálními mechanismy, udělujícími vedlejší pohyb jedné ze součástí resp. jejímu přípravku nezávisle na pohybu hlavním. Takový pohyb může být chaotický nebo po předem zvolené analytické křivce. Někdy bývají tyto mechanismy vybaveny pamětí.

Hlavní, případně vedlejší pohyb je jedné ze součástí (přípravku) udělován silovým mechanismem (mechanický šroubovák, maticová hlavice, lis se speciálními aplikátory k zalisování, rozválcování atd.) a jen vyjíměčně probíhá volně (vlastní vahou součástí).

Odsun součástí z montážní pozice se provádí různým způsobem a nepředstavuje problém, protože neovlivňuje kvalitu samotného procesu další orientace z hlediska dané operace. Avšak komplexní přístup k projektování výrobního procesu si vyžaduje zachování dosažené orientace v níž se po ukončení dané operace smontovaný uzel nachází, neboť se tak usnadní orientace v případě následných montážních operací, do nichž bude uzel vstupovat, nebo jde-li o hotový výrobek usnadní se skladování a expedice.

Technicky se odsun řeší prostředky mezioperační dopravy (transportéry, otočné stoly, proud vzduchu apod.).

Z uvedeného povšechného popisu procesu automatické montáže je zřejmé, že největší potíže při projektování automatické montáže budou vždy spojeny s úspěšným vyřešením sekundární a terciální orientace. Zvláště pak terciální orientace představuje samu podstatu problému automatické montáže, jehož vyřešení je podmínkou vlastního spojení, které již není tak náročné.

Ve své práci jsem se proto zaměřil na problém terciální orientace z hlediska přesnosti, jmenovitě pak na nalezení objektivního kritéria pro posouzení technologičnosti konstrukce z hlediska automatické montáže. Jinými slovy jde o nalezení způsobu, pomocí něhož lze řešit otázku, zda daný uzel z hlediska rozměrové přesnosti je, či není způsobilý k automatické montáži a za jakých podmínek, t.j. s jakou přesností musí být uskutečněna vzájemná orientace jeho součástí.

### 3. V z á j e m n á o r i e n t a c e a m o n t á ž n í t e c h n o l o g i c k á s o u s t a v a .

#### 3.1 Klasifikace montážních spojení.

Jednou z nejobtížnějších úloh při technologickém projektování automatické montáže je návrh optimálního způsobu koordinace součástí vstupujících do daného montážního celku, t.j. jejich vzájemné (terciální) orientace. Z čistě technického hlediska to představuje nalezení podmínek vyjadřujících nutnou přesnost vzájemné polohy součástí resp. jejich montovaných ploch, za nichž dojde k jejich spojení.

Tyto podmínky mohou být pro danou metodu dosažení přesnosti různé, především v závislosti na typu spojení. Přitom typ spojení je charakterizován hlavně tvarem spojovaných (montovaných) ploch (vnější a vnitřní).

Jelikož nalezení podmínek spojení v obecné podobě pro libovolný typ spojení je prakticky nerealné, roztřídím spo-



jení dle tvaru montovaných ploch s přihlédnutím k jejich podobnosti a výskytu ve strojírenství a sestavím podmínky spojení pouze pro typy spojení z hlediska praxe významné.

Vycházejíc z těchto zásad, lze montážní spojení ve strojírenství rozdělit na následující typy :

1) Spojení s kolmými válcovými plochami.

Pod tímto označením jsou myšlena taková spojení, u nichž vnější i vnitřní plocha má tvar kolmého válce o základně vymezené křivkou  $K$ . Dle toho, jakou má křivka  $K$  konkrétní podobu, je možno rozlišovat tyto zvláštní důležité případy :

- a) spojení s kolmými, kruhovými-rotačními válci ( $K$  je kružnice),
- b) spojení s kolmými, prizmatickými válci-hranoly ( $K$  je mnohoúhelník),
- c) spojení s kolmými válcovými plochami kombinovanými dle a), a b); ( $K$  je uzavřená křivka složená z kruhových oblouků a přímk),
- d) spojení s kolmými válcovými plochami obecnými ( $K$  je uzavřená, hladká, vypuklá křivka).

2) Spojení s kolmými kuželovými plochami.

Jako taková jsou myšlena spojení, u nichž vnější i vnitřní plocha má tvar kolmého kužele o základně vymezené křivkou . Dle toho, jakou má křivka  $K$  konkrétní podobu, je možno analogicky ke skupině 1), rozlišovat tyto zvláštní důležité případy:

- a) spojení s kolmými, kruhovými-rotačními kužely,
- b) spojení s kolmými jehlany.

3) Spojení s kulovými plochami.

4) Spojení se speciálními plochami.

Podíl jednotlivých typů spojení v celkovém objemu montážních celků ve strojírenství, který bereme za 100% je přibližně následující :

- 1) spojení s kolmými válci (kromě 1b), t.j. hranolů) ..... 70% ,
- 2) spojení s kolmými kužely (kromě 2b), t.j. jehlanů) ..... 6% ,
- 3) spojení s kolmými hranoly a jehlany ..... 20% ,
- 4) spojení kulová ..... 3% .

Dále budou analyzovány z hlediska podmínek spojení při montáži typy spojení s kolmými válcovými plochami, která jsou v praxi nejvíce rozšířena. Úloha určení podmínek spojení u ostatních typů spojení (kuželových, kulových apod.) je buď triviální (pravděpodobnost jejich nesmontovatelnosti  $R_N=0$ ), nebo vede na úlohu určení podmínek spojení u součástí s kolmými válcovými montážními plochami.

Dříve než bude řešena úloha nalezení podmínek spojení, je třeba poukázat na chyby (nepřesnosti), ovlivňující přesnost vzájemné polohy (orientace) montovaných součástí, resp. jejich spojovaných ploch v okamžiku montáže.

### 3.2 Chyby ovlivňující přesnost vzájemné orientace součástí.

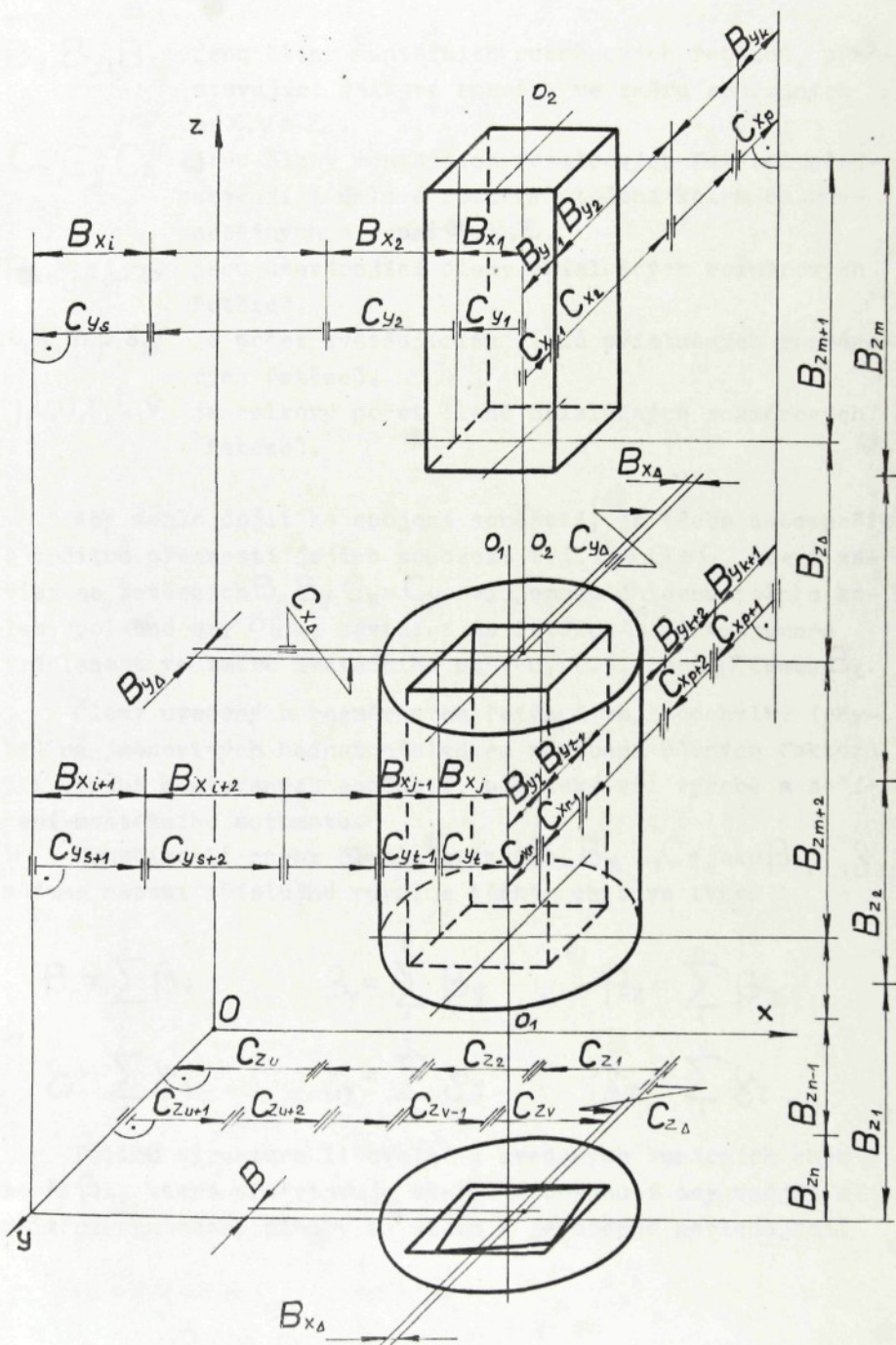
Uskutečnitelnost automatického spojení součástí v montáži celk je podmíněna mnoha faktory, z nichž nejdůležitějším je přesnost vzájemné polohy spojovaných ploch v prostoru. V reálných podmínkách tato přesnost není absolutní, t.j. montované plochy se vždy vzájemně odchylují, což může mít za následek při určité hodnotě takovéto odchylky nesmontovatelnost těchto součástí.

Odchylky vzájemné polohy součástí při montáži jsou výsledkem rozměrových odchylek (nepřesností, chyb) všech členů montážní technologické soustavy  $S_1-R_1-S-R_2-S_2$ .

K analýze vzájemné orientace součástí před montáží a chyb, které ji ovlivňují, použijeme schema na obr.1. Z tohoto schematu je patrné, že poloha součástí před montáží je dána rozměrovými řetězci o následujících rovnicích :

$$\begin{aligned} B_{x0} &= \sum_{i=1}^i B_x - \sum_{i+1}^j B_x, & C_{x0} &= \sum_{i=1}^p C_x - \sum_{p+1}^r C_x, \\ B_{y0} &= \sum_{i=1}^k B_y - \sum_{k+1}^l B_y, & C_{y0} &= \sum_{i=1}^s C_y - \sum_{s+1}^t C_y, \\ B_{z0} &= \sum_{i=1}^m B_z - \sum_{m+1}^n B_z, & C_{z0} &= \sum_{i=1}^u C_z - \sum_{u+1}^v C_z, \end{aligned}$$





obr.1

kde

$B_x, B_y, B_z$  jsou členy montážních rozměrových řetězců, představující délkové rozměry ve směru souřadných os  $X, Y$  a  $Z$ ,

$C_x, C_y, C_z$  jsou členy montážních rozměrových řetězců představující úhlové rozměry otočení kolem os rovnoběžných s osami  $X, Y, Z$ ,

$B_{x_0}, \dots, C_{z_0}$  jsou uzavírací členy příslušných rozměrových řetězců,

$i, k, m, p, s, u$  je počet zvětšujících členů příslušných rozměrových řetězců,

$j, l, n, r, t, v$  je celkový počet členů příslušných rozměrových řetězců.

Aby mohlo dojít ke spojení součástí, je třeba zabezpečit s určitou přesností jejich souosost t.j.  $O_1 \equiv O_2 \equiv O$ , která závisí na řetězcích  $B_x, B_y, C_x$  a  $C_y$ , vzájemnou úhlovou polohu kolem společné osy  $O \parallel Z$ , závisící na řetězci  $C_z$  a vzájemnou vzdálenost ve směru montážního pohybu, t.j. osy  $O \parallel Z$  danou  $B_z$ .

Členy uvedených rozměrových řetězců mají odchylky (chyby) od jmenovitých hodnot následkem působení různých faktorů při výrobě montovaných součástí, ale také při výrobě a seřízení montážního automatu.

Označíme-li chyby členů řetězců  $B_x, B_y, \dots, C_z$  jako  $\beta_x, \dots, \gamma_z$  můžeme napsat příslušné rovnice těchto chyb ve tvaru :

$$\begin{aligned} \beta_x &= \sum_1^j \beta_{x_i} & \beta_y &= \sum_1^l \beta_{y_i} & \beta_z &= \sum_1^n \beta_{z_i} \\ \gamma_x &= \sum_1^r \gamma_{x_i} & \gamma_y &= \sum_1^t \gamma_{y_i} & \gamma_z &= \sum_1^v \gamma_{z_i} \end{aligned}$$

Přitom struktura libovolné z uvedených sumérních chyb např.  $\beta_x$ , která představuje výsledné posunutí osy vnější a vnitřní montované plochy ve směru  $X$  je obecně následující:

$$\beta_x = \beta_{xs} + \beta_{xA} \quad , \text{ kde je}$$



$\beta_{xs}$  - složka posunutí, vyvolaná chybami rozměrů montovaných součástí (chyba ustavení),

$\beta_{xA}$  - složka posunutí, vyvolaná chybami rozměrů součástí automatu a chybami jeho seřízení.

Chybu ustavení  $\beta_{xs}$  pro jednu ze součástí (analogicky též pro druhou) je možno obecně vyjádřit jako funkci :

$$\beta_{xs} = \beta_{xs}(\beta_{xzs}, \beta_{xzm}, \beta_{xu}, \beta_{xt}),$$

kde je

$\beta_{xzs}$  - výrobní chyba základny součástí,

$\beta_{xzm}$  - chyba vzájemné polohy základny a montované plochy,

$\beta_{xu}$  - chyba od upínacích sil,

$\beta_{xt}$  - chyba od tepelných deformací.

V závislosti na konkrétních podmínkách montáže se různé ze složek  $\beta_{xs}$  uplatňují různě,  $\beta_{xu}$  a  $\beta_{xt}$  jsou však obvykle zanedbatelné.

Podobně lze i  $\beta_{xA}$  obecně vyjádřit jako funkci :

$$\beta_{xA} = \beta_{xA}(\beta_{xp}, \beta_{xp}, \beta_{xzp}, \beta_{xzf}, \beta_{xf}, \beta_{xf}, \beta_{xv}),$$

kde je

$\beta_{xp}$  - chyba přípravku (index 1 se vztahuje k základnímu a 2 k podávacímu přípravku),

$\beta_{xzp}$  - chyba základny pro ustavení přípravku,

$\beta_{xf}$  - chyba fixace transportního zařízení,

$\beta_{xv}$  - chyba vazby (mezi transportními zařízeními).

K těmto chybám se někdy přidružují chyby vzniklé opotřebením součástí automatu. V některých případech se určité z uvedených chyb kompensují seřizením, na jejich místě pak figuruje pouze chyba tohoto seřízení  $\beta_{xs}$ .

Uvedené chyby jsou společné všem technologickým montážním soustavám a v závislosti na konstrukci členů soustavy se pak v každém konkrétním případě určují běžnými metodami výpočtu rozměrových řetězců.

Určení posuvů  $\beta_y, \beta_z$  a také natočení  $\gamma_x, \gamma_y$  a  $\gamma_z$  se provádí analogicky.

Proto nadále nebude již řešena problematika výpočtu chyb, ale naopak budou jejich hodnoty považovány za dané a pak bude řešena otázka smontovatelnosti součástí pro danou vůli, a nebo naopak, pro danou vůli a nezbytné procento smontovatelnosti, budou určovány mezní hodnoty chyb vzájemné polohy montovaných ploch.

#### 4. Podmínky smontovatelnosti.

##### 4.1 Výchozí předpoklady.

Mějme dvě součásti (vnitřní a vnější), vzájemně s určitou přesností orientované, které je třeba spojit (smontovat). Přitom pod pojmem vnitřní součást máme na mysli součást typu hřídel, t.j. její plocha, kterou se má spojit s vnější součástí t.zv. montovaná, je vnější kolmý válec, jehož průřez  $S$  je vymezen nějakou křivkou  $K$ . Vnější součást je pak typu otvor a tudíž její montovaná plocha je tvarově shodná s montovanou plochou jí příslušné vnitřní součásti s tím, že je vnitřní. Dále budou sledovány případy, kdy  $K$  představuje kružnici, mnohoúhelník, kombinaci přímk a kruhových oblouků o společném středu a hladkou vypuklou uzavřenou křivku.

Pro jednoduchost, bez újmy na obecnosti budeme považovat vnější součást za nepohyblivou, t.j. přiřadíme jí pevnou pravouhlou souřadnou soustavu  $XYZ$  (viz obr.2), vnitřní součást bude pak pohyblivá s možností posuvu o vektor  $\beta^*(\beta_x, \beta_y, \beta_z)$  a náklonu kolem určitého bodu  $K$ , vzdáleného o  $l$  od čela součásti (spodní základny  $S_1$ ) o vektor  $\gamma^*(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$ . Přitom  $\beta_x$  označuje posuv součásti ve směru osy  $X$  a  $\gamma_x$  její natočení kolem této osy, analogicky značí  $\beta_y, \beta_z$  a  $\gamma_y, \gamma_z$  posuvy ve směru os  $Y, Z$  a natočení kolem těchto os.

Souřadnou soustavu volíme tak, aby v ideální poloze ( $\beta^* = 0, \gamma^* = 0$ ), která je pro rozbor výchozí, byl počátek soustavy  $O \equiv K$  a osa  $Z$  byla rovnoběžná s povrchy montovaných ploch (osy  $X$ , resp.  $Y$  volíme s ohledem na jednoduchost výpočtů).

Protože  $\beta_z$ , t.j. posuv ve směru osy  $Z$  je co do směru totož-



ný s hlavním montážním pohybem a neovlivňuje tak proces spojení součástí, stačí sledovat pouze vzájemné přemístění montovaných ploch v rovině  $xy$  kolmé na montážní pohyb, t.j.

$\beta(\beta_x, \beta_y)$  a náklon  $\delta^*(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ . Navíc protože v dalším vyjadřujeme vliv vzájemného náklonu součástí  $\delta^*$  tak, že natočení kolem osy  $x$  a  $y$  transformujeme na posuvy ve směru těchto os a počítáme s nimi stejně jako s posuvy  $\beta_x$  a  $\beta_y$ , zavedeme ještě úhlový vektor  $\delta(\delta_x, \delta_y)$ . S natočením kolem osy  $z$ , t.j.  $\delta_z$ , pokud je uvažujeme, operujeme pak samostatně. Dále vzhledem k tomu, že úhel  $\delta$  je velmi malý, lze ve všech dalších úvahách s dostatečnou přesností užívat vztahů  $\sin \delta \approx \tan \delta \approx \delta$ .

Základní předpoklad uskutečnění montáže, který představuje podmínky montáže v obecné podobě, vychází z geometrické představy procesu montáže a spočívá v tom, že průmět  $S_{1xy}$  spodní základny  $S_1$  a průmět  $S_{2xy}$  horní základny  $S_2$ , vnitřní součásti o průřezu  $S = S_1 = S_2$  (vymezeném křivkou  $k$ ) do roviny  $xy$  nepřekročí při všech možných přemístěních této součásti průmět  $S'_{xy}$  horní základny  $S'$ , montované plochy vnější součásti (vymezený křivkou  $k$ ) do téže roviny. Vzhledem k výše uvedeným předpokladům bude vždy  $S' \equiv S'_{xy}$ . Vyjádřeno symbolicky bude základní předpoklad :

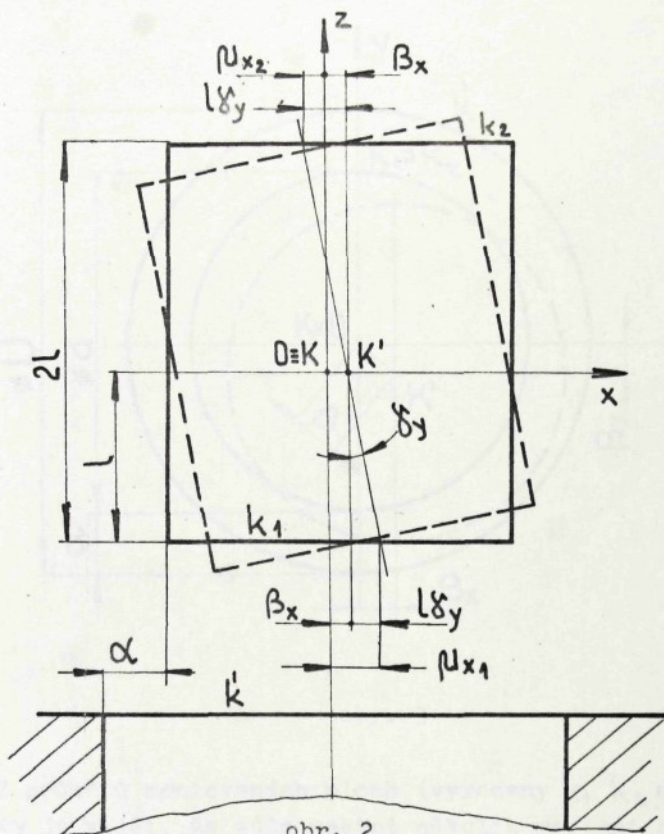
$$S_{1xy} \subset S'_{xy} \cap S_{2xy} \subset S'_{xy} ,$$

přítom co se týče velikosti uvedených veličin platí :

$$S_{1xy} = S_{2xy} = S \cos \delta \text{ i } S' = S'_{xy}$$

Tento základní předpoklad platí v plném rozsahu pro případ tuhého uložení obou vzájemně orientovaných součástí. V případě pružného uložení, obvykle jedné ze součástí, t.j. s kompensací nepřesností vzájemné polohy součástí se předpoklad omezuje na podmínku:

$$S_{1xy} \subset S'_{xy} .$$



obr. 2

#### 4.2 Podmínky smontovatelnosti, jestliže $k$ je kružnice.

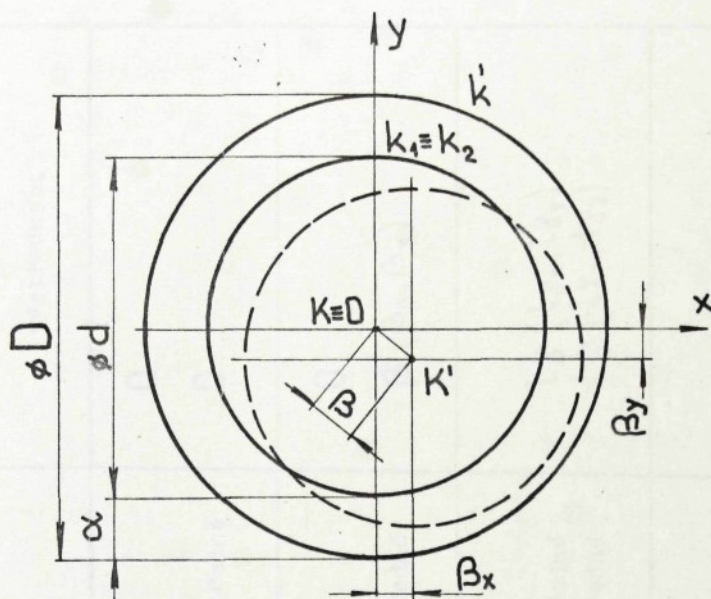
V tomto případě montované plochy mají tvar kolmých kruhových válců. Schema výchozí polohy a vzájemného přemístění vnitřní součásti pro případ, že  $\delta = 0$  t.j.  $\mu = \beta$  je na obr. 3, kde značí :

$d$  - průměr vnějšího válce (hřídele) ,

$D$  - průměr vnitřního válce (otvoru) ,

$\alpha = (D-d)/2$  - vůli hřídele v otvoru.





obr. 3

Z průmětů montovaných ploch (vymezeny  $k_1, k_2$  a  $k'$ ) do roviny XY je vidět, že může nastat několik variant orientace. Možné varianty jsou uvedeny v tabulce 1.

Protože pootočení  $\gamma_z$  kolem osy Z v tomto případě na spojení nemá vliv, nesledujeme je. Potom nejobecnější varianta představuje vzájemné přemístění:

$$\begin{aligned} k_1 \text{ vzhledem ke } k' & \circ \mu_1(\mu_{1x}, \mu_{1y}) = \beta + l\gamma \\ k_2 \text{ vzhledem ke } k' & \circ \mu_2(\mu_{2x}, \mu_{2y}) = \beta - l\gamma \end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned} \mu_{1x} &= \beta_x + l\gamma_y, & \mu_{1y} &= \beta_y + l\gamma_x, \\ \mu_{2x} &= \beta_x - l\gamma_y, & \mu_{2y} &= \beta_y - l\gamma_x. \end{aligned}$$

Takže podmínky smontovatelnosti, jestliže  $\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$  budou:

$$\mu_1 \leq \alpha \quad \text{pro} \quad S_{1xy} \subset S'_{xy}, \quad (1)$$

$$\mu_2 \leq \alpha \quad \text{pro} \quad S_{2xy} \subset S'_{xy}. \quad (2)$$

Tab. 1

| Orientace montovaných<br>ploch (jejich os $\parallel Z$ ) | symbol                            | vzájemná poloha<br>( $k_1, k_2$ ) a $k$ | výstřednost                                                             |
|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| výchozí - teoretická<br>(souosost-totožnost)              | $\gamma = 0$<br>$\beta = 0$       | $k_1 \equiv k_2$<br>$k_1, k$            | 0<br>0                                                                  |
| vzájemný posuv<br>(vyosení-rovnoběžnost)                  | $\gamma = 0$<br>$\beta \neq 0$    | $k_1 \equiv k_2$<br>$k_1, k$            | 0<br>$\beta (\beta_x, \beta_y)$                                         |
| vzájemný náklon<br>(zkřížení-různoběžnost)                | $\gamma \neq 0$<br>$\beta = 0$    | $k_1 \neq k_2$<br>$k_1, k$<br>$k_2, k$  | $l\gamma (l\gamma_x, l\gamma_y)$<br>$-l\gamma (-l\gamma_x, -l\gamma_y)$ |
| vzájemný posuv a náklon<br>(zkřížení-mimoběžnost)         | $\gamma \neq 0$<br>$\beta \neq 0$ | $k_1 \neq k_2$<br>$k_1, k$<br>$k_2, k$  | $n_1 = \beta + l\gamma$<br>$n_2 = \beta - l\gamma$                      |



Těmto vztahům je ekvivalentní vztah :

$$|\beta \pm l\delta| \leq \alpha \quad \text{pro} \quad S_{1xy} \subset S'_{xy} \cap S_{2xy} \subset S'_{xy} . \quad (3)$$

Uvedené vztahy (1) , (2) a (3) lze vyjádřit v kvadratické formě :

$$\left. \begin{aligned} \mu_1^2 &= \beta^2 + l^2 \delta^2 + 2l\beta\delta \leq \alpha^2 \\ \mu_2^2 &= \beta^2 + l^2 \delta^2 - 2l\beta\delta \leq \alpha^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta^2 + l^2 \delta^2 + 2l|\beta\delta| \leq \alpha^2 . \quad (4)$$

Dodržení těchto podmínek při  $\alpha \rightarrow 0$  je velmi obtížné, v takovém případě se používá kompenzace části výsledné nepřesnosti (chyby) vzájemné orientace, technicky to lze provést různým způsobem, podstatou je pohyblivost jedné ze součástí ve směru a kolem os  $x$  a  $y$ , což odpovídá předpokladu  $S_{xy} \subset S'_{xy}$ ; odpovídající podmínka má pak stejný tvar, pouze  $\alpha$  zvětšujeme o hodnotu kompenzace  $C$  (t.j.  $\mu_i \leq \alpha + C$ ), což platí i pro všechny následující případy.

#### 4.3 Podmínky smontovatelnosti, jestliže $k$ je $n$ -úhelník.

V tomto případě montovanými plochami jsou kolmé hranoly, schema jejich orientace v rovině  $xz$  a  $yz$  je analogické schématu na obr.2, průmět do roviny  $xy$  je na obr.4, kde je

- $\sigma_i$  - vůle mezi  $i$ -tými stranami  $(a_i \| a'_i)$  k  $a$  a  $k$ ,
- $n_i$  - kolmice z bodu  $K$  na stranu  $a_i$ , rozdělující tuto na úsečky  $a_i^+$ ,  $a_i^-$ , přičemž  $a_i^+$  následuje za  $a_i^-$  v kladném smyslu (t.j. proti směru hodinových ručiček), přitom obě hodnoty mohou být záporné, jestliže bod  $C$  padne mimo  $a_i$ ,
- $\lambda_i$  - jednotkový vektor  $n_i$  se složkami  $(\cos \chi_i, \sin \chi_i)$ ,
- $\chi_i$  - úhel mezi  $n_i$  a osou  $x$ ,
- $\delta_{2i}^{+(-)}$  - úhel pootočení  $k$  do dotyku s  $k'$  kolem bodu  $K$ , resp. osy  $z$  v kladném (záporném) smyslu, je definován pouze pro  $a_i^{+(-)} > 0$ .

Ostatní označení vyplývá z obr. 4 a předchozího textu.





pro otočení  $k$  jako celku platí vztah :

$$\delta_z^{+(-)} = \min \left\{ \delta_{zi}^{+(-)} \right\} = \min \left\{ \frac{\delta_i}{a_i^{+(-)}} \right\}, \quad (6)$$

pro taková  $i = 1, 2, \dots, n$ , kde  $a_i^{+(-)} > 0$ ,

to však za předpokladu, že nedošlo k posuvům a náklonům  $k$  kolem os  $X$  a  $Y$  ( $\beta = 0, \gamma = 0$ ), které mají za následek změnu hodnoty vůle  $\delta_i$ . Rozbor možných variant přemístění  $k$  vzhledem ke  $k$  je na tabulce 2.

Obecně lze podmínky smontovatelnosti vyjádřit výrazem :

$$-\delta_z^- < \delta_z < \delta_z^+, \quad (7)$$

po dosazení do výrazu pro  $\delta_z^{+(-)}$  za  $\delta_i$  hodnot  $\delta_{i1}'''$  a  $\delta_{i2}'''$  (z tabulky 2) lze podmínky smontovatelnosti vyjádřit v konečném tvaru následovně :

pro  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$

$$-\min \left\{ \frac{\delta_i - \mu_i \lambda_i}{a_i^-} \right\} < \delta_z < \min \left\{ \frac{\delta_i - \mu_i \lambda_i}{a_i^+} \right\} \quad (8)$$

a pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$

$$-\min \left\{ \frac{\delta_i - \beta \lambda_i - 1 \parallel \delta \lambda_i \parallel}{a_i^-} \right\} < \delta_z < \min \left\{ \frac{\delta_i - \beta \lambda_i - 1 \parallel \delta \lambda_i \parallel}{a_i^+} \right\} \quad (9)$$

pro taková  $i = 1, 2, \dots, n$ , kde  $a_i^{+(-)} > 0$ .

Dále je uvedena aplikace výpočtu podmínek smontovatelnosti pro montované plochy s průřezem obdélníkovým, trojúhelníkovým a šestiúhelníkovým, které se v praxi často vyskytují.

a) Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $k$  je obdélník.

Pro tento případ  $i = 4 \div 4$ . Schema výchozí polohy v rovině  $xy$  pro tento případ je na obr.5, označení odpovídá označení zavedenému na obr.4, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.1, přičemž  $X \parallel a_x$  a  $Y \parallel a_y$ , ostatní hodnoty jsou patrné z vlastního obr.5 s tím, že :

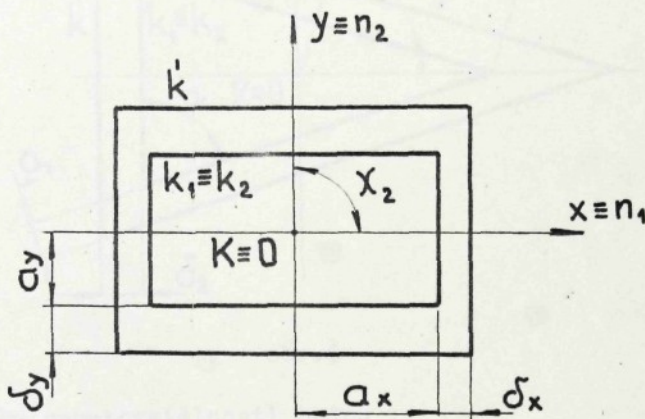
$$a_1 = a_3 = 2a_y, \quad a_2 = a_4 = 2a_x,$$

| orientace<br>montovaných<br>ploch | symbol                                              | vzájemná<br>poloha<br>( $k_1, k_2$ ) a<br>$k$             | minimální vůle                                                                                                                                                                                                                              |                                                          |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| výchozí<br>(teoretické)           | $\gamma = 0$<br>$\beta = 0$<br>$\delta_z = 0$       | $k_1 \equiv k_2$<br>$K \equiv K'$<br>$a_i \parallel a'_i$ | $\sigma_i$                                                                                                                                                                                                                                  | $S_{1xy} \equiv S_{2xy}$<br>$S_{1xy} \subset S'_{2xy}$   |
| vzájemný<br>posuv                 | $\gamma = 0$<br>$\beta \neq 0$<br>$\delta_z = 0$    | $k_1 \equiv k_2$<br>$K \neq K'$<br>$a_i \parallel a'_i$   | $\sigma'_i = \sigma_i - \beta \lambda_i$<br>$\beta \lambda_i = \beta_x \cos X_i + \beta_y \sin X_i$                                                                                                                                         | $S_{1xy} \equiv S_{2xy}$<br>$S_{1xy} \subset S'_{2xy}$   |
| vzájemný<br>náklon                | $\gamma \neq 0$<br>$\beta = 0$<br>$\delta_z = 0$    | $k_1 \neq k_2$<br>$K \equiv K'$<br>$a_i \parallel a'_i$   | $\sigma''_{i1} = \sigma_i - l \gamma \lambda_i$<br>$\sigma''_{i2} = \sigma_i - l l \gamma \lambda_i$<br>$\gamma \lambda_i = \gamma_x \cos X_i + \gamma_y \sin X_i$                                                                          | $S_{1xy} \subset S'_{2xy}$<br>$S_{2xy} \subset S'_{1xy}$ |
| vzájemné<br>pootočení             | $\gamma = 0$<br>$\beta = 0$<br>$\delta_z \neq 0$    | $k_1 \equiv k_2$<br>$K \equiv K'$<br>$a_i \neq a'_i$      | $\sigma_i = 0 \rightarrow \gamma_z^{+(-)} = \min \{ \gamma_{zi}^{+(-)} \}$                                                                                                                                                                  |                                                          |
| vzájemný<br>posuv a<br>náklon     | $\gamma \neq 0$<br>$\beta \neq 0$<br>$\delta_z = 0$ | $k_1 \neq k_2$<br>$K \neq K'$<br>$a_i \parallel a'_i$     | $\sigma'''_{i1} = \sigma_i - \mu_1 \lambda_i$<br>$\sigma'''_{i2} = \sigma_i - \beta \lambda_i - l \gamma \lambda_i$<br>$\mu_1 \lambda_i = (\beta + l \gamma) \lambda_i = (\beta_x + l \gamma_x) \cos X_i + (\beta_y + l \gamma_y) \sin X_i$ | $S_{1xy} \subset S'_{2xy}$<br>$S_{2xy} \subset S'_{1xy}$ |



$$\delta_1 = \delta_3 = \delta_x, \quad \delta_2 = \delta_4 = \delta_y,$$

potom  $\chi_1 = 0, \chi_2 = \frac{\pi}{2}, \chi_3 = \pi, \chi_4 = \frac{3\pi}{2}.$



obr.5

Podmínky montáže budou :

pro  $S_{1xy} < S'_{xy}$

$$|\delta_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta_x - |\beta_x + |\delta_y||}{a_y}, \frac{\delta_y - |\beta_y + |\delta_x||}{a_x} \right\},$$

a pro  $S_{2xy} < S'_{xy}$

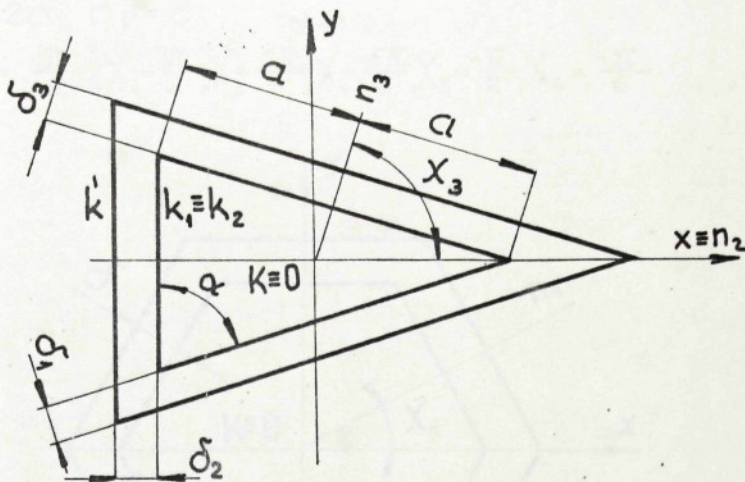
$$|\delta_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta_x - |\beta_x| - |\delta_y|}{a_y}, \frac{\delta_y - |\beta_y| - |\delta_x|}{a_x} \right\}.$$

b) Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $k$  je rovnoramenný trojúhelník.

V tomto případě  $i = 1 \div 3$ , schema výchozí polohy v rovině  $xy$  je na obr.6, označení odpovídá označení zavedenému na obr.4, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.1, přičemž  $K$  je střed opsané kružnice, osa  $X$  prochází vrcholem  $\perp A_2$ , ostatní označení jsou patrna z vlastního obr.6 s tím, že :

$$a_1 = a_2 = 2a, \quad a_3 = 2a \cos \alpha = 4a \cos \alpha, \quad \delta_1 = \delta_3,$$

pak  $\chi_1 = \alpha, \chi_2 = \pi, \chi_3 = -\chi_1.$



obr.6

Podmínky smontovatelnosti budou :

pro  $S_{1xy} < S'_{xy}$

$$|\gamma_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta_2 + \beta_x + l\delta_y}{2a \cos \chi}, \frac{\delta_1 - (\beta_x + l\delta_y) \cos \chi - |\beta_y + l\delta_x| \sin \chi}{a} \right\} \quad (10)$$

a pro  $S_{2xy} < S'_{xy}$

$$|\gamma_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta_2 + \beta_x - l\delta_y}{2a \cos \chi}, \frac{\delta_1 - (|\beta_x| + l|\delta_y|) \cos \chi - (|\beta_y| + l|\delta_x|) \sin \chi}{a} \right\}.$$

Použitím vztahů  $\beta_x + \delta_y = \mu_x$ ,  $\beta_y + \delta_x = \mu_y$  nabývají podmínky tvar:

$$\gamma_z = \begin{cases} \frac{\delta_2 + \mu_x}{2a \cos \chi}, & \text{pro } \mu_y > 0 \\ \frac{\delta_1 - \mu_x \cos \chi - \mu_y \sin \chi}{a}, & \text{pro } \mu_y < 0 \end{cases} \quad \frac{2\delta_1 \cos \chi - \delta_2 - \mu_x(2 + \cos \chi)}{2 \sin \chi}.$$

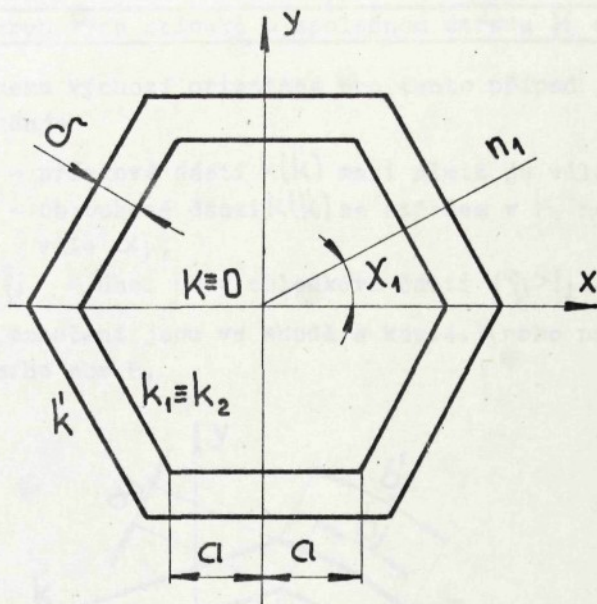
c) Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $k$  je pravidelný šestiúhelník.

Pro tento případ  $i = 1 \div 6$ . Schema výchozí polohy pro tento případ je na obr.7, kde označení odpovídá již zavedenému označení na obr.4, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.1, přičemž  $K$  je střed šestiúhelníka a osa  $X$  prochází jedním z vrcholů, ostatní jsou patrně z vlastního obr.7 s tím, že



$a_i = 2a$ ,  $\delta_i = \delta$ , takže

$$\chi_1 = \frac{\pi}{6}, \chi_2 = \frac{\pi}{2}, \chi_3 = \frac{5\pi}{6}, \chi_4 = \frac{5\pi}{6}, \chi_5 = \frac{\pi}{2}, \chi_6 = \frac{\pi}{6}.$$



obr.7

Pak podmínky smontovatelnosti budou :

pro  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$

$$|\delta_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta - |\beta_y| - |\delta_x|}{a}, \frac{\delta - \frac{\sqrt{3}}{2} |\beta_x + |\delta_y|| - \frac{1}{2} |\beta_y + |\delta_x||}{a} \right\},$$

a pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$

$$|\delta_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta - |\beta_y| - |\delta_x|}{a}, \frac{\delta - \frac{\sqrt{3}}{2} (|\beta_x| + |\delta_y|) - \frac{1}{2} (|\beta_y| + |\delta_x|)}{a} \right\}.$$

Použitím vztahů

$$\begin{aligned} |\beta_x + |\delta_y|| &= \mu_x, & |\beta_y + |\delta_x|| &= \mu_y, & \text{pro } S_{1xy} \subset S'_{xy}, \\ |\beta_x| + |\delta_y| &= \mu_x, & |\beta_y| + |\delta_x| &= \mu_y, & \text{pro } S_{2xy} \subset S'_{xy}, \end{aligned}$$

dostaneme podmínky v následujícím tvaru :

$$|\delta_z| \leq \min \left\{ \frac{\delta - \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_x - \frac{1}{2} \mu_y}{a}, \frac{\delta - \mu_y}{a} \right\} = \min \left\{ \frac{\delta - \lambda}{a} \right\},$$

$$\text{kde } \lambda = \begin{cases} \mu_y & , \mu_y \geq \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \mu_x + \frac{1}{2} \mu_y, & \mu_y \leq \end{cases} \sqrt{3} \mu_x, \text{ pro } \begin{cases} S_{1xy} < S'_{xy}, \\ S_{2xy} < S'_{xy}. \end{cases}$$

4.4 Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $K$  představuje kombinaci kruhových oblouků o společném středu  $K$  a přímek.

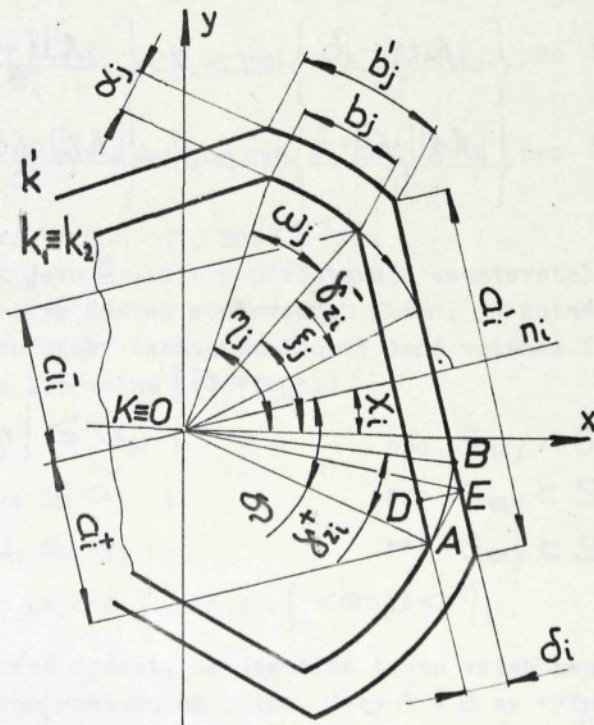
Schema výchozí orientace pro tento případ je na obr.8, kde označuje

$a_i (a'_i)$  - přímkové části  $k(k')$  mezi nimiž je vůle  $\delta_i$ ,

$b_j (b'_j)$  - obloukové části  $k(k')$  se středem v  $K$  mezi nimiž je vůle  $\alpha_j$ ,

$\omega_j = \eta_j - \xi_j$  - úhel  $j$ -té obloukové části ( $\eta_j > \xi_j$ ),

ostatní označení jsou ve shodě s kap.4.3, nebo patrně přímo z vlastního obr.8.



obr.8



Nechť vnitřní součást je vzhledem k vnější posunuta o vektor  $\beta$  a natočena o vektor  $\gamma^*$ . Dále budiž :

A - jev spočívající v průniku odpovídajících si rovinných částí montovaných ploch vnější a vnitřní součásti, t.j. platí  $a_i \times a_i$  pro nějaké  $i$ ,

B - jev spočívající v průniku odpovídajících si válcových částí montovaných ploch vnější a vnitřní součásti, t.j. platí  $b_j \times b_j$  pro nějaké  $j$ , jestliže nastal jev  $\bar{A}$ ,

$\bar{A}$  - jev opačný k jevu A,

$\bar{B}$  - jev opačný k jevu B.

Aby nastal jev  $\bar{A}$ , který představuje smontovatelnost ve vztahu k rovinným částem montovaných ploch je nutné, aby byly splněny podmínky smontovatelnosti dané vztahem (7) resp. (8) a (9) t.j.

$$-\delta_z^- < \delta_z < \delta_z^+, \text{ pro } S_{1xy} \cap S_{2xy} \subset S'_{xy}, \text{ t.j.:}$$

$$\min \left\{ \frac{\delta_i - \mu_i \lambda_i}{a_i^-} \right\} < \delta_z < \min \left\{ \frac{\delta_i - \mu_i \lambda_i}{a_i^+} \right\} \text{ pro } S_{1xy} \subset S'_{xy},$$

$$\min \left\{ \frac{\delta_i - \beta \lambda_i - |\delta \lambda_i|}{a_i^-} \right\} < \delta_z < \min \left\{ \frac{\delta_i - \beta \lambda_i - |\delta \lambda_i|}{a_i^+} \right\} \text{ pro } S_{2xy} \subset S'_{xy},$$

pro takové  $i = 1, 2, \dots, n$ , kde  $a_i^{(\pm)} > 0$ .

Pro vznik jevu  $\bar{B}$ , který představuje smontovatelnost ve vztahu k válcovým částem montovaných ploch, je nutné, aby byly splněny podmínky smontovatelnosti dané vztahem (3) resp. (1) a (2) pro libovolné  $j$  ( $\alpha = \alpha_j$ ) t.j.

$$|\beta \pm \gamma| \leq \alpha_j, \text{ pro } S_{1xy} \cap S_{2xy} \subset S'_{xy}, \quad (11)$$

$$\text{nebo } \begin{cases} \mu_1 \leq \alpha_j \\ \mu_2 \leq \alpha_j \end{cases} \text{ pro } S_{1xy} \subset S'_{xy}, \quad (12)$$

$$\text{pro } S_{2xy} \subset S'_{xy}. \quad (13)$$

$$\text{Nechť pro nějaké } j \text{ platí : } \xi_j < \arg \mu < \eta_j, \quad (14)$$

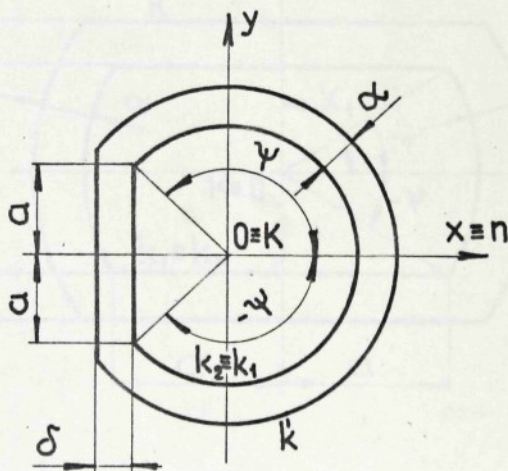
pak je možné ukázat, že jestliže tento vztah neplatí pro žádné  $j$  daného montážního celku, jevy  $\bar{A}$  a B se vylučují, t.j. nemohou nastat současně a tudíž existence jevu  $\bar{A}$  implikuje vznik jevu  $\bar{B}$  ( $\bar{A} \rightarrow \bar{B}$ ) a výše uvedené podmínky smontovatelnosti se redukují na podmínky dané vztahem (7) resp. (8) a (9).

Naopak, jestliže pro nějaké  $j$  vztah (14) platí, pak celková podmínka smontovatelnosti pro určitý montážní celek je dána splněním podmínek dílčích, vyjádřených vztahy (7) a (3), resp. (8) a (9), současně s (1) a (2), příp. (8) a (2) jestliže platí pouze předpoklad  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ .

Jako aplikaci uvedu výpočet podmínek smontovatelnosti montovaných ploch některých, často se v praxi vyskytujících, průřezů.

a) Podmínky smontovatelnosti jestliže  $k$  je kruhová úseč.

V tomto případě  $k$  je kombinací jednoho oblouku a přímky takže  $i=1, j=1$ . Schema výchozí orientace pro tento případ je na obr.9, kde označení odpovídá označení zavedenému na obr.8, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.3, přičemž  $K$  je střed kružnice a osa  $x \perp a$ , ostatní označení jsou patrná z vlastního obr.9 s tím, že  $a^+ = a^- = a$ ,  $\eta = \psi$ ,  $\xi = -\psi$ ,  $\omega = 2\psi$ ,  $\chi = \pi$ .



obr.9

Pak podmínky smontovatelnosti budou :

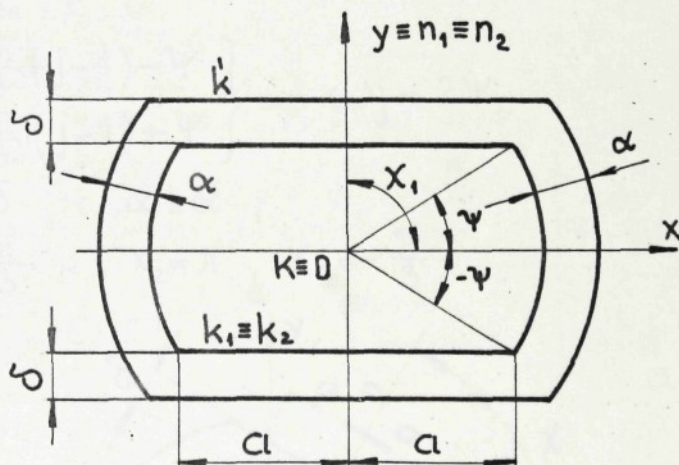
$$\begin{cases} |\delta_z| \leq \frac{\delta + \mu x}{a}, \\ \mu < \alpha \end{cases}, \text{ jestli } |\arg \mu| < \psi.$$



b) Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $k$  je vymezena dvěma kruhovými oblouky a dvěma přímkami.

V tomto případě  $i=1+2$ ,  $j=1+2$ , dále předpokládejme, že oba oblouky leží na společné kružnici o středu  $K$  a obě přímky jsou rovnoběžné, od  $K$  stejně vzdálené. Schema výchozí orientace pro tento příp. je na obr.10, kde označení odpovídá označení zavedenému na obr.8, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.3, přičemž osa  $x \parallel a = a^+ = a^-$ . Ostatní označení jsou patrná z vlastního obr.10 s tím, že

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= -\psi, \eta_1 = \psi \\ \xi_2 &= \pi - \psi, \eta_2 = \pi + \psi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = 2\psi, \\ \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \chi_1 = \frac{\pi}{2}, \chi_2 = \frac{3\pi}{2}.$$



obr.10

Takže  $\delta_z^+ = \delta_z^- = \frac{\delta - |\mu y|}{a}$ .

Pak podmínky smontovatelnosti budou :

$$|\delta_z| < \frac{\delta - |\mu|}{a}, \quad (15)$$

$$\mu < \alpha,$$

(16)

$$\text{pro } |\arg \mu| < \psi, \text{ nebo } |\arg \mu - \pi| < \psi, \text{ t.j. } \left| \frac{\mu_y}{\mu_x} \right| < \tan \psi.$$

c) Podmínky smontovatelnosti, jestliže  $k$  je vymezena třemi kruhovými oblouky a třemi přímkami.

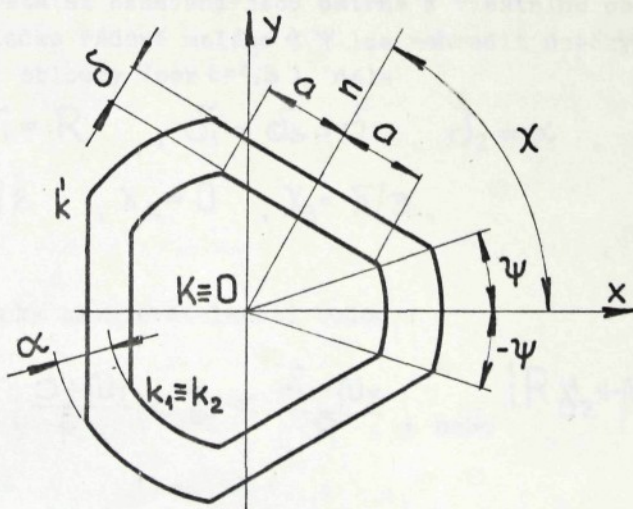
V tomto příp.  $i=1 \div 3$ ,  $j=1 \div 3$ , dále předpokládejme, že všechny tři přímky tvoří rovnostranný trojúhelník se středem v  $K$  a všechny tři oblouky že leží na společné kružnici rovněž se středem v  $K$ , přičemž poloměr této kružnice je větší než poloměr kružnice vepsané a menší než poloměr kružnice opsané tomuto trojúhelníku.

Schema výchozí orientace pro tento příp. je na obr.11, kde označení odpovídá označení zavedenému na obr. 8, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.3, přičemž osa  $x \perp a = a_1^* = a_1$ . Ostatní označení jsou patrná z vlastního obr.11 s tím, že :

$$\left. \begin{aligned} \xi_j &= \frac{2\pi}{3} (j-1) - \psi \\ \eta_j &= \frac{2\pi}{3} (j-1) + \psi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_j = 2\psi,$$

$$\delta_i = \delta, \quad \alpha_j = \alpha,$$

$$\chi_1 = \frac{\pi}{3}, \quad \chi_2 = \pi, \quad \chi_3 = -\frac{\pi}{3}.$$



obr.11



Takže  $\delta_{z_1}^+ = \delta_{z_1}^- = \frac{\delta + \frac{1}{2}(-\mu_x - \sqrt{3}\mu_y)}{\alpha},$

$$\delta_{z_2}^+ = \delta_{z_2}^- = \frac{\delta + \mu_x}{\alpha},$$

$$\delta_{z_3}^+ = \delta_{z_3}^- = \frac{\delta + \frac{1}{2}(\mu_x + \sqrt{3}\mu_y)}{\alpha},$$

odtud  $\delta_z^+ = \delta_z^- = \frac{1}{\alpha} \left\{ \delta + \min \left[ -\frac{1}{2}(\mu_x + \sqrt{3}|\mu_y|) \right] \right\}.$

Pak podmínky smontovatelnosti budou :

$$|\delta_z| < \frac{1}{\alpha}(\delta + \lambda), \lambda = \begin{cases} \mu_x & , \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_x < -|\mu_y|, \\ -\frac{1}{2}(\mu_x + \sqrt{3}|\mu_y|), & \frac{\sqrt{3}}{2}\mu_x > |\mu_y|, \end{cases}$$

a současně

$$\mu < \alpha, \text{ , jestli pro některé } j \left| \arg \mu - \frac{2\pi}{3}(j-1) \right| < \psi.$$

d) Podmínky smontovatelnosti, jestliže k představuje obvodovou čáru průřezu hřídele s drážkovým spojením.

V tomto případě k je kombinací jednoho oblouku a tří přímk, takže  $i=1,3, j=1$ . Schema výchozí orientace pro tento případ je na obr.12, kde označení odpovídá označení zavedenému na obr.8, souřadná soustava byla zavedena dle kap.4.3, přičemž K je středem kružnice a osa  $x \perp \overline{AB}$ , kde  $\overline{AB}$  je dno drážky. Ostatní označení jsou patrná z vlastního obr.12 s tím, že v důsledku řádově malého  $\psi$  lze nahradit úsečky  $\overline{AB}$ ,  $\overline{A'B'}$  kruhovými oblouky (pak  $i=1,3$ ), dále

$$\alpha_i^+ = \alpha_i^- = R, \quad \delta_1 = \delta_3 = \delta, \quad \delta_2 = \alpha,$$

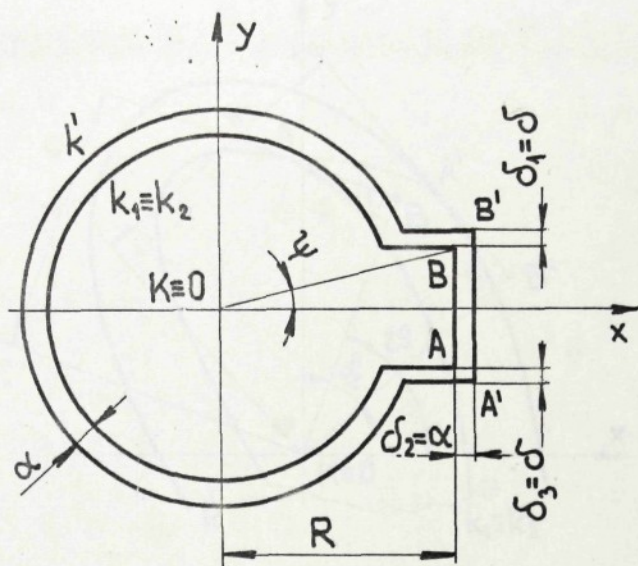
$$\chi_1 = \pi/2, \quad \chi_2 = 0, \quad \chi_3 = -\pi/3.$$

Pak podmínky smontovatelnosti budou :

$$\frac{\delta + \mu_y}{R} < \delta_2 < \frac{\delta - \mu_y}{R}, \text{ , nebo } |R\delta_2 + \mu_y| < \delta,$$

a současně

$$\mu \leq \alpha.$$



obr. 12

#### 4.5 Podmínky smontovatelnosti, jestliže $k$ je hladká, vypuklá, uzavřená křivka.

V tomto případě montovanými plochami jsou kolmé válce obecného průřezu, schema jejich orientace v rovině  $XZ$  a  $YZ$  je analogické schématu na obr. 2, průmět výchozí orientace do roviny  $XY$  je na obr. 13. Souřadná soustava byla zavedena dle kap. 4.1.

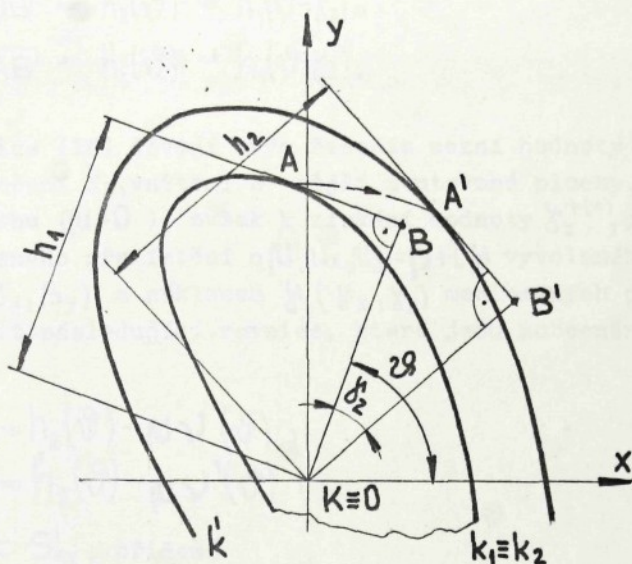
Budiž v polárních souřadnicích ( $h, \vartheta$ ) definována křivka  $k_1$  funkcí  $h_1 = h_1(\vartheta)$  a

$k$  funkcí  $h_2 = h_2(\vartheta)$ ,

pro  $k_1 \subset k \Rightarrow 0 < h_1(\vartheta) < h_2(\vartheta)$ . Přitom vůle mezi

$k_1$  a  $k$  bude :  $\alpha = \alpha(\vartheta) = h_2(\vartheta) - h_1(\vartheta)$ .





obr. 13

Argument  $\vartheta$  je  $\neq$  normály  $\overline{OB} = h_1$ , k tečně  $\overline{AB} = h'_1$  v libovolném bodě  $A \in k_1$ , s osou  $x$ , v intervalu  $\langle 0, 2\pi \rangle$ , přičemž  $h_1(0) = h_1(2\pi)$ .

Dále nechť

$$v(\cos \vartheta, \sin \vartheta) = v(\vartheta),$$

$$v'(-\sin \vartheta, \cos \vartheta) = v'(\vartheta),$$

je jednotkový vektor na  $\overline{OB}$  a jeho derivace.

0 točením  $k_1$  o  $\neq \vartheta_2$  až do dotyku s  $k$  přechází bod  $A$  v bod  $A' \in k$  (bod dotyku), který má

$$\left. \begin{array}{l} \text{normálu} \quad \overline{OB'} = h_2(\vartheta) = h_1(\vartheta - \delta_2) \text{ a} \\ \text{tečnu} \quad \overline{AB'} = \dot{h}_2(\vartheta) = \dot{h}_1(\vartheta - \delta_2). \end{array} \right\} \quad (18)$$

Rovnice (18) dávají svým řešením mezní hodnoty vzájemného pootočení  $\delta_2$ , vnitřní a vnější montované plochy, pro výchozí polohu ( $\mu=0$ ), avšak k získání hodnoty  $\delta_2^{+(-)}$ , pro případ současného přemístění o  $\mu(\mu_x, \mu_y) = \beta + l \gamma$  vyvolaného posuvem  $\beta(\beta_x, \beta_y)$  a náklonem  $\gamma(\gamma_x, \gamma_y)$  montovaných ploch je třeba řešit následující rovnice, které jsou zobecněním rovnic (18) :

$$\left. \begin{array}{l} h_1(\vartheta - \delta_2) = h_2(\vartheta) - \mu v(\vartheta), \\ \dot{h}_1(\vartheta - \delta_2) = \dot{h}_2(\vartheta) - \mu v'(\vartheta), \end{array} \right\} \quad (19)$$

pro  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ , přičemž

$$\begin{aligned} \mu v(\vartheta) &= \mu_x \cos \vartheta + \mu_y \sin \vartheta, & \mu_x &= \beta_x + l \gamma_x, \\ \mu v'(\vartheta) &= -\mu_x \sin \vartheta + \mu_y \cos \vartheta, & \mu_y &= \beta_y + l \gamma_y, \end{aligned}$$

a případně

$$\left. \begin{array}{l} h_1(\vartheta - \delta_2) = h_2(\vartheta) - \beta v(\vartheta) - l |\gamma v(\vartheta)|, \\ \dot{h}_1(\vartheta - \delta_2) = \dot{h}_2(\vartheta) - \beta v'(\vartheta) - l |\gamma v'(\vartheta)|, \end{array} \right\} \quad (20)$$

pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$ , přičemž

$$\begin{aligned} \beta v(\vartheta) &= \beta_x \cos \vartheta + \beta_y \sin \vartheta, & \gamma v(\vartheta) &= \gamma_x \cos \vartheta + \gamma_y \sin \vartheta, \\ \beta v'(\vartheta) &= -\beta_x \sin \vartheta + \beta_y \cos \vartheta, & \gamma v'(\vartheta) &= -\gamma_x \sin \vartheta + \gamma_y \cos \vartheta. \end{aligned}$$

Řešením rovnic (19) a (20) lze získat hodnoty  $\delta_2^{+(-)}$ , které dosazením do nerovnosti

$$-\delta_2^- < \delta_2 < \delta_2^+, \quad (21)$$

vyjadřující podmínku smontovatelnosti, jí dávají konkrétní podobu pro daný případ.



# Přibližný výpočet.

Hodnoty  $y_2^{+(-)}$  lze určit zjednodušeným způsobem s přesností 2. řádu, vycházejíc z toho, že vůle  $\alpha$  je řádově malé vzhledem k ostatním rozměrům součástí, takže  $1 + y_2^{+(-)}$  jsou malé a lze se tedy omezit při výpočtu na první členy Taylorovy řady funkce v bodě  $\vartheta$ :

$$\left. \begin{aligned} h_1(\vartheta - y_2) &= h_1(\vartheta) - h_1'(\vartheta) \cdot y_2, \\ h_1''(\vartheta - y_2) &= h_1''(\vartheta) - h_1'''(\vartheta) \cdot y_2. \end{aligned} \right\} (22)$$

Soustavu (22) lze s ohledem na (17) a (18) přepsat do tvaru:

$$\left. \begin{aligned} h_1(\vartheta) y_2 + \alpha(\vartheta) &= 0 \\ h_1''(\vartheta) y_2 + \alpha'(\vartheta) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_2 = -\frac{\alpha(\vartheta)}{h_1(\vartheta)} = -\frac{\alpha'(\vartheta)}{h_1''(\vartheta)} \quad (23)$$

odtud

$$\frac{\alpha'(\vartheta)}{\alpha(\vartheta)} = \frac{h_1'''(\vartheta)}{h_1''(\vartheta)} \quad (24)$$

Rovnice (24) má dvě řešení  $\vartheta^{+(-)}$ , která dosazením do vztahu (23) dávají možnost nalezení hodnot  $y_2^{+(-)}$  pro příp.  $\mu=0$ . Pro  $\mu \neq 0$  bude vůle mezi  $k_1$  a  $k$

$$\tilde{\alpha}(\vartheta) = \alpha(\vartheta) - \mu v(\vartheta),$$

analogicky ke vztahu (23) bude platit vztah

$$y_2 = -\frac{\tilde{\alpha}(\vartheta)}{h_1(\vartheta)} = -\frac{\alpha(\vartheta) - \mu v(\vartheta)}{h_1(\vartheta)}, \text{ pro } S_{1xy} \subset S'_{xy}, \quad (25)$$

ze kterého lze určit  $y_2^{+(-)}$  po dosazení  $\vartheta^{+(-)}$  z následujícího vztahu, analogického k (24):

$$\frac{\alpha'(\vartheta) + \mu v'(\vartheta)}{\alpha(\vartheta) - \mu v(\vartheta)} = \frac{h_1'''(\vartheta)}{h_1''(\vartheta)} \quad (26)$$

Zcela analogicky k (23), resp. (25) platí vztah

$$y_2 = \max_{i=1,2} \{ y_{2i} \} = \max_{i=1,2} \left\{ -\frac{\alpha(\vartheta_i) - \mu v(\vartheta_i)}{h_1(\vartheta_i)} \right\}, \quad (27)$$

pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy} \cap S_{1xy} \subset S'_{xy}$ ,

ze kterého lze určit  $\delta_z^{+(-)}$ , po dosazení hodnot  $\gamma_i^{+(-)}$ , což jsou kořeny rovnice analogické k rovnici (24), resp. (26):

$$\frac{\alpha'(\gamma) + \mu \gamma'(\gamma)}{\alpha(\gamma) - \mu \gamma(\gamma)} = \frac{h'(\gamma)}{h(\gamma)}.$$

Nakonec dosazením  $\delta_z^{+(-)}$  z rovnic (25) příp. (27) do nerovnosti (21) dostaneme podmínku nesmontovatelnosti v konkrétním vyjádření.

Pozn.

ze vztahu (27) určíme  $\delta_z^{+(-)}$  t.j. :

$$\delta_z^+ = \max_{i=1,2} \{ \delta_{zi}^+ \} = \max \{ \delta_{z1}^+, \delta_{z2}^+ \},$$

$$\delta_z^- = \max_{i=1,2} \{ \delta_{zi}^- \} = \max \{ \delta_{z1}^-, \delta_{z2}^- \}.$$

#### 4.6 Souhrn

Závěrem kapitoly 4 lze říci, že v ní byla sformulována nutná podmínka, které musí vyhovovat vzájemná prostorová poloha dvou montovaných součástí ve tvaru válců libovolného průřezu, aby mohlo dojít k jejich automatickému spojení. Tato podmínka má pak své matematické vyjádření pro každý průřez ve vztahu mezi možnými vzájemnými odchylkami montovaných ploch v prostoru a vůlí mezi nimi. Tyto vztahy nazývané podmínkami smontovatelnosti byly odvozeny pro nejčastěji se vyskytující průřezy.

### 5. Pravděpodobnost nesmontovatelnosti součástí při automatické montáži.

#### 5.1 Výchozí předpoklady.

Pravděpodobnost nesplnění podmínek smontovatelnosti uvedených v kapitole 4 budeme označovat jako pravděpodobnost nesmontovatelnosti  $P_N$ . Pravděpodobnost nesmontovatelnosti



udávající průměrné procento nesmontovaných montážních celků z celkového množství celků určitého druhu, může sloužit kritériem vhodnosti montážního celku k automatické montáži. Opakem nesmontovatelnosti je smontovatelnost  $P_S = \bar{P}_N = 1 - P_N$ .

Podmínky smontovatelnosti vyjadřují obecně vztah mezi dovolenou odchylkou uzavíracího členu montážního rozměrového řetězce, kterou představuje vůle mezi montovanými plochami a skutečnou odchylkou mezi těmito plochami v důsledku jejich vzájemného přemístění (nepřesnosti vzájemné orientace).

Hodnota vůle, jak známo závisí na skutečných rozměrech montovaných ploch, podmíněných výrobou montovaných součástí, t.j. na náhodných veličinách, a jako taková, je také náhodnou veličinou.

Hodnota vzájemného přemístění (posuvů, náklonů a pootočení) montovaných ploch závisí na skutečných rozměrech všech prvků montážní technologické soustavy, které jsou členy příslušných montážních rozměrových řetězců, t.j. kromě skutečných rozměrů montovaných součástí sem patří skutečné rozměry příslušných součástí montážního automatu, podmíněné jejich výrobou a seřazením. Jde tedy opět o náhodné veličiny, a tudíž i vzájemné přemístění je veličinou náhodnou.

Protože rozměry montovaných ploch součástí mají zpravidla, jak ukázala statistická sledování, rozdělení blízké normálnímu (Gaussovu), bude rozdělení vůle ( $\alpha_i, \delta_i$ ) rovněž normální.

Posuvy  $\beta_x, \beta_y$ , náklony  $\gamma_x, \gamma_y$  a pootočení  $\gamma_z$  jsou výsledkem značného počtu náhodných odchylek a lze je tudíž v souladu s centrální limitní větou považovat rovněž za náhodné veličiny s normálním rozdělením.

Kromě toho, jak ukazuje praxe, odchylky těchto veličin od teoretické (výchozí) polohy jsou symetrické, t.j. jejich matematické naděje jsou nulové ( $E\beta_x = E\beta_y = E\gamma_x = E\gamma_y = E\gamma_z = 0$ ). V případě, že tomu tak není, t.j. existují i systematické odchylky těchto veličin, je nutno odstranit příčiny těchto systematických odchylek, neboť silně zvyšují pravděpodobnost nesmontovatelnosti.

Další výpočty jsou tedy založeny na hypotetickém předpokladu (částečně již praxí ověřeném), že veličiny  $\beta_x, \beta_y, \gamma_x, \gamma_y$  a  $\gamma_z$  mají normální rozdělení pravděpodobnosti, jejich střední hodnota je nulová a jsou statisticky nezávislé.

Jelikož  $E\alpha_i, E\delta_i, \sigma_\alpha, \sigma_{\beta_x}, \sigma_{\beta_y}, \sigma_{\gamma_x}, \sigma_{\gamma_y}$  a  $\sigma_{\gamma_z}$  jsou řádově malé ve srovnání s rozměry  $a_i, b_j, l$ , součastí, lze příslušné náhodné veličiny linearizovat.

## 5.2 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$ , montovaných ploch u nichž $K$ je kružnice.

Určení  $P_N$  provedeme nejdříve za předpokladu, že  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$  a to pro jednorozměrné rozdělení odchylek a pak pro dvourozměrné kruhové a dvourozměrné eliptické rozdělení. Poté určíme  $P_N$  pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$  v téže posloupnosti.

### 5.2.1 Základní předpoklad $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ .

#### 5.2.1.1 $P_N$ pro jednorozměrné rozdělení odchylek ( $\sigma_{\mu_x} \neq 0, \sigma_{\mu_y} = 0$ ).

Podmínka nesmontovatelnosti pro daný případ je dána vztahem (1), t.j.  $|\mu| > \alpha$  (přitom je třeba mít na zřeteli, že v tomto případě  $|\mu| = |\mu_x|$  což platí v celém rozsahu kap.5.2.1, tohoto zjednodušení užívám všude, kde je z názvu kapitoly zřejmé o jakou veličinu jde). Pak pravděpodobnost nesmontovatelnosti bude :

$$P_N = P(|\mu| = |\mu_x| > \alpha) = P(\alpha - \mu < 0)$$

Pro nalezení  $P_N$  je třeba znát rozdělení náhodných veličin  $\alpha$  a  $\mu$ . Dle předpokladů, uvedených v kap.5.1, mají obě veličiny rozdělení normální :

$$\alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha), \text{ o hustotě } p_\alpha(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} e^{-\frac{(a-E\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2}},$$



$$\mu_x \in N(0, \sigma_{\mu_x}), \text{ o hustotě } p_{\mu_x}(m_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left[-\frac{m_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right],$$

pak rozdělení veličiny  $|\mu_x|$  t.j. přemístění bez ohledu na jeho smysl bude mít hustotu :

$$p_{|\mu_x|}(m_x) = 2p_{\mu_x}(m_x) = \begin{cases} 0 & , \text{ pro } m_x < 0, \\ \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left[-\frac{m_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right] & , \text{ pro } m_x \geq 0. \end{cases}$$

Uvedu tři způsoby odvození  $P_N$  :

a) nechť  $\xi = |\mu_x| - \alpha$ , kde  $\xi$  jakožto funkce náhodných veličin může nabývat hodnot  $Z$  a má hustotu pravděpodobnosti

$$p_{\xi}(z) = p_{\alpha}(a) * p_{|\mu_x|}(m_x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\alpha}(a) \cdot p_{|\mu_x|}(z+a) da = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\alpha}} \exp\left[-\frac{(a-E\alpha)^2}{2\sigma_{\alpha}^2}\right] \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left[-\frac{(a+z)^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right] da,$$

$$\text{pak } P_N = P(\xi = |\mu_x| - \alpha > 0) = \int_0^{\infty} p_{\xi}(z) dz,$$

b) jestliže  $|\mu_x| = m_x$ , pak :

$$P_N = P(|\mu_x| > \alpha) = \sum_{m_x} P(|\mu_x| = m_x) P(\alpha < m_x),$$

a přechodem ke spojitým veličinám

$$P_N = \int_0^{\infty} p_{|\mu_x|}(m_x) P(\alpha < m_x) dm_x = \int_0^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left[-\frac{m_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right] \Phi\left[\frac{m_x - E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right] dm_x.$$

Provedeme substituci :  $m_x = \sigma_{\mu_x} \cdot u$ ,  $dm_x = \sigma_{\mu_x} du$ , pak

$$P_N = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] \Phi\left[\frac{\sigma_{\mu_x} u - E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right] du.$$

c) v případě, že  $E\alpha \geq 3\sigma_\alpha$ , bude  $P(\alpha < 0)$  zanedbatelná, přitom nesmontovatelnost zleva a zprava (myšleno ve směru osy  $x$ ) lze s dostatečnou přesností považovat za disjunkt-ní jevy, pro jejichž pravděpodobnost platí  $P_N^- = P_N^+$ , takže  $P_N = P_N^- + P_N^+ = 2P_N^+$ .  
Přitom  $P_N^+ = P(\mu_x > \alpha) = P(\alpha - \mu_x < 0)$ , protože však

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha) \\ \mu_x \in N(0, \sigma_{\mu_x}) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha - \mu_x) \in N(E\alpha, \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{\mu_x}^2}),$$

bude

$$P_N^+ = \Phi\left(\frac{-E\alpha}{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{\mu_x}^2}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{\mu_x}^2}}\right),$$

pak

$$P_N = 2\left[1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{\mu_x}^2}}\right)\right].$$

Tento vztah, ač přibližný, je velmi vhodný pro praktické výpočty.

#### 5.2.1.2 $P_N$ pro dvourozměrné rozdělení odchylek ( $\sigma_{\mu_x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu_y} \neq 0$ ).

Praxe ukazuje, že rozdělení odchylek uzavírajícího členu montážního řetězce bývá většinou blízké dvourozměrnému normálnímu rozdělení.

Nesmontovatelnost  $P_N$  v tomto příp. určujeme opět jako pravděpodobnost nesplnění podmínky smontovatelnosti (1) t.j.  $\mu > \alpha$  takže

$$P_N = P(\mu > \alpha) = P(\mu - \alpha > 0)$$

kde  $\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$ , jakožto náhodná veličina, která může nabývat hodnot  $m > 0$  má Rayleighovo rozdělení o hustotě  $p_\mu(m)$ , neboť je funkcí soustavy náhodných veličin  $(\mu_x, \mu_y)$ , které mají normální rozdělení:

$$\mu_x \in N(E\mu_x = 0, \sigma_{\mu_x}),$$

$$\mu_y \in N(E\mu_y = 0, \sigma_{\mu_y}).$$



Vále  $\alpha$ , jakožto náhodná veličina, která může nabývat hodnot  $\alpha$  má normální rozdělení

$$\alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha) \text{ o hustotě } p_\alpha(\alpha)$$

a)  $P_N$  pro dvourozměrné kruhové rozdělení odchylek  
(  $\sigma_{\mu x} = \sigma_{\mu y} = \sigma_\mu$  ).

Pro tento případ  $\mu_x, \mu_y \in N(0, \sigma_\mu)$ , a  $\mu$  má rozdělení Rayleighovo o hustotě

$$p_\mu(m) = \frac{m}{\sigma_\mu^2} \exp(-m^2/2\sigma_\mu^2), \quad m \geq 0$$

Vále  $\alpha$  má rozdělení Gaussovo o hustotě

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\alpha} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha - E\alpha}{\sigma_\alpha}\right)^2\right]$$

Označíme-li  $\xi = \mu - \alpha$ , dostáváme novou náhodnou veličinu, jakožto funkci soustavy náhodných veličin ( $\mu, \alpha$ ), která může nabývat hodnot  $z > 0$  a má hustotu:

$$\begin{aligned} p_\xi(z) &= p_\alpha(\alpha) * p_\mu(m) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\alpha(\alpha) p_\mu(z + \alpha) d\alpha = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\alpha} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha - E\alpha}{\sigma_\alpha}\right)^2\right] \frac{z + \alpha}{\sigma_\mu^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z + \alpha}{\sigma_\mu}\right)^2\right] d\alpha \end{aligned}$$

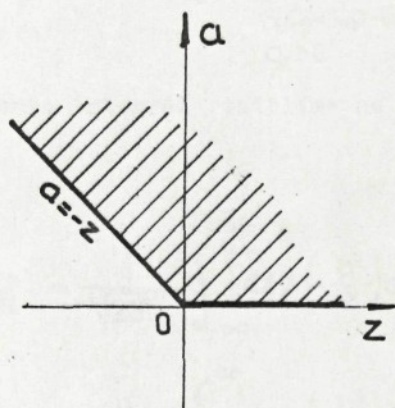
Potom

$$\begin{aligned} P_N &= (\xi = \mu - \alpha > 0) = \int_0^{\infty} p_\xi(z) dz = \\ &= \int_{z=0}^{\infty} \int_{\alpha=-z}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\alpha} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha - E\alpha}{\sigma_\alpha}\right)^2\right] \frac{z + \alpha}{\sigma_\mu^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z + \alpha}{\sigma_\mu}\right)^2\right] d\alpha dz, \end{aligned}$$

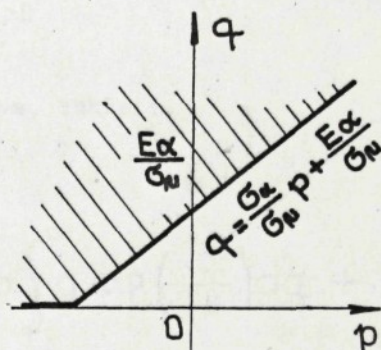
integrační meze (viz obr.14) vyplývají ze vztahů :

$$z > 0 \Rightarrow z(0, \infty) ,$$

$$a + z > 0 \Rightarrow a > -z \Rightarrow a(-z, \infty) .$$



obr.14



obr.15

Provedeme substituci :

$$a = \sigma_{\alpha} p + E\alpha , \quad p = (a - E\alpha) / \sigma_{\alpha} ,$$

$$a + z = \sigma_{\mu} q , \quad q = (a + z) / \sigma_{\mu} ,$$

kde  $p, q$  jsou nové proměnné, jejichž integrační meze (viz obr.15) budou :

$$a + z > 0 \Rightarrow q = (a + z) / \sigma_{\mu} > 0 ,$$

$$z > 0 \Rightarrow z = a + z - a = \sigma_{\mu} q - \sigma_{\alpha} p - E\alpha > 0 ,$$



$$\text{odtud } q \geq \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_\mu} p + \frac{E\alpha}{\sigma_\mu} \Rightarrow \begin{cases} p=0 ; q=E\alpha/\sigma_\mu \\ q=0 ; p=-E\alpha/\sigma_\alpha \end{cases},$$

$$\text{takže } R_N = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \int_{\substack{\sigma_\mu q - \sigma_\alpha p - E\alpha > 0 \\ q > 0}} q \exp\left(-\frac{q^2 + p^2}{2}\right) dp dq.$$

Tento integrál rozdělíme na dva, takže :

$$\begin{aligned} R_N &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp \int_0^\infty q \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) dq + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}}^\infty \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp \int_{\frac{\sigma_\alpha p}{\sigma_\mu} + \frac{E\alpha}{\sigma_\mu}}^\infty q \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) dq = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp \left[ -\exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \right]_0^\infty + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}}^\infty \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp \left[ -\exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \right]_{\frac{\sigma_\alpha p + E\alpha}{\sigma_\mu}}^\infty = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}} \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}}^\infty \exp\left[-\frac{p^2}{2} - \frac{(\sigma_\alpha p + E\alpha)^2}{2\sigma_\mu^2}\right] dp = \\ &= \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}}^\infty \exp\left[-\frac{p^2}{2} - \frac{(\sigma_\alpha p + E\alpha)^2}{2\sigma_\mu^2}\right] dp. \end{aligned}$$

Úpravou exponentu v uvedeném výrazu

$$\begin{aligned}
 & -\frac{p^2}{2} - \frac{(\sigma_\alpha p + E\alpha)^2}{2\sigma_\mu^2} = -\frac{(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)p^2 + 2E\alpha\sigma_\alpha p + (E\alpha)^2}{2\sigma_\mu^2} = \\
 & = -\frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}{2\sigma_\mu^2} \left[ p^2 + 2\frac{E\alpha\sigma_\alpha p}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} + \frac{(E\alpha)^2\sigma_\alpha^2}{(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)^2} + \frac{(E\alpha)^2}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} - \frac{(E\alpha)^2\sigma_\alpha^2}{(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)^2} \right] = \\
 & = -\frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}{2\sigma_\mu^2} \left[ \left( p - \frac{E\alpha\sigma_\alpha}{\sigma_\mu\sigma_\alpha} \right)^2 + \frac{(E\alpha)^2\sigma_\mu^2 + (E\alpha)^2\sigma_\alpha^2 - (E\alpha)^2\sigma_\alpha^2}{(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)^2} \right] = \\
 & = -\frac{(E\alpha)^2}{2(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)} - \frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}{2\sigma_\mu^2} \left( p + \frac{E\alpha\sigma_\alpha}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} \right)^2,
 \end{aligned}$$

nabývá výraz tvar

$$P_N = \Phi\left(-\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(E\alpha)^2}{2(\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2)}\right] \int_{-\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}}^{\infty} \exp\left[-\frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}{2\sigma_\mu^2} \left(p + \frac{E\alpha\sigma_\alpha}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}\right)\right] dp.$$

Další substitucí :

$$w = \left( p + \frac{E\alpha\sigma_\alpha}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} \right) \sqrt{\frac{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}{\sigma_\mu^2}}, \quad dp = \frac{\sigma_\mu dw}{\sqrt{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2}},$$

a zavedením  $s = \sqrt{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} = \sqrt{\sigma_\beta^2 + l^2\sigma_y^2 + \sigma_\alpha^2}$ ,

takže pro  $p = -E\alpha/\sigma_\alpha$  bude :

$$w = \frac{s}{\sigma_\mu} \left( -\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha} + \frac{E\alpha\sigma_\alpha}{\sigma_\mu^2 + \sigma_\alpha^2} \right) = -\frac{E\alpha\sigma_\mu}{\sigma_\alpha s}, \quad dp = \frac{\sigma_\mu}{s} dw,$$



výsledný výraz pro  $P_N$ , v daném případě, bude :

$$P_N = 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{\sigma_N}{S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{E\alpha\sigma_N}{\sigma_\alpha S}}^{\infty} \exp\left[-\frac{w^2}{2}\right] dw =$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{\sigma_N}{S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] \cdot \Phi\left(\frac{E\alpha\sigma_N}{\sigma_\alpha S}\right). \quad (28)$$

V příp., že montované plochy nejsou vůči sobě nakloněny ( $\gamma = 0$ ), ale pouze vzájemně posunuty o  $\beta$ , bude :

$$P_N = 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{\sigma_\beta}{\sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}} \exp\left[-\frac{(E\alpha)^2}{2(\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2)}\right] \Phi\left[\frac{E\alpha\sigma_\beta}{\sigma_\alpha \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}}\right]. \quad (29)$$

Poznámka :

v praxi obvykle bývá  $\frac{E\alpha\sigma_N}{\sigma_\alpha S} \geq 3$  , (30)

a protože  $\sigma_N < S$ , bude také  $\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha} \geq 3$  , takže

$$\Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) \approx \Phi\left(\frac{E\alpha\sigma_N}{\sigma_\alpha S}\right) \approx 1$$

Takže lze  $P_N$  určovat s dostatečnou přesností dle vzorce :

$$P_N = \frac{\sigma_N}{S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right]. \quad (31)$$

b)  $P_N$  pro dvourozměrné eliptické rozdělení odchylek ( $\sigma_{Nx} \neq \sigma_{Ny}$ ).

V tomto případě, vzájemné přemístění součástí ve směru osy  $x$  a  $y$ , jakožto náhodné veličiny mají rozdělení nor-

mátní t.j.

$$\mu_x \in N(0, \sigma_{\mu_x}) \quad , \quad \sigma_{\mu_x} = \sqrt{\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta_y}^2} \quad ,$$

$$\mu_y \in N(0, \sigma_{\mu_y}) \quad , \quad \sigma_{\mu_y} = \sqrt{\sigma_{\beta_y}^2 + l^2 \sigma_{\delta_x}^2} \quad ,$$

s hustotami pravděpodobnosti

$$p_{\mu_x}(\mu_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left(-\frac{\mu_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right) \quad ,$$

$$p_{\mu_y}(\mu_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_y}} \exp\left(-\frac{\mu_y^2}{2\sigma_{\mu_y}^2}\right) \quad .$$

Tyto veličiny tvoří soustavu  $(\mu_x, \mu_y)$ , jejíž rozdělení je opět normální, s hustotou pravděpodobnosti

$$p_{\mu_x, \mu_y}(\mu_x, \mu_y) = p_{\mu_x}(\mu_x) p_{\mu_y}(\mu_y) = \frac{1}{2\pi \sigma_{\mu_x} \sigma_{\mu_y}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_x^2}{\sigma_{\mu_x}^2} + \frac{\mu_y^2}{\sigma_{\mu_y}^2}\right)\right] \quad .$$

Výsledné přemístění  $\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2}$ , jakožto náhodná veličina, je funkcí náhodných veličin soustavy  $(\mu_x, \mu_y)$  a má v tom příp. rozdělení dané hustotou pravděpodobnosti

$$p_{\mu}(\mu) = \int_0^{2\pi} [p_{\mu_x}(\mu, \vartheta) \cdot p_{\mu_y}(\mu, \vartheta)] |J| d\vartheta \quad ,$$

kde  $|J| = m$  je jakobián soustavy transformačních rovnic :

$$m_x = m \cdot \cos \vartheta \quad , \quad m_y = m \cdot \sin \vartheta \quad , \quad \text{takže}$$



$$\begin{aligned} p_{\mu}(m) &= \frac{m}{2\pi\sigma_{\mu x}\sigma_{\mu y}} \int_0^{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(m\cos\vartheta)^2}{\sigma_{\mu x}^2} + \frac{(m\sin\vartheta)^2}{\sigma_{\mu y}^2}\right]\right\} d\vartheta = \\ &= \frac{m}{2\pi\sigma_{\mu x}\sigma_{\mu y}} \exp\left[-m^2\left(\frac{1}{4\sigma_{\mu x}^2} + \frac{1}{4\sigma_{\mu y}^2}\right)\right] \int_0^{2\pi} \exp\left[-m^2\left(\frac{\cos^2\vartheta}{\sigma_{\mu x}^2} - \frac{\sin^2\vartheta}{\sigma_{\mu y}^2}\right)\right] d\vartheta. \end{aligned}$$

Zavedením  $C = \sigma_{\mu x} / \sigma_{\mu y}$ , bude

$$p_{\mu}(m) = \frac{m}{C\sigma_{\mu x}^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_{\mu x}^2}\right) \exp\left[-\frac{m^2(1-C^2)}{4C^2\sigma_{\mu x}^2}\right] \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{m^2(1-C^2)}{4C^2\sigma_{\mu x}^2} \cos 2\vartheta\right] d\vartheta,$$

dále označíme  $K = \frac{m^2(1-C^2)}{4C^2\sigma_{\mu x}^2}$ ,  $I_0(K) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{K\cos 2\vartheta} d\vartheta$ .

Potom konečná hustota pravděpodobnosti výsledné odchylky bude :

$$p_{\mu}(m) = \frac{m}{C\sigma_{\mu x}^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_{\mu x}^2}\right) \left[ e^{-K} I_0(K) \right],$$

výraz  $[e^{-K} I_0(K)]$  je tabelován ( $I_0$  je modifikovaná Besselova funkce 1. druhu nultého řádu).

Potom pravděpodobnost nesmontovatelnosti lze vyjádřit opět jako pravděpodobnost neplatnosti vztahu (1), resp. platnosti vztahu  $\mu > \alpha$ , takže

$$R_n = P(\mu > \alpha) = \sum_m P(\mu = m) P(\alpha < m),$$

kde  $P(\alpha < m) = \Phi\left(\frac{m - E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right)$ ,

přechodem ke spojitým veličinám dostáváme konečný výraz pro

$$\text{pravděpodobnost nesmontovatelnosti : } P_N = \int_0^{\infty} p_{\mu}(m) \Phi\left(\frac{m - E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right) \cdot dm = \\ = \int_0^{\infty} \frac{m}{c \sigma_{\mu x}^2} \exp\left(-\frac{m^2}{2\sigma_{\mu x}^2}\right) \left[\exp(-K) I_0(K)\right] \Phi\left(\frac{m - E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right) dm \quad (32)$$

Výpočet  $P_N$  dle tohoto vztahu je pracný, ale je možné jej tabulovat pomocí hodnot získaných na samočinném počítači, také je možné na místo vztahu (32) použít vztah (28),

$$\text{jestliže } \frac{1}{3} < \frac{\sigma_{\mu y}}{\sigma_{\mu x}} < 3, \text{ nebo (31),}$$

$$\text{jestliže platí (30), kde bereme } \sigma_{\mu} = \sqrt{\frac{\sigma_{\mu x}^2 + \sigma_{\mu y}^2}{2}}.$$

### 5.2.2 Základní předpoklad $S_{2xy} \subset S_{xy}; |U_i| = N$ .

Pro tento předpoklad je podmínka smontovatelnosti dána vztahem (3), t.j.  $|\beta \pm \gamma| \leq \alpha$ , a protože nás zajímá velikost vzájemného přemístění bez ohledu na jeho smysl, budeme, coby pravděpodobnost nesmontovatelnosti, zjišťovat pravděpodobnost vztahu  $|\beta \pm \gamma| > \alpha$ .

#### 5.2.2.1 $P_N$ pro jednorozměrné rozdělení odchylek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ , $\sigma_{\mu y} = 0$ ).

Pro tento příp. má vztah  $|\beta \pm \gamma| \leq \alpha$  tvar  $|\beta| + |\gamma| \leq \alpha$ .

Pak pravděpodobnost nesmontovatelnosti

$$P_N = P(|\beta| + |\gamma| > \alpha) = P(\alpha - |\beta| - |\gamma| < 0),$$

kde vůle, dle výše uvedeného předpokladu je náhodná veličina  $\alpha \in N(E\alpha, \sigma_{\alpha})$  a celkové přemístění  $|\beta| + |\gamma|$  je funkcí soustavy náhodných veličin  $(|\beta|, |\gamma|)$ , které mohou nabývat hodnot  $b \geq 0$ ,  $c \geq 0$ , přičemž

$$\beta \in N(0, \sigma_{\beta}) \quad , \text{ o hustotě } p_{|\beta|}(b) = 2p_{\beta}(b) \quad , \\ \gamma \in N(0, \sigma_{\gamma}) \quad , \text{ o hustotě } p_{|\gamma|}(c) = 2p_{\gamma}(c) \quad .$$



Za předpokladu, že  $|\beta| = b$  a  $|\gamma| = c$ , bude

$$P_N = P(\alpha < |\beta| + |\gamma|) = \sum_{b+c} P(|\beta| + |\gamma| = b+c) \cdot P(\alpha < b+c).$$

Přechodem ke spojitým veličinám

$$\begin{aligned} P_N &= \iint_{b+c>0} p_{|\beta|}(b) \cdot p_{|\gamma|}(c) db dc \int_0^{b+c} p_\alpha(a) da = \\ &= \iint_0^\infty \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_\beta} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_\beta^2}\right) \cdot \frac{2}{\sqrt{2\pi} l \sigma_\gamma} \exp\left(-\frac{c^2}{2l^2 \sigma_\gamma^2}\right) db dc \times \\ &\times \int_0^{b+c} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\alpha} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_\alpha^2}\right) da = \\ &= \iint_0^\infty \frac{2}{\pi \sigma_\beta l \sigma_\gamma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{\sigma_\beta^2} + \frac{c^2}{l^2 \sigma_\gamma^2}\right)\right] db dc \cdot \Phi\left(\frac{b+c-E\alpha}{\sigma_\alpha}\right). \end{aligned}$$

Provedením substituce :

$$\begin{aligned} b &= \sigma_\beta u, & db &= \sigma_\beta du, \\ c &= l \sigma_\gamma v, & dc &= l \sigma_\gamma dv, \end{aligned} \quad \text{bude}$$

$$P_N = \frac{2}{\pi} \iint_0^\infty \exp\left(-\frac{u^2+v^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{\sigma_\beta u + l \sigma_\gamma v - E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) du dv.$$

5.2.2.2  $P_N$  pro dvourozměrné rozdělení odchylek ( $\sigma_{\mu x} \neq 0$ ,  $\sigma_{\mu y} \neq 0$ ).

a)  $P_N$  pro dvourozměrné kruhové rozdělení odchylek ( $\sigma_{\mu x} = \sigma_{\mu y}$ ).

V tomto případě při určování  $P_N$  obecně opět vycházíme z podmínky smontovatelnosti (3), a protože nás nezajímá smysl odchylky, ale její absolutní hodnota, budeme  $P_N$  zjišťovat

jako pravděpodobnost jevu  $|\beta \pm \gamma| > \alpha$ , tedy :

$$P_N = P(|\beta \pm \gamma| > \alpha) = P(|\mu| > \alpha)$$

Pro řešení tohoto vztahu je třeba znát rozdělení náhodných veličin  $\alpha$  a  $\mu$ . Přitom vůle  $\alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha)$  a výsledná odchylka  $\mu$  je funkcí náhodných veličin  $\beta$  a  $\gamma$ , resp.  $\gamma'$ , t.j.

$$\mu = \beta + \gamma' = \begin{cases} \beta + \gamma \\ \beta - \gamma \end{cases} \Rightarrow \gamma' = \begin{cases} \gamma, & \text{pro } \beta\gamma > 0, \\ -\gamma, & \text{pro } \beta\gamma < 0, \text{ pak} \end{cases}$$

$$\mu = |\mu| = |\beta \pm \gamma| = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2 \pm 2\beta\gamma \cos \tau} = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2 + 2\beta\gamma \cos \tau},$$

kde  $\tau$  je úhel mezi vektory  $\beta$  a  $\gamma$ , který, jakožto náhodná veličina, je rovnoměrně rozdělen v intervalu  $\langle -\pi, \pi \rangle$ , tudíž úhel  $\tau'$  mezi vektory  $\beta$  a  $\gamma'$  může nabývat hodnot v intervalu  $\langle -\pi/2, \pi/2 \rangle$ , a má hustotu pravděpodobnosti  $p_\tau(t) = 2/\pi$ .

Náhodné veličiny  $\beta$  a  $\gamma$ , samy o sobě, jsou funkcemi náhodných veličin, daných jejich složkami ve směru  $x$  a  $y$  :

$$\beta = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}, \quad \beta_x \in N(0, \sigma_{\beta_x} = \sigma_\beta), \quad \beta_y \in N(0, \sigma_{\beta_y} = \sigma_\beta),$$

$$\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}, \quad \gamma_x \in N(0, \sigma_{\gamma_x} = \sigma_\gamma), \quad \gamma_y \in N(0, \sigma_{\gamma_y} = \sigma_\gamma),$$

a jako takové, mohou nabývat hodnot  $b$ ,  $c$ , přičemž mají rozdělení Rayleighovo o hustotě pravděpodobnosti :

$$p_\beta(b) = \frac{b}{\sigma_\beta^2} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_\beta^2}\right), \quad b \geq 0,$$

$$p_\gamma(c) = \frac{c}{\sigma_\gamma^2} \exp\left(-\frac{c^2}{2\sigma_\gamma^2}\right), \quad c \geq 0.$$



Potom rozdělení výsledné náhodné odchylky  $\mu$ , jakožto funkce náhodných veličin  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\tau$ , která může nabývat hodnot  $m$  bude dáno distribuční funkcí :

$$F_{\mu}(m) = P(\mu < m) = \int_0^{\pi} p_{\tau}(t) dt \iint_{b^2 + c^2 + 2bc \cos t < m^2} p_{\beta}(b) \cdot p_{\gamma}(c) db dc =$$

$$= \frac{2}{\pi \sigma_{\beta}^2 \tau^2 \sigma_{\gamma}^2} \int_0^{\pi} dt \iint_{b^2 + c^2 + 2bc \cos t < m^2} b \cdot c \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{b^2}{\sigma_{\beta}^2} + \frac{c^2}{\tau^2 \sigma_{\gamma}^2} \right) \right] db dc.$$

Potom hustota pravděpodobnosti  $\mu$ , bude :

$$p_{\mu}(m) = dF_{\mu}(m) / dm,$$

$$\text{jestliže } \mu = m, \quad \text{pak } P_N = P(\mu = m) \cdot P(\alpha < m)$$

a přechodem ke spojitým veličinám, bude :

$$P_N = \int_0^{\infty} p_{\mu}(m) P(\alpha < m) dm = \int_0^{\infty} p_{\mu}(m) \Phi \left( \frac{m - E\alpha}{\sigma_{\alpha}} \right) dm.$$

b)  $P_N$  pro dvourozměrné eliptické rozdělení odchylek  
 $(\sigma_{\mu x} \neq \sigma_{\mu y})$ .

Odvození vztahu pro  $P_N$ , v daném příp., je značně zdlouhavé, a také sám vztah je pro svou složitost v běžné praxi těžko použitelný, a protože ve většině případů, t.j. kdy  $\frac{1}{3} < \frac{\sigma_{\mu y}}{\sigma_{\mu x}} < 3$ , lze plně vystačit se vztahem pro  $P_N$ , platným pro kruhové rozdělení, ztrácí toto odvození svůj význam.

Proto i v dalším obecné odvození vztahů pro  $P_N$ , kdy spojované plochy mají průřez prizmatický, kombinovaný, příp. omezený hladkou vypuklou křivkou, nebudu dovádět do konečné-

ho tvaru a omezím se na ilustraci metod výpočtu  $P_N$  pro nejčastěji se v praxi vyskytující průřezy montovaných ploch, uvedeného typu. Tím bude dána představa o metodice, kterou lze použít pro určení  $P_N$  ve všech ostatních případech.

### 5.3 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$ , montovaných ploch u nichž $K$ je $n$ -úhelník.

Při odvození vztahu pro  $P_N$ , vycházíme opět z podmínek smontovatelnosti, které jsou v tomto případě dány vztahem (7), který popisuje jev, jehož pravděpodobností je pravděpodobnost smontovatelnosti  $P_S$ , takže

$$P_S = P(-\delta_z^- < \delta_z < \delta_z^+) = 1 - P_N \Rightarrow P_N.$$

K praktickému použití tohoto vztahu je nutné znát rozdělení náhodných veličin  $\delta_z^+$  a  $\delta_z^-$ , pak za předpokladu normálního rozdělení veličiny  $\delta_z$  lze konkrétně vyjádřit  $P_S$ , resp.  $P_N$ .

Celý postup bude ukázán na příkladě součástí, jejichž montované plochy mají obdélníkový průřez.

Výchozí podmínky smontovatelnosti pro tento případ budou dány vztahem (7), t.j.

pro  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$

$$|\delta_z| \leq \min \left( \frac{\delta_x - |\beta_x + l \delta_y|}{a_y}, \frac{\delta_y - |\beta_y + l \delta_x|}{a_x} \right), \quad (33)$$

a pro  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$

$$|\delta_z| \leq \min \left( \frac{\delta_x - |\beta_x| - l |\delta_y|}{a_y}, \frac{\delta_y - |\beta_y| - l |\delta_x|}{a_x} \right). \quad (34)$$



veličiny  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  mají stejný význam jako v kap. 5.2 a význam veličin  $\sigma$ ,  $\alpha$ , je zřejmý z kap. 4.3 (obr. 5). Pro nalezení  $P_N$  jak bylo obecně uvedeno výše, je třeba znát rozdělení všech náhodných veličin figurujících ve vztazích (33) a (34). Každá z náhodných veličin  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ,  $\gamma_z$ , které mohou nabývat hodnot  $b_x$ ,  $b_y$ ,  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $c_z$ , představuje sama o sobě výslednici řady složkových náhodných chyb. Je tedy na místě předpoklad, že mají rozdělení normální, s následujícími parametry a hustotami pravděpodobnosti:

$$\beta_x \in N(E\beta_x=0, D\beta_x=\sigma_{\beta_x}^2), \quad p_{\beta_x}(b_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\beta_x}} \exp\left(\frac{-b_x^2}{2\sigma_{\beta_x}^2}\right),$$

$$\beta_y \in N(E\beta_y=0, D\beta_y=\sigma_{\beta_y}^2), \quad p_{\beta_y}(b_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\beta_y}} \exp\left(\frac{-b_y^2}{2\sigma_{\beta_y}^2}\right),$$

$$\gamma_x \in N(E\gamma_x=0, D\gamma_x=\sigma_{\gamma_x}^2), \quad p_{\gamma_x}(c_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_x}} \exp\left(\frac{-c_x^2}{2\sigma_{\gamma_x}^2}\right),$$

$$\gamma_y \in N(E\gamma_y=0, D\gamma_y=\sigma_{\gamma_y}^2), \quad p_{\gamma_y}(c_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_y}} \exp\left(\frac{-c_y^2}{2\sigma_{\gamma_y}^2}\right),$$

$$\gamma_z \in N(E\gamma_z=0, D\gamma_z=\sigma_{\gamma_z}^2), \quad p_{\gamma_z}(c_z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_z}} \exp\left(\frac{-c_z^2}{2\sigma_{\gamma_z}^2}\right),$$

$$\delta_x \in N(E\delta_x=0, D\delta_x=\sigma_{\delta_x}^2), \quad p_{\delta_x}(d_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\delta_x}} \exp\left(\frac{-d_x^2}{2\sigma_{\delta_x}^2}\right),$$

$$\delta_y \in N(E\delta_y=0, D\delta_y=\sigma_{\delta_y}^2), \quad p_{\delta_y}(d_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\delta_y}} \exp\left(\frac{-d_y^2}{2\sigma_{\delta_y}^2}\right),$$

$$(\beta_x + \gamma_y) \in N[E(\beta_x + \gamma_y) = E\beta_x + E\gamma_y = 0, D(\beta_x + \gamma_y) = \sigma_{\beta_x}^2 + \sigma_{\gamma_y}^2],$$

$$(\beta_y + \gamma_x) \in N[E(\beta_y + \gamma_x) = E\beta_y + E\gamma_x = 0, D(\beta_y + \gamma_x) = \sigma_{\beta_y}^2 + \sigma_{\gamma_x}^2],$$

$$p_{\beta_x + l\delta_y}(b_x + c_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta_y}^2}} \exp \left[ \frac{-(b_x + c_y)^2}{2(\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta_y}^2)} \right],$$

$$p_{\beta_y + l\delta_x}(b_y + c_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\sigma_{\beta_y}^2 + l^2 \sigma_{\delta_x}^2}} \exp \left[ \frac{-(b_y + c_x)^2}{2(\sigma_{\beta_y}^2 + l^2 \sigma_{\delta_x}^2)} \right].$$

Potom náhodné veličiny  $|\beta_x|$ ,  $|\beta_y|$ ,  $l|\delta_x|$ ,  $l|\delta_y|$ ,  $|\delta_z|$ , a také  $|\beta_x + l\delta_y|$ ,  $|\beta_y + l\delta_x|$ , mají hustoty pravděpodobnosti :

$$p_{|\beta_x|}(b_x) = 2p_{\beta_x}(b_x), \quad b_x \geq 0; \quad p_{|\beta_y|}(b_y) = 2p_{\beta_y}(b_y), \quad b_y \geq 0,$$

$$p_{|\delta_x|}(c_x) = 2p_{\delta_x}(c_x), \quad c_x \geq 0; \quad p_{|\delta_y|}(c_y) = 2p_{\delta_y}(c_y), \quad c_y \geq 0,$$

$$p_{|\delta_z|}(c_z) = 2p_{\delta_z}(c_z), \quad c_z \geq 0;$$

$$p_{|\beta_x + l\delta_y|}(b_x + c_y) = 2p_{\beta_x + l\delta_y}(b_x + c_y), \quad b_x + c_y \geq 0,$$

$$p_{|\beta_y + l\delta_x|}(b_y + c_x) = 2p_{\beta_y + l\delta_x}(b_y + c_x), \quad b_y + c_x \geq 0.$$

5.3.1  $P_N$  pro základní předpoklad  $S_{2xy} \subset S'_{xy}$

Abychom našli pravděpodobnost smontovatelnosti  $P_S$ , t.j. pravděpodobnost jevu daného platností nerovností (34), musíme určit pravděpodobnost, a tedy především rozdělení pravé strany této nerovnosti, a to pro obě části, z nichž pak bereme menší.

Pak tedy, pravděpodobnost toho, že náhodná veličina

$$\frac{\delta_x - |\beta_x| - l|\delta_y|}{c_y} \quad \text{bude větší než nějaké } C_z, \text{ bude dána}$$



za předpokladu, že  $\delta_x - |\beta_x| - l|\delta_y| = \xi$  takto :

$$F_{\xi}(c_z) = P\left(\frac{\delta_x - |\beta_x| - l|\delta_y|}{a_y} > c_z\right) = \\ = P(\xi = \delta_x - |\beta_x| - l|\delta_y| > a_y c_z) = \int_{a_y c_z}^{\infty} p_{\xi}(c_z) dc_z ,$$

kde hustota pravděpodobnosti veličiny  $\xi$  je dána konvolucí

$$p_{\xi}(c_z) = p_{\delta_x} * p_{|\beta_x|} * p_{l|\delta_y|} = \\ = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p_{\delta_x}(a_y c_z + b_x + c_y) \cdot p_{|\beta_x|}(b_x) \cdot p_{l|\delta_y|}(c_y) db_x dc_y = \\ = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\delta_x}} \exp\left[-\frac{(a_y c_z + b_x + c_y - E\delta_x)^2}{2\sigma_{\delta_x}^2}\right] \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\beta_x}} \exp\left[-\frac{b_x^2}{2\sigma_{\beta_x}^2}\right] \times \\ \times \frac{2}{\sqrt{2\pi} l \sigma_{\delta_y}} \exp\left[-\frac{c_y^2}{2l^2 \sigma_{\delta_y}^2}\right] db_x dc_y ,$$

pak tedy bude :

$$F_{\xi}(c_z) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2} l \sigma_{\beta_x} \sigma_{\delta_y} \sigma_{\delta_x}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{b_x^2}{2\sigma_{\beta_x}^2} - \frac{c_y^2}{2l^2 \sigma_{\delta_y}^2}\right) db_x dc_y \times \\ \times \int_{a_y c_z}^{\infty} \exp\left[-\frac{(a_y c_z + b_x + c_y - E\delta_x)^2}{2\sigma_{\delta_x}^2}\right] dc_z .$$

Provedením substituce :

$$\lambda = \frac{(b_x + c_y + a_y c_z - E\delta_x)}{\sigma_{\delta_x}} , \quad d\lambda = \frac{a_y}{\sigma_{\delta_x}} dc_z ,$$

$$c_z = \sigma_{\delta_x} \lambda + E\delta_x - (b_x + c_y) , \quad dc_z = \frac{\sigma_{\delta_x}}{a_y} d\lambda ,$$

nabývá výraz pro  $F_{\xi}(C_z)$  tvar

$$F_{\xi}(C_z) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2} L \sigma_{\beta x} \sigma_{\delta y}} \iint_0^{\infty} \exp\left(-\frac{b_x^2}{2\sigma_{\beta x}^2} - \frac{c_y^2}{2L^2\sigma_{\delta y}^2}\right) db_x dc_y \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda = \frac{2}{\pi L \sigma_{\beta x} \sigma_{\delta y}} \times$$

$$\times \iint_0^{\infty} \exp\left(-\frac{b_x^2}{2\sigma_{\beta x}^2} - \frac{c_y^2}{2L^2\sigma_{\delta y}^2}\right) \Phi\left(\frac{E\delta_x - b_x - c_y - a_y c_z}{\sigma_{\delta x}}\right) db_x dc_y.$$

Provedením další substituce

$$U = \sigma_{\beta x} b_x, \quad b_x = U/\sigma_{\beta x}, \quad du = \sigma_{\beta x} db_x,$$

$$V = L\sigma_{\delta y} c_y, \quad c_y = V/L\sigma_{\delta y}, \quad dv = L\sigma_{\delta y} dc_y,$$

dostáváme konečný výraz

$$F_{\xi}(C_z) = \frac{2}{\pi} \iint_0^{\infty} \exp\left(-\frac{U^2 + V^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{E\delta_x - \sigma_{\beta x} U - L\sigma_{\delta y} V - E a_y c_z}{\sigma_{\delta x}}\right) du dv. \quad (35)$$

Analogicky pravděpodobnost toho, že náhodná veličina

$$\frac{\delta_y - |\beta_y| - L|\delta_x|}{\alpha_x}$$

bude větší než nějaké  $C_z$ , bude

dáno takto :



$$\begin{aligned}
 F_{\eta}(C_z) &= P\left(\frac{\sigma_y - |\beta_y| - l|\delta_x|}{c_x} > C_z\right) = \\
 &= P(\eta = \sigma_y - |\beta_y| - l|\delta_x| > c_x C_z) = \\
 &= \frac{2}{\pi} \iint_0^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{E\sigma_y - \sigma_{\beta_y}u - l\sigma_{\delta_x}v - E c_x C_z}{\sigma_{\delta_y}}\right) du dv, \quad (36)
 \end{aligned}$$

kde  $u = \sigma_{\beta_y} b_y$  ,  $v = l\sigma_{\delta_x} C_x$  .

Nyní nalezneme rozdělení náhodné veličiny  $\xi = \min(\xi, \eta)$  .

Protože veličiny  $\xi$  a  $\eta$  jsou nezávislé, bude :

$$\begin{aligned}
 F_{\xi}(C_z) &= P(\xi > C_z) = P(\xi > C_z \wedge \eta > C_z) = \\
 &= P(\xi > C_z) \cdot P(\eta > C_z) = F_{\xi}(C_z) \cdot F_{\eta}(C_z), \quad (37)
 \end{aligned}$$

a pravděpodobnost nesmontovatelnosti bude :

$$\begin{aligned}
 P_N &= P(|\delta_z| < \xi) = P(|\delta_z| - \xi < 0) = \\
 &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma_{\delta_z}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{C_z^2}{2\sigma_{\delta_z}^2}\right) [1 - F_{\xi}(C_z)] dC_z. \quad (38)
 \end{aligned}$$

### 5.3.2 $P_N$ pro základní předpoklad $S_{xy} \subset S'_{xy}$ .

Postup při určování  $P_N$ , v tomto příp., je analogický postupu, ukázanému v kap. 5.3.1, vycházíme přitom z podmín-

ky smontovatelnosti dané vztahem (33), přičemž hledáme pravděpodobnost její platnosti, a to tak, že určujeme po částech nejprve pravděpodobnost platnosti pravé strany nerovnosti (33), a posléze nerovnosti (33) v celku.

$$\text{Nechť tedy } \frac{\delta x - |\beta_x + l\delta y|}{a_y} = \xi, \quad \frac{\delta y - |\beta_y + l\delta x|}{c_x} = \eta$$

a dále  $\min(\xi, \eta) = \xi$ , v tom příp. podmínku smontovatelnosti lze vyjádřit jako  $|\delta z| \leq \xi$ .

Potom nalezení pravděpodobnosti smontovatelnosti předpokládá nalezení rozdělení  $\xi$ ,  $\eta$  a posléze  $\xi$ , t.j.

$$F_{\xi}(c_z) = P(\xi > c_z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{E\delta x E a_y c_z - u \sqrt{\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta y}^2}}{\sigma_{\delta x}}\right) du, \quad (39)$$

$$\text{kde } U = \frac{b_x + c_x}{\sqrt{\sigma_{\beta_x}^2 + \sigma_{\delta y}^2 l^2}}, \quad \text{, analogicky}$$

$$F_{\eta}(c_z) = P(\eta > c_z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{E\delta y E a_x c_z - u \sqrt{\sigma_{\beta_y}^2 + l^2 \sigma_{\delta x}^2}}{\sigma_{\delta y}}\right) du, \quad (40)$$

$$\text{kde } U = \frac{b_y + c_y}{\sqrt{\sigma_{\beta_y}^2 + \sigma_{\delta x}^2 l^2}}.$$

Další postup určení  $F_{\xi}(c_z)$ , a nakonec  $P_N$ , je zcela analogický, a příslušné vztahy (41) a (42) jsou v obecné formě stejné, jako vztahy (37) a (38) v kap. 5.3.1, a proto je neuvádím.

Naznačená metodika dovoluje nalézt  $P_N$  i pro ostatní prizmatické montované plochy.

### 5.3.3 Zjednodušený způsob výpočtu $P_N$ , je-li $k$ obdélník.

Zjednodušený způsob výpočtu  $P_N$ , pro uvedený případ, spočívá v odvození přibližných vzorců pro funkce  $F_{\xi}(c_z)$  a  $F_{\eta}(c_z)$ , které i přes menší přesnost jsou vhodné pro praktické výpočty, místo vzorců (35) a (36), uvedených v kap. 5.3.1,



příp. místo vzorců (39) a (40) uvedených v kap.5.3.2, další postup je stejný jako v případě užití vzorců přesných. Způsob výpočtu uvedu pro oba základní předpoklady.

### 5.3.3.1 $P_N$ pro základní předpoklad $S_{xy} \subset S'_{xy}$

Podstata tohoto způsobu výpočtu spočívá v tom, že náhodná veličina

$$K_{\xi}(C_z) = \delta_x - |\beta_x + l\delta_y| - a_y C_z = \delta_x - |\mu_x| - a_y C_z$$

představuje funkci (součet) tří náhodných veličin, z nichž jedna má rozdělení odpovídající rozdělení absolutních hodnot veličiny s rozdělením normálním a dvě zbývající mají rozdělení normální. Pak, dle centrální limitní věty, je součet takových veličin náhodnou veličinou, s rozdělením blízkým normálnímu, a lze tedy psát :

$$K_{\xi}(C_z) \in N[E K_{\xi}(C_z), D K_{\xi}(C_z)].$$

Z toho vycházejíc, lze určit parametry  $E K_{\xi}(C_z)$  a  $D K_{\xi}(C_z)$ , takového předpokládaného normálního rozdělení a pomocí nich i funkci

$$F_{\xi}(C_z) = P(\delta_x - |\beta_x + l\delta_y| - a_y C_z > 0) = P[K_{\xi}(C_z) > 0].$$

Tudíž matematické naděje určovaného rozdělení bude :

$$E K_{\xi}(C_z) = E \delta_x - E |\mu_x| - E a_y C_z.$$

K jejímu určení je třeba znát matematickou naději  $E |\mu_x|$ , kterou určím na základě hustoty pravděpodobnosti veličiny  $\mu_x$ , která má rozdělení normální, t.j.

$$\mu_x \in N(E\mu_x=0, D\mu_x=\sigma_{\mu_x}^2),$$

$$p_{\mu_x}(m_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left(-\frac{m_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right), \quad m_x \in (-\infty, +\infty).$$

Potom hustota pravděpodobnosti veličiny  $|\mu_x|$  bude:

$$p_{|\mu_x|}(m_x) = 2 p_{\mu_x}(m_x), \quad m_x \in (0, +\infty),$$

a tedy matematické naděje veličiny  $|\mu_x|$ , bude:

$$\begin{aligned} E|\mu_x| &= \int_0^{\infty} m_x p_{|\mu_x|}(m_x) dm_x = \\ &= 2 \int_0^{\infty} \frac{m_x}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\mu_x}} \exp\left(-\frac{m_x^2}{2\sigma_{\mu_x}^2}\right) dm_x. \end{aligned}$$

Provedením substituce

$$u = m_x / \sigma_{\mu_x}, \quad du = dm_x / \sigma_{\mu_x},$$

$$m_x = u \cdot \sigma_{\mu_x}, \quad dm_x = du \cdot \sigma_{\mu_x},$$

a s ohledem na to, že  $\int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = 1$ , bude:

$$E|\mu_x| = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\mu_x} \int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\mu_x}, \quad \text{takže}$$

$$EK_{\xi}(c_z) = E\delta_x - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\mu_x} - E a_y c_z = E\delta_x - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta_y}^2} - E a_y c_z.$$



disperze určeného rozdělení bude :

$$DK_{\xi}(C_z) = \sigma_{\delta x}^2 + \sigma_{|\mu x|}^2 + \sigma_{ay}^2 C_z^2$$

K jejímu určení je třeba znát disperzi  $\sigma_{|\mu x|}^2$ , kterou určíme ze vztahu :

$$\sigma_{|\mu x|}^2 = E|\mu x|^2 - (E|\mu x|)^2, \text{ kde}$$

$$E|\mu x|^2 = \int_{|\mu x|}^{\infty} m_x^2 p(m_x) dm_x = \frac{\sigma_{\mu x}^2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} u^2 \exp(-\frac{u^2}{2}) du = \sigma_{\mu x}^2.$$

Při řešení tohoto integrálu byla provedena substituce

$$u = m_x / \sigma_{\mu x}, \quad du = dm_x / \sigma_{\mu x},$$

$$m_x = u \sigma_{\mu x}, \quad dm_x = du \sigma_{\mu x},$$

a bylo využito vztahu  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} u^2 \exp(-\frac{u^2}{2}) du = 1$ ,

potom  $\sigma_{|\mu x|}^2 = \sigma_{\mu x}^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\mu x}\right)^2 = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \sigma_{\mu x}^2$ .

Hledaná disperze pak bude :

$$\begin{aligned} DK_{\xi}(C_z) &= \sigma_{\delta x}^2 + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \sigma_{\mu x}^2 + \sigma_{ay}^2 C_z^2 = \\ &= \sigma_{\delta x}^2 + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) (\sigma_{\beta x}^2 + l^2 \sigma_{\gamma y}^2) + \sigma_{ay}^2 C_z^2. \end{aligned}$$

Konečně výsledný tvar funkce  $F_{\xi}(C_z)$  bude

$$F_{\xi}(C_z) = P[K_{\xi}(C_z) > 0] = \Phi \left[ \frac{EK_{\xi}(C_z)}{\sqrt{DK_{\xi}(C_z)}} \right], \quad (43)$$

analogicky bude

$$F_{\eta}(C_z) = P[K_{\eta}(C_z) > 0] = \Phi \left[ \frac{EK_{\eta}(C_z)}{\sqrt{DK_{\eta}(C_z)}} \right]. \quad (44)$$

Takto získané  $F_{\xi}(C_z)$  a  $F_{\eta}(C_z)$  dovolují určit  $F_{\xi}(C_z)$  a posléze  $P_N$ , přičemž postup je obdobný a příslušné vztahy formálně stejné jako v kap. 5.3.2, t.j. vztahy (43) a (44) nahrazují vztahy (39) a (40).

### 5.3.3.2 $P_N$ pro základní předpoklad $S_{2xy} \subset S'_{xy}$

Postup nalezení vztahů pro  $F_{\xi}(C_z)$  a  $F_{\eta}(C_z)$ , v daném případě, je analogický postupu naznačenému v kap. 5.3.3.1, a také formálně jsou tyto vztahy (45 a 46) shodné se vztahy (43) a (44), s tím, že náhodné veličiny  $K_{\xi}(C_z)$  a  $K_{\eta}(C_z)$  jsou

$$K_{\xi}(C_z) = \delta_x - |\beta_x| - l|\delta_y| - a_y C_z,$$

$$K_{\eta}(C_z) = \delta_y - |\beta_y| - l|\delta_x| - a_x C_z.$$

Přitom matematická naděje a disperze těchto veličin, které dosazujeme do vztahů (45) a (46), bude :

$$EK_{\xi}(C_z) = E\delta_x - \sqrt{\frac{2}{\pi}}(\sigma_{\beta_x} - l\sigma_{\delta_y}) - C_z E a_y,$$

$$DK_{\xi}(C_z) = \sigma_{\delta_x}^2 + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) [\sigma_{\beta_x}^2 + l^2 \sigma_{\delta_y}^2] + C_z^2 \sigma_{a_y}^2.$$



Změnou indexů  $\xi$  za  $\eta$  v těchto vztazích získáme vztahy pro  $E K_{\eta}(C_2)$  a  $D K_{\eta}(C_2)$ .

Další určení funkce  $F_{\xi}(C_2)$ , a posléze pravděpodobnosti  $P_N$ , je stejné jako v kap.5.3.1 (vztahy pro  $F_{\xi}(C_2)$  a  $F_{\eta}(C_2)$  v tomto příp., nahrazují vztahy (35) a (36) .

Závěrem kapitoly o výpočtu  $P_N$ , pro případ, že  $k$  je obdélník (viz 5.3.1), je třeba poznamenat, že použití zjednodušených vztahů (43) a (44), na místo přesných (39) a (40), vede asi k 10% chybě, a použití zjednodušených vztahů (45) a (46), na místo vztahů (35) a (36), by mělo vykazovat chybu ještě menší.

#### 5.4 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$ , jestliže $k$ představuje kombinaci kruhových oblouků o společném středu a přímk.

Při určování podmínek smontovatelnosti pro tento případ byly v kap.4.4 zavedeny  $A$  a  $B$ , jako označení pro vylučující se náhodné jevy, vyjadřující nesmontovatelnost rovinných a válcových částí montovaných ploch.

Potom ve vztahu k rovinným částem montovaných ploch bude pravděpodobnost nesmontovatelnosti  $P_{NA} = P(A)$  a smontovatelnosti  $P_{SA} = P(\bar{A}) = 1 - P_{NA}$ , a ve vztahu k válcovým částem těchto ploch bude pravděpodobnost nesmontovatelnosti  $P_{NB} = P(B)$  a smontovatelnosti  $P_{SB} = P(\bar{B}) = 1 - P_{NB}$  . Přitom

$$\left. \begin{aligned} P_{SA} &= P(-\gamma_2^- < \gamma_2 < \gamma_2^+) \\ P_{NB} &= \frac{1}{2\pi} \sum_j \omega_j P(\mu > \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Protože  $A$  a  $B$  jsou vylučující se jevy, bude pravděpodobnost nesmontovatelnosti montované plochy jako celku

$$P_N = P_{NA} + P_{NB}$$

Pravděpodobnost  $P(\mu > \alpha_j)$ , nesmontovatelnosti montovaných ploch, tvaru kolmých kruhových válců, se v případě, že vektor  $\mu = \beta + \gamma$  má normální kruhové rozdělení, určuje pomocí vzorce (28), nebo přibližně dle vzorce (31), a v příp., že má  $\mu$  normální, eliptické rozdělení, pomocí vzorce (32).

Jako příklad určování  $P_N$ , montovaných ploch tohoto typu, provedu určení  $P_N$ , pro příp., uvedený v kap.4.4 ad b) (obr.10), za předpokladu, že  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ , přitom označení odpovídají označením zavedeným v kap.4.4.

V daném případě, vycházíme z podmínek smontovatelnosti, daných vztahy (15) a (16), t.j. :

$$|\gamma_z| < \frac{\delta - |\mu_y|}{a}$$

$$\mu < \alpha, \quad |\arg \mu| < \psi$$

První složka  $P_N$  pak bude

$$\begin{aligned} P_{NA} &= P\left(|\gamma_z| > \frac{\delta - |\mu_y|}{a}\right) = P(\delta - a|\gamma_z| - |\mu_y| < 0) = \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{-E\delta + G_{\mu y}u + EaG_{\gamma z}v}{\sigma_\delta}\right) du dv \end{aligned}$$

Nebo přibližně, za předpokladu, že veličina  $\delta - a|\gamma_z| - |\mu_y|$  má rozdělení normální

$$P_{NA} = \Phi \left\{ \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} (Ea\delta_{\gamma z} + G_{\mu y}) - E\delta}{\sqrt{(1 - \frac{2}{\pi}) [(Ea)^2 \sigma_{\gamma z}^2 + G_{\mu y}^2 + \sigma_\delta^2]}} \right\} \quad (48)$$



Druhá složka  $P_N$  bude :

$$P_{NB} = \frac{2\psi}{\pi} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{\sigma_N}{S} Q^{\frac{1}{2}} \Phi\left(\frac{E\alpha \cdot \sigma_N}{\sigma_\alpha S}\right) \right] \quad (49)$$

Nebo přibližně dle vzorce (31) :

$$P_{NB} = \frac{2\psi \sigma_N}{\pi S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] .$$

Hledaná celková pravděpodobnost nesmontovatelnosti potom bude

$$\begin{aligned} P_N &= P_{NA} + P_{NB} = \\ &= 1 - \frac{2}{\pi} \iint_0^\infty \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{2}\right) \Phi\left(\frac{E\delta - \sigma_{Ny}u - E\alpha\delta_z v}{\sigma_\delta}\right) du dv + \\ &+ \frac{2\psi}{\pi} \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{\sigma_\alpha}\right) + \frac{\sigma_N}{S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] \cdot \Phi\left(\frac{E\alpha \sigma_N}{\sigma_\alpha S}\right) \right\} . \end{aligned}$$

Nebo přibližně

$$P_N = \Phi\left\{ \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}} (E\alpha\delta_z + \sigma_{Ny}) - E\delta}{\sqrt{(1 - \frac{2}{\pi}) [(E\alpha)^2 \sigma_{\delta_z}^2 + \sigma_{Ny}^2 + \sigma_\delta^2]}} \right\} + \frac{2\psi \sigma_N}{\pi S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] .$$

Výpočet  $P_N$ , pro předpoklad  $S_{1xy} \subset S'_{xy}$ , se provádí analogicky, protože však je zdlouhavý, výsledné obecné vztahy jsou těžkopádné a z hlediska objasnění metodiky nepřinášejí nic nového, bylo od něho upuštěno.

# 5.5 Pravděpodobnost nesmontovatelnosti $P_N$ , jestliže $k$ je hladká vypuklá uzavřená křivka.

Výchozí, pro tento příp., je podmínka smontovatelnosti daná vztahem (21), t.j.  $-\gamma_z^- < \gamma_z < \gamma_z^+$ , pak obecně

$$P_N = 1 - P_S = 1 - P(-\gamma_z^- < \gamma_z < \gamma_z^+)$$

Vzhledem k těžkopádnosti obecného výpočtu, který navíc nedává konkrétní představu užívané metodiky, k jejímuž objasnění práce směřuje, ukáží výpočet  $P_N$  na konkrétním příkladě montovaných ploch, charakterizovaných určitým druhem křivky  $k$ , např. elipsou :

V takovém případě, montovanými plochami jsou kolmé eliptické válce, jejichž průřez je ohraničen elipsou  $k$ , o polosoách  $a, b$  (obr.16), která má rovnici :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Pak, v souladu s kapitolou 4.5, je tato elipsa rovněž jednoznačně určena funkcí  $h = h(\vartheta)$ , vzdálenosti (v daném příp.  $h = \overline{OB}$ ) tečny  $t_A$  k této elipse v libovolném jejím bodě  $A[x_A, y_A]$  od počátku souřadnic  $O \equiv K$ , v závislosti na úhlu  $\vartheta$ , který svírá normála k elipse v bodě  $A$  s osou  $X$ .

Nalezneme tedy nejprve výraz pro  $h(\vartheta)$ . Rovnice tečny  $t_A$  k elipse bude :

$$\frac{x x_A}{a^2} + \frac{y y_A}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{x_A}, \frac{b^2}{y_A}, \quad (50)$$

což jsou úseky, které vytíná  $t_A$  na ose  $x$  a  $y$ .  
Z výrazu pro směrnici normály  $n_A$  vyjádříme  $y_A(x_A, \vartheta)$ , t.j.



$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{a^2 y_A}{b^2 x_A} \Rightarrow y_A = \frac{b^2}{a^2} x_A \operatorname{tg} \vartheta.$$

Dosazením  $y_A$  do rovnice elipsy a separací  $x_A$  dostáváme :

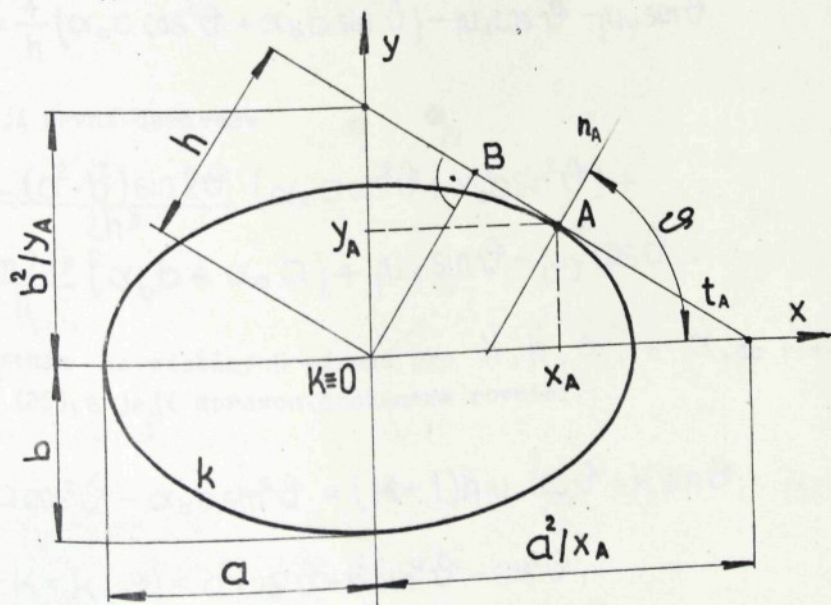
$$x_A = \frac{a^2 \cos \vartheta}{\sqrt{a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta}} \Rightarrow \frac{a^2}{x_A} = \frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta}}{\cos \vartheta}.$$

Potom, hledaná funkce  $h(\vartheta)$ , a její první a druhá derivace, bude :

$$h(\vartheta) = \frac{a^2}{x_A} \cos \vartheta = \sqrt{a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta},$$

$$h'(\vartheta) = \frac{(b^2 - a^2) \sin 2\vartheta}{2h},$$

$$h''(\vartheta) = \frac{b^2 - a^2}{4h^3} [2(a^2 + b^2) \cos 2\vartheta + (a^2 - b^2)(\cos^2 2\vartheta + 1)].$$



Jestliže nyní,  $k_1$  je elipsa s poloosami  $a, b$ , určená funkcí  $h_1(\vartheta)$  a  $k'$  je elipsa s poloosami  $a + \alpha_a$ ,  $b + \alpha_b$ , určená funkcí  $h_2(\vartheta)$ , přičemž jsou  $\alpha_a, \alpha_b > 0$  a řádově malé ve srovnání s  $a, b$ , lze s přesností druhého řádu vyjádřit vůči  $\alpha = \alpha(\vartheta)$ , mezi  $k_1$  a  $k'$  (v ideální poloze), vztahem :

$$\alpha = h_2(\vartheta) - h_1(\vartheta) = \frac{\partial h}{\partial a} \alpha_a + \frac{\partial h}{\partial b} \alpha_b = \frac{1}{h} (\alpha_a a \cos^2 \vartheta + \alpha_b b \sin^2 \vartheta),$$

kde  $h_1$ , resp.  $h_2$ , je vzdálenost tečny ke  $k_1$ , resp.  $k'$ , od  $K \equiv O$ . Tento vztah vyplývá z přibližného vzorce

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y,$$

kterého lze použít pro malé  $\Delta x$  a  $\Delta y$ .

V příp., vzájemného posunutí a náklonu montovaných ploch, t.j. celkového vzájemného přemístění, o vektor  $\mu$  ( $\mu_x, \mu_y$ ), bude vůči  $\alpha$  mezi  $k_1$  a  $k'$  :

$$\alpha = \frac{1}{h} (\alpha_a a \cos^2 \vartheta + \alpha_b b \sin^2 \vartheta) - \mu_x \cos \vartheta - \mu_y \sin \vartheta$$

a její první derivace

$$\alpha' = \frac{(a^2 - b^2) \sin 2\vartheta}{2h^3} (\alpha_a a \cos^2 \vartheta + \alpha_b b \sin^2 \vartheta) + \frac{\sin 2\vartheta}{h} (\alpha_b b - \alpha_a a) + \mu_x \sin \vartheta - \mu_y \cos \vartheta.$$

Dosazením ze získaných výrazů pro  $\dot{h}$ ,  $\ddot{h}$ ,  $\alpha$ , a  $\dot{\alpha}$ , do rovnice (26), a její úpravou, dostaneme rovnici :

$$\alpha_a a \cos^2 \vartheta - \alpha_b b \sin^2 \vartheta = (K + 1) h \mu_x \cos \vartheta + K \sin \vartheta, \quad (51)$$

kde  $K = K(\vartheta) = a^2 \cos^4 \vartheta - b^2 \sin^4 \vartheta - \cos^2 \vartheta$ ,

z níž lze určit  $\vartheta^+$  a  $\vartheta^-$ , které, dosazením do vztahu (23), umožňují určení  $\delta_z^+$  a  $\delta_z^-$ , vymezujících podmínku smontova-



telnosti, jejíž pravděpodobnost chceme určit.

Pro jednoduchost, rozebereme případ, kdy nedochází k posuvu a náklonu vnější montované plochy vzhledem k vnitřní, t.j.  $\mu = 0$ . V takovém příp., rovnice (51) nabývá tvar:

$$\alpha_a a \cos^2 \vartheta - \alpha_b b \sin^2 \vartheta = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \vartheta = \sqrt{\frac{\alpha_a a}{\alpha_b b}}.$$

Z rovnice (23), po dosazení  $\vartheta$ , určíme  $\gamma_z^+$  a  $\gamma_z^-$  s přesností 2. řádu, t.j.

$$\begin{aligned} \gamma_z^+ = \gamma_z^- &= -\frac{\alpha}{h} = \frac{-2h(\alpha_a a \cos^2 \vartheta + \alpha_b b \sin^2 \vartheta)}{2h(b^2 - a^2) \cos \vartheta \sin \vartheta} = \\ &= -\frac{\alpha_a a + \alpha_b b \operatorname{tg}^2 \vartheta}{(b^2 - a^2) \operatorname{tg} \vartheta} = -\frac{2\alpha_a a}{(b^2 - a^2) \sqrt{\frac{\alpha_a a}{\alpha_b b}}} = \frac{2\sqrt{\alpha_a \alpha_b ab}}{a^2 - b^2}. \end{aligned}$$

Pak podmínka smontovatelnosti bude

$$|\gamma_z| < \frac{2\sqrt{\alpha_a \alpha_b ab}}{a^2 - b^2}.$$

Určení  $P_N$  provedeme pro dva zvláštní případy.

a) Nechť  $\alpha_a = \alpha_b$ ,  $\alpha_a \in N(\alpha_0, \sigma_{\alpha_a}^2)$ , potom

$$\gamma_z^+ = \gamma_z^- = \frac{2\sqrt{ab}}{a^2 - b^2} \alpha_a, \quad \text{t.j. podmínka smontovatelnosti}$$

$$\text{bude} \quad |\gamma_z| < \frac{2\sqrt{ab}}{a^2 - b^2} \alpha_a,$$

a pravděpodobnost nesmontovatelnosti

$$P_N = 2P(|\gamma_z| > \frac{2\sqrt{ab}}{a^2 - b^2} \alpha_a) = 2P(\xi = 2\sqrt{ab}\alpha_a + (b^2 - a^2)\gamma_z < 0),$$

$$\xi \in N[2\sqrt{ab}E\alpha_a, 4ab\sigma_{\alpha_a} + (b^2 - a^2)\sigma_{\gamma_z}], \quad \text{takže}$$

$$P_N = 2\Phi\left(-\frac{E\xi}{\sqrt{D\xi}}\right) = 2\left[1 - \Phi\left(\frac{2\sqrt{ab}E\alpha_a}{\sqrt{4ab\sigma_{\alpha_a}^2 + (b^2 - a^2)\sigma_{\xi_z}^2}}\right)\right].$$

b) Nechť  $\alpha_a = CCl$ ,  $\alpha_b = Cb$ , kde  $C \in N(E_C, \sigma_C^2)$ ,  
neboli vůle mezi  $k_1$  a  $k$  jsou úměrné osám elipsy.  
Pak podmínka smontovatelnosti bude:

$$|\xi_z| < \xi_z^+ = \frac{2abc}{a^2 - b^2},$$

a pravděpodobnost nesmontovatelnosti bude :

$$\begin{aligned} P_N &= 2P\left(\xi_z > \frac{2abc}{a^2 - b^2}\right) = 2P\left[\xi = 2abc + (b^2 - a^2)\xi_z < 0\right] = \\ &= 2\left[1 - \Phi\left(\frac{2abEc}{\sqrt{4a^2b^2\sigma_C^2 + (b^2 - a^2)\sigma_{\xi_z}^2}}\right)\right]. \end{aligned}$$

## 5.6 Souhrn.

V kap. 5 byly odvozeny obecné vztahy pro výpočet pravděpodobnosti platnosti vztahů uvedených v kap. 4 (podmínek smontovatelnosti). Vycházel jsem při tom ze skutečnosti, že proces montáže, ač cyklicky se opakující, neprobíhá v každém cyklu za stejných podmínek.

Změna těchto podmínek je dána především změnou montovaných součástí, které pak v každém cyklu zaujímají jiné vzájemné polohy. Jinými slovy, veličiny figurující v podmínkách smontovatelnosti jsou náhodné, a tudíž u těchto podmínek je třeba počítat s určitou pravděpodobností jejich platnosti.

Vztahy pro výpočet pravděpodobnosti smontovatelnosti pak umožňují pro dané, konkrétní hodnoty rozměrů montovaných ploch součástí a odchylek jejich vzájemné polohy, vypočítat procento spolehlivosti automatické montáže, a nebo naopak, pro zvolené procento spolehlivosti určit dovolené odchylky vzájemné polohy součástí, jak bude ukázáno v kap. 6.



## 6. Určování dovolených odchylek vzájemné polohy montovaných ploch při automatické montáži.

### 6.1 Základní pojmy.

Hlavním předpokladem spolehlivého průběhu automatické montáže je dostatečně přesná vzájemná orientace montovaných součástí, resp. jejich montovaných ploch před samotným jejich spojením, v rovině kolmé k montážnímu pohybu. Jinými slovy, musí být splněny podmínky smontovatelnosti. Podmínky smontovatelnosti představují obecný požadavek pro dosažení absolutní spolehlivosti montáže. Podstatou, kterou vyjadřují, je jev, že skutečné odchylky vzájemné polohy montovaných ploch nepřekročí určitou hodnotu, vyjádřenou pomocí vůle, nebo samotnou vůlí (v závislosti na druhu montovaných ploch), mezi montovanými plochami.

Při tom, jak bylo uvedeno, odchylky vzájemné polohy montovaných ploch i vůle mezi nimi se mění, t.j. jsou u každého montážního celku jiné. Možné hodnoty odchylek vzájemné polohy montovaných ploch lze vypočítat z příslušných rozměrových řetězců montážní technologické soustavy. Takto získané hodnoty pak srovnáváme pomocí podmínek smontovatelnosti s předepsanými vůlemi. Nebo naopak, vycházejíc z hodnot vůlí, určíme z podmínek smontovatelnosti možné odchylky, a na základě nich, i přesnost všech členů montážní technologické soustavy. Maximální hodnoty, takto vypočtených odchylek, nazýváme dovolenými odchylkami a skutečné odchylky by je neměly překročit.

Při výpočtu dovolených odchylek lze postupovat metodou maxima-minima, nebo pravděpodobnostní metodou. Podstata spočívá v tom, že v případě metody maxima-minima vycházíme z nejnepříznivějších poměrů jaké mohou, byť i jen teoreticky, nastat, t.j. z minimální vůle (nastane jen tehdy, jsou-li rozměry vnitřní montované plochy minimální a současně rozměry vnější plochy maximální), což vede k tomu, že vypočtené hodnoty dovolených odchylek jsou nízké, což klade značné ná-

roky na přesnost celé montážní technologické soustavy. Přitom je však zabezpečena stoprocentní spolehlivost procesu montáže.

V mnohých případech se však ukazuje technicky a ekonomicky výhodnější, spokojit se s menší, předem stanovenou, ekonomicky zdůvodněnou spolehlivostí samotného procesu spojení, při současném snížení nároků na přesnost celé technologické soustavy. Výpočet dovolených odchylek se v tomto případě provádí pravděpodobnostní metodou, pro předem stanovenou pravděpodobnost spojení a získané dovolené odchylky vykazují vyšší hodnoty. Podmínky montáže tedy nebudou pro určitý, předem stanovený počet montážních celků splněny a tyto zůstanou nesmontovány. Jde v podstatě o rozšíření vůle na určitou hodnotu mezi minimální, se kterou operuje metoda maxima-minima, a která zabezpečuje dodržení podmínek smontovatelnosti v každém případě (  $P_s = 1$  ) a maximální, která je na hranici smontovatelnosti (  $P_s = 0$  ).

Způsob stanovení dovolených odchylek bude ukázán pro součásti s montovanými plochami ve tvaru kolmých kruhových válců a kolmých hranolů a to dle obou uvedených metod.

## 6.2 Výpočet dovolených odchylek vzájemné polohy montovaných ploch ve tvaru kolmých kruhových válců ( $k$ je kružnice ).

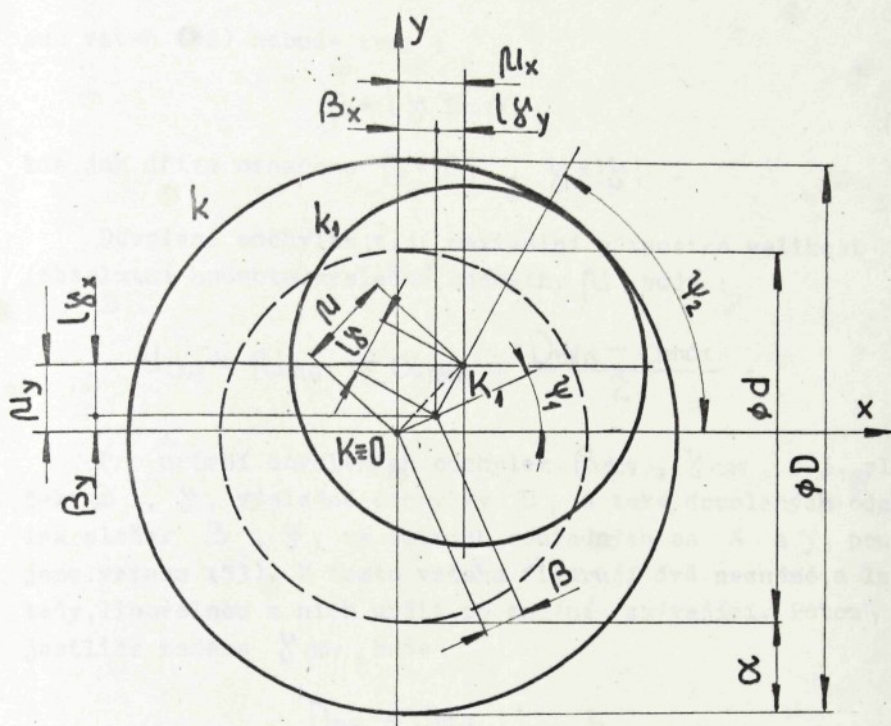
### 6.2.1 Výpočet $\mu_{dov}$ , $\beta_{dov}$ , $\gamma_{dov}$ a jejich složek do osy $x$ a $y$ metodou maxima-minima.

Nechť, vnitřní součást (myšleno vnější montážní plocha) je vzhledem k vnější posunuta o vektor  $\beta$  a nakloněna o vektor  $\gamma$ . Pak v průmětu na rovinu  $xy$  (obr.17) budou souřadnice přemístění  $\mu$ , středu spodní základny  $S_{axy}$ , vnitřní součásti :

$$\mu_x = \beta \cos \psi_1 + l \gamma \cos \psi_2,$$

$$\mu_y = \beta \sin \psi_1 + l \gamma \sin \psi_2,$$





obr. 17

kde  $\psi_1$  ( $\psi_2$ ), je úhel mezi  $\beta$  ( $l\gamma$ ) a osou  $X$ . Podmínka smontovatelnosti, v tomto příp., je dána vztahem (1), t.j.

$$\mu^2 = \mu_x^2 + \mu_y^2 \leq \alpha^2, \quad \alpha = (D-d)/2,$$

je vůle mezi vnitřní součástí (hřídel o  $\phi d$ ) a vnější (otvor o  $\phi D$ ).

Dosažením za  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  z výše uvedených vztahů dostáváme:

$$\begin{aligned} \mu^2 &= (\beta \cos \psi_1 + l\gamma \cos \psi_2)^2 + (\beta \sin \psi_1 + l\gamma \sin \psi_2)^2 = \\ &= \beta^2 + 2l\beta\gamma \cos(\psi_1 - \psi_2) + l^2\gamma^2 \leq \alpha^2. \end{aligned} \quad (52)$$

Nejnepříznivější případ pro splnění této podmínky nastane, když vektory  $\beta$  a  $l\gamma$  budou kolinéární t.j.,  $\psi_1 = \psi_2$ ,

pak vztah (52) nabude tvar :

$$\beta + l\gamma \leq \alpha, \quad (53)$$

kde jak dříve označeno  $\beta = |\beta|$ ,  $\gamma = |\gamma|$ .

Dovolená odchylka, t.j. maximální přípustná velikost (absolutní hodnota) výsledné odchylky  $\mu$  bude :

$$\mu_{\text{dov}} = \mu_{\text{max}} = \alpha_{\text{min}} = \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2}.$$

Pro určení dovolených odchylek  $\beta_{\text{dov}}$ ,  $\gamma_{\text{dov}}$ , t.j. složek  $\beta$ ,  $\gamma$ , výsledné odchylky  $\mu$ , a také dovolených odchylek složek  $\beta$ ,  $\gamma$ , ve směrech souřadných os  $X$  a  $Y$ , použijeme vztahu (53). V tomto vztahu figurují dvě neznámé, a lze tedy, libovolnou z nich určit, po zadání zbývajících. Potom, jestliže zadáme  $\gamma_{\text{dov}}$ , bude

$$\beta_{\text{dov}} = \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2} - l_{\text{max}} \gamma_{\text{dov}},$$

a jestliže zadáme  $\beta_{\text{dov}}$ , bude

$$\gamma_{\text{dov}} = \frac{1}{l} \left( \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2} - \beta_{\text{dov}} \right)$$

a dovolené odchylky ve směru souřadných os, za předpokladu kruhového rozdělení skutečných odchylek, budou

$$\mu_{x \text{ dov}} = \mu_{y \text{ dov}} = \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2\sqrt{2}} \quad 1$$

$$\beta_{x \text{ dov}} = \beta_{y \text{ dov}} = \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2\sqrt{2}} - l_{\text{max}} \gamma_{xy \text{ dov}} \quad 1$$

$$\gamma_{x \text{ dov}} = \gamma_{y \text{ dov}} = \frac{1}{l} \left( \frac{D_{\text{min}} - d_{\text{max}}}{2\sqrt{2}} - \beta_{xy \text{ dov}} \right) \quad 1$$



kde  $\beta_{xydov}$ ,  $\gamma_{xydov}$ , jsou zadané hodnoty dovolených odchylek složek  $\beta$ ,  $\gamma$ , ve směru osy  $x$  a  $y$ .

### 6.2.2 Výpočet $\mu_{dov}$ , $\beta_{dov}$ , $\gamma_{dov}$ metodou pravděpodobnostní ( $P_N = 0,0027$ ).

V tomto příp., se odchylky rozměrů jednotlivých členů montážní technologické soustavy, a tedy i jejich výslednice, považují za náhodné veličiny, a jako s takovými, se s nimi operuje dle pravidel teorie pravděpodobnosti.

Nechť tedy, pro daný případ, je velikost výsledného, dovoleného vzájemného přemístění středu hřídele a středu otvoru

$$\mu_{dov} = E\alpha - 3\sigma_\alpha,$$

pak velikost dovolených odchylek  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$ , určíme opět ze vztahu (52), nebo dle silnější nerovnosti (53):

$$|\beta| + L|\gamma| \leq \alpha, \Rightarrow |\beta| \leq \xi = \alpha - L|\gamma|,$$

kde náhodná veličina  $\xi$ , je funkcí náhodné veličiny  $\alpha \in N(E\alpha, \sigma_\alpha)$  a náhodné veličiny  $|\gamma|$ , jejíž rozdělení má hustotu pravděpodobnosti  $p_{|\gamma|}(c) = 2 p_\gamma(c)$ , přičemž  $\gamma \in N(E\gamma, \sigma_\gamma)$ .

V takovém příp., jestliže zadáme  $\gamma_{dov}$ , bude s pravděpodobností smontovatelnosti  $P_s = 0,9973$  platit

$$\beta_{dov} = E\xi - 3\sigma_\xi, \quad (54)$$

$$E\xi = E\alpha - LE\gamma.$$

kde

Konkretizací vztahu (54) provedeme opět pro kruhové a eliptické rozdělení skutečných odchylek.

a) Výpočet  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$ , jestliže rozdělení skutečných odchylek je normální, kruhové ( $\sigma_{\mu x} = \sigma_{\mu y} = \sigma_\mu$ ).

Disperze náhodné veličiny  $\xi$ , bude :

$$\sigma_{\xi}^2 = \sigma_{\alpha}^2 + 2l^2\sigma_{\gamma}^2. \quad (55)$$

Matematická naděje veličiny  $\xi$ , bude

$$E\xi = E\alpha - l \cdot E\gamma.$$

Abychom  $E\xi$  mohli vypočíst, musíme určit matematickou naději dvourozměrné náhodné veličiny  $\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$ , jež má Rayleighovo rozdělení o hustotě pravděpodobnosti

$$p_{\gamma}(c) = \frac{c}{\sigma_{\gamma}^2} \exp(-c^2/2\sigma_{\gamma}^2).$$

Potom

$$E\gamma = \int_0^{\infty} c p_{\gamma}(c) dc = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{c^2}{\sigma_{\gamma}^2} \exp\left(-\frac{c^2}{2\sigma_{\gamma}^2}\right) dc,$$

provedením substituce :

$$\begin{aligned} u &= c/\sigma_{\gamma}, & du &= dc/\sigma_{\gamma}, \\ c &= u \cdot \sigma_{\gamma}, & dc &= \sigma_{\gamma} du, \end{aligned}$$

a s ohledem na to, že  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp(-\frac{u^2}{2}) du = 1$ , bude

$$E\gamma = \frac{\sigma_{\gamma}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_{\gamma}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 e^{-\frac{u^2}{2}} du = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\gamma}, \quad (56)$$

takže hledaná matematická naděje  $\xi$ , bude

$$E\xi = E\alpha - l \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\gamma}. \quad (57)$$

Konečně dosazením ze vztahu (55) a (57) do (54) dostáváme do-volené posunutí osy hřídele vzhledem k ose otvoru

$$\beta_{\text{dov}} = E\alpha - \sqrt{\frac{\pi}{2}} l \sigma_{\gamma} - 3 \sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + 2l^2\sigma_{\gamma}^2}. \quad (58)$$



Analogicky, jestliže zadáme dovolený posuv  $\beta_{\text{dov}}$  osy z hřídele vzhledem k ose otvoru, bude dovolený náklon  $\gamma_{\text{dov}}$  těchto os dán vztahem :

$$\gamma_{\text{dov}} = \frac{1}{l} \left( E\alpha - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\beta} - 3\sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + 2\sigma_{\beta}^2} \right). \quad (59)$$

b) Výpočet  $\beta_{\text{dov}}$ ,  $\gamma_{\text{dov}}$ , jestliže rozdělení skutečných odchylek je normální, eliptické ( $\sigma_{u_x} \neq \sigma_{u_y}$ ).

Disperze náhodné veličiny  $\xi$ , v tomto případě, bude :

$$D\xi = \sigma_{\xi}^2 = E\xi^2 - (E\xi)^2 = \sigma_{\alpha}^2 + l^2 [\sigma_{\delta_x}^2 + \sigma_{\delta_y}^2 - (E\delta)^2].$$

Abychom mohli určit matematickou naději  $E\xi$ , pro tento příp., musíme znát matematickou naději náhodné veličiny  $\delta$ , která je funkcí soustavy náhodných veličin ( $\delta_x$ ,  $\delta_y$ ) s rozdělením přibližně dvourozměrným normálním o hustotě pravděpodobnosti :

$$p_{\delta}(c_x, c_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\delta_x}\sigma_{\delta_y}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{c_x^2}{2\sigma_{\delta_x}^2} + \frac{c_y^2}{2\sigma_{\delta_y}^2} \right) \right].$$

Potom

$$E\delta = \iint_{-\infty}^{\infty} \sqrt{c_x^2 + c_y^2} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_{\delta_x}\sigma_{\delta_y}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{c_x^2}{2\sigma_{\delta_x}^2} + \frac{c_y^2}{2\sigma_{\delta_y}^2} \right) \right] dc_x dc_y,$$

provedením substituce :

$$u = c_x / \sigma_{\delta_x}, \quad c_x = \sigma_{\delta_x} u, \quad du = dc_x / \sigma_{\delta_x}, \quad dc_x = \sigma_{\delta_x} du, \\ v = c_y / \sigma_{\delta_y}, \quad c_y = \sigma_{\delta_y} v, \quad dv = dc_y / \sigma_{\delta_y}, \quad dc_y = \sigma_{\delta_y} dv,$$

dostane tento výraz tvar

$$E\delta = \frac{4}{2\pi} \iint_0^\infty \sqrt{\sigma_{\delta x}^2 u^2 + \sigma_{\delta y}^2 v^2} \exp\left(-\frac{u^2+v^2}{2}\right) du dv,$$

pak přechodem k polárním souřadnicím ( $\rho, \varphi$ ) substitucí

$$u = \rho \cos \varphi, \quad v = \rho \sin \varphi, \quad du dv = \rho d\rho d\varphi,$$

a s ohledem na to, že  $\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \rho^2 \exp(-\rho^2/2) d\rho = 1$ , bude

$$\begin{aligned} E\delta &= \frac{2 \cdot 2}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \int_0^\infty \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right) d\rho \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sigma_{\delta x}^2 \cos^2 \varphi + \sigma_{\delta y}^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sigma_{\delta x}^2 (1 - \sin^2 \varphi) + \sigma_{\delta y}^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sigma_{\delta x}^2 - (\sigma_{\delta x}^2 - \sigma_{\delta y}^2) \sin^2 \varphi} d\varphi. \end{aligned}$$

Označíme  $\sigma = \max(\sigma_{\delta x}, \sigma_{\delta y})$ ,  $K^2 = \frac{|\sigma_{\delta x}^2 - \sigma_{\delta y}^2|}{\sigma^2}$ , a dále nechť  $\bar{\sigma} = \sigma_{\delta x}$ , pak

$$\begin{aligned} E\delta &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{\sigma_{\delta x}^2 - \sigma_{\delta y}^2}{\sigma^2} \sin^2 \varphi} d\varphi = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma E(K), \quad (60) \end{aligned}$$

kde  $E(K)$  je úplný eliptický integrál II.druhu.



Potom, matematická naděje a střední kvadratická odchylka náhodné veličiny  $\xi$ , bude :

$$E\xi = E\alpha - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_y E(K),$$

$$\sigma_\xi = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + l^2 \left\{ \sigma_{\delta_x}^2 + \sigma_{\delta_y}^2 - \frac{2}{\pi} \sigma_\delta^2 [E(K)]^2 \right\}}.$$

Dosazením takto určených  $E\xi$  a  $\sigma_\xi$  do vztahu (54), dostáváme konkretizovaný výraz pro výpočet dovoleného vzájemného posunutí os hřídele a otvoru :

$$\beta_{\text{dov}} = E\alpha - l \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_y E(K) - 3 \sqrt{\sigma_\alpha^2 + l^2 \left\{ \sigma_{\delta_x}^2 + \sigma_{\delta_y}^2 - \frac{2}{\pi} \sigma_\delta^2 [E(K)]^2 \right\}}. \quad (61)$$

Analogicky dostaneme vztah pro výpočet dovoleného vzájemného náklonu os hřídele a otvoru za předpokladu, že je zadán dovolený vzájemný posuv  $\beta_{\text{dov}}$  těchto os :

$$\delta_{\text{dov}} = \frac{1}{l} \left\{ E\alpha - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_\beta E(K) - 3 \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{\beta_x}^2 + \sigma_{\beta_y}^2 - \frac{2}{\pi} \sigma_\beta^2 [E(K)]^2} \right\}. \quad (62)$$

Výpočet dovolených odchylek dle vzorců (58), (59) a (61), (62) vede k vyšším hodnotám, které více odpovídají skutečnosti než hodnoty získané výpočtem podle metody maxima-minima a jsou tak pro praxi přijatelnější. Přesto však kladou značné nároky na přesnost technologické montážní soustavy, to proto, že za výchozí byla vzata předem určená pravděpodobnost nesmontovatelnosti prakticky nulová ( $P_N = 0,0027$ ).

Nyní určíme dovolené přemístění (celkovou dovolenou odchylku), posuv a náklon ve směru souřadných os  $X$  a  $Y$ , pro výše zadanou pravděpodobnost nesmontovatelnosti ( $P_N = 0,0027$ ), pro příp. kruhového a eliptického normálního rozdělení skutečných odchylek.

6.2.3 Výpočet složek  $\mu_{dov}$ ,  $\beta_{dov}$ ,  $\gamma_{dov}$  do osy  $x$  a  $y$  metodou pravděpodobnostní ( $P_N = 0,0027$ ).

- a) Jestliže rozdělení skutečných odchylek je normální, kruhové ( $\sigma_{Nx} = \sigma_{Ny}$ ).

Podmínka smontovatelnosti, pro daný případ, je dána vztahem (1), t.j.  $\xi = \alpha - \mu \geq 0$ .

Jestliže se pole rozptylu náhodné veličiny  $\xi$  vejde do tolerančního pole, bude se v intervalu  $\pm 3\sigma_\xi$  nalézat 99,73% všech hodnot veličiny  $\xi$ , a tudíž pro platnost výše uvedené nerovnosti je postačující, aby platila nerovnost

$$E\xi \geq 3\sqrt{D\xi}, \text{ kde } D\xi = \sigma_\xi^2.$$

Pravděpodobnost nesmontovatelnosti bude tedy

$$P_N = P(\xi < 0) = 0,0027 \approx 0.$$

Mezní hodnoty parametrů rozdělení náhodné veličiny  $Z$  určíme z rovnice:

$$E\xi = 3\sigma_\xi. \quad (63)$$

S ohledem na analogii s rovnicí (56), bude

$$E\xi = E\alpha - E\mu = E\alpha - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_\mu, \quad \sigma_\mu = \sqrt{\sigma_\beta^2 + l^2 \sigma_\gamma^2},$$

dále je třeba v rovnici (63) vyjádřit  $\sigma_\xi = \sqrt{D\xi}$ , k tomu použijeme vztahů:

$$D\xi = \sigma_\alpha^2 + D\mu, \quad D\mu = E\mu^2 + (E\mu)^2 = E\mu^2 + \frac{\pi}{2} \sigma_\mu^2, \quad \text{a}$$

$$\mu = \beta + l\gamma, \quad \gamma^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2, \quad \beta^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2.$$



Dále s ohledem na to, že

$$E(\beta \cdot \gamma) = E(\beta_x \gamma_y + \beta_y \gamma_x) = 0,$$

bude

$$\begin{aligned} E\mu^2 &= E(\beta + l\gamma)^2 = E(\beta^2 + 2l\beta\gamma + l^2\gamma^2) = \\ &= E\beta^2 + 2lE(\beta\gamma) + l^2E\gamma^2 = \\ &= E(\beta_x^2 + \beta_y^2) + l^2E(\gamma_x^2 + \gamma_y^2) = \\ &= E(\beta_x^2 + l^2\gamma_x^2) + E(\beta_y^2 + l^2\gamma_y^2) = \\ &= \sigma_{\mu x}^2 + \sigma_{\mu y}^2 = 2\sigma_{\mu}^2, \end{aligned}$$

tudíž

$$D\mu = 2\sigma_{\mu}^2 - \frac{\pi}{2}\sigma_{\mu}^2 = \frac{4-\pi}{2}\sigma_{\mu}^2,$$

a

$$D\xi = \sigma_{\alpha}^2 + \frac{4-\pi}{2}\sigma_{\mu}^2.$$

Dosazením vypočtených parametrů  $E\xi$  a  $D\xi$  do rovnice (63), dostáváme rovnici

$$E\alpha - \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma_{\mu} = 3\sqrt{\sigma_{\alpha}^2 + \frac{4-\pi}{2}\sigma_{\mu}^2}. \quad (64)$$

Řešením této rovnice vzhledem k  $\sigma_{\mu}$ , dostáváme :

$$\begin{aligned} \sigma_{\mu} &= \frac{1}{18-5\pi} \left[ 3\sqrt{(2-\frac{\pi}{2})E\alpha^2 - (18-5\pi)\sigma_{\alpha}^2} - \sqrt{\frac{\pi}{2}}E\alpha \right] = \\ &= 0,4363 \left[ 3\sqrt{0,4292E\alpha^2 - 2,292\sigma_{\alpha}^2} - 1,253E\alpha \right]. \quad (65) \end{aligned}$$

Pak dovolená přemístění ve směru souřadných os  $x$  a  $y$ , budou

$$\mu_{x\text{dov}} = \mu_{y\text{dov}} = \pm 3\sigma_{\mu}.$$

Jestliže si tedy zažádáme dovolené posunutí  $\beta_{\text{dov}}(\sigma_\beta)$ , nebo dovolený náklon  $\delta_{\text{dov}}(\sigma_\delta)$ , os hřídele a otvoru a řešíme rovnici (65) vzhledem ke zbývajícím parametru, t.j.  $\sigma_\delta$ , nebo  $\sigma_\beta$ , můžeme určit dovolený náklon, nebo posuv ve směru souřadných os  $x$  a  $y$ , ze vztahů :

$$\beta_{x \text{ dov}} = \beta_{y \text{ dov}} = \pm 3\sigma_\beta,$$

$$\delta_{x \text{ dov}} = \delta_{y \text{ dov}} = \pm 3\sigma_\delta.$$

- b) Jestliže rozdělení skutečných odchylek je normální, eliptické ( $\sigma_{\mu x} \neq \sigma_{\mu y}$ ).

Postup je obdobný předchozímu, vycházíme z rovnice (63), t.j.  $E\xi = 3\sigma_\xi$ , kde jímuz řešení je třeba znát  $E\xi$  a  $\sigma_\xi$ .

Matematické naděje veličiny  $\xi = \alpha - \mu$  je dána vztahem :

$$E\xi = E\alpha - E\mu = E\alpha - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma E(K), \quad \text{kde dle (60)}$$

$$E\mu = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma E(K), \quad \sigma = \max(\sigma_{\mu x}, \sigma_{\mu y}), \quad K^2 = \frac{|\sigma_{\mu x}^2 - \sigma_{\mu y}^2|}{\sigma^2}.$$

Střední kvadratická odchylka veličiny  $\xi$  je dána vztahem:

$$\sigma_\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + D\mu} = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + E\mu^2 - (E\mu)^2}, \quad \text{kde}$$

$$E\mu^2 = \sigma_\beta^2 + l^2 \sigma_\delta^2 = \sigma_{\beta x}^2 + \sigma_{\beta y}^2 + l^2 (\sigma_{\delta x}^2 + \sigma_{\delta y}^2), \quad \text{a dle (60)}$$

$$(E\mu)^2 = \frac{2}{\pi} \sigma^2 [E(K)]^2.$$

Potom

$$D\mu = \sigma_{\beta x}^2 + \sigma_{\beta y}^2 + l^2 (\sigma_{\delta x}^2 + \sigma_{\delta y}^2) - \frac{2}{\pi} \sigma^2 [E(K)]^2$$

$$D\xi = \sigma_\alpha^2 + \sigma_{\beta x}^2 + \sigma_{\beta y}^2 + l^2 (\sigma_{\delta x}^2 + \sigma_{\delta y}^2) - \frac{2}{\pi} \sigma^2 [E(K)]^2 =$$

$$= \sigma_\alpha^2 + \sigma_{\mu x}^2 + \sigma_{\mu y}^2 - \frac{2}{\pi} \sigma^2 [E(K)]^2.$$



Dosažením  $E\xi$  a  $D\xi$  do rovnice (63), a jejím řešením, některou z numerických metod (např. Newtonovou nebo regula falsi), vzhledem k libovolnému z parametrů (střední kvadratické odchylce veličiny, které nás zajímá), přičemž zbývající parametry si zadáme (příslušné veličiny si určíme jako dovolené), lze nalézt dovolená přamístění, posuvy a náklony ve směrech souřadných os  $x$  a  $y$ .

Tak např., řešíme-li rovnici (63), vzhledem k  $\sigma_{\beta x}$ , lze nalézt pro  $P_N = 0,0027$ , dovolené posunutí ve směru  $x$ , dle vztahu  $\beta_{x \text{ doV}} = \pm 3\sigma_{\beta x}$ .

#### 6.2.4 Dovolené odchylky os hřídele a otvoru pro libovolnou (zadanou) pravděpodobnost nesmontovatelnosti ( $P_N$ ).

V tomto případě se vychází ze vztahu (28) pro rozdělení normální kruhové (nikoli ze vztahu (63)) :

$$P_N = 1 - \Phi\left(\frac{E\alpha}{S}\right) + \frac{\sigma_{\mu}}{S} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{E\alpha}{S}\right)^2\right] \cdot \Phi\left(\frac{E\alpha \sigma_{\mu}}{S \sigma_{\alpha}}\right),$$

$$\text{kde } S = \sqrt{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_{\alpha}^2} = \sqrt{\sigma_{\beta}^2 + l^2 \sigma_{\delta}^2 + \sigma_{\alpha}^2},$$

nebo, jestliže je rozdělení skutečných odchylek normální eliptické ze vztahu (32), t.j.

$$P_N = \frac{1}{2\sigma_{\mu x}\sigma_{\mu y}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sigma_{\mu x}^2} + \frac{1}{\sigma_{\mu y}^2}\right)\right] I_0\left[\frac{m}{4}\left(\frac{1}{\sigma_{\mu x}^2} + \frac{1}{\sigma_{\mu y}^2}\right)\right] \Phi\left(\frac{m-E\alpha}{\sigma_{\alpha}}\right) dm.$$

Postup výpočtu je pak analogický výše uvedenému. Zadáme si  $P_N$  a všechny dovolené odchylky vzájemné polohy osy hřídele a otvoru, kromě zjišťované. Jejich střední kvadratické odchylky dosadíme do vztahu (28), nebo (32), podle toho, o jaké rozdělení jde, a řešíme tento vztah vzhledem ke střední kvadratické odchylce zjišťované odchylky os. Pomocí ní pak určíme samotnou dovolenou odchylku, která nás zajímá.

Např., jestliže pro normální kruhové rozdělení skutečných odchylek určíme z rovnice (28), pro nějaké  $P_N$ , střední kvadratickou odchylku  $\sigma_\beta$ , pak  $\beta_{x\text{dov}} = \beta_{y\text{dov}} = \pm 3\sigma_\beta$ .

Analogicky, jestliže pro normální eliptické rozdělení skutečných odchylek určíme z rovnice (32), pro nějaké  $P_N$ , střední kvadratickou odchylku  $\sigma_{\beta_x}$  (střední kvadratické odchylky všech ostatních vzáj. odchylek os figurujících v (32) byly určeny na základě zadaných dovolených odchylek, kromě  $\beta_x$ ), bude dovolené vzájemné posunutí os hřídele a otvoru ve směru X  $\beta_{x\text{dov}} = \pm 3\sigma_{\beta_x}$ .

### 6.3 Výpočet dovolených odchylek vzájemné polohy montovaných ploch tvaru kolmých hranolů (K je n-úhelník).

#### 6.3.1 Výpočet metodou maxima-minima.

Schema výchozí polohy, pro daný příp., je na obr. 18, kde vůle mezi i-tými stranami vnější a vnitřní montované plochy je  $\delta_i = h'_i - h_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Ostatní označení odpovídají označením zavedeným v kap. 4.3 (obr. 4).

Výsledné dovolené přemístění se pak odvozuje z nejmenší možné hodnoty minima všech vůlí n-úhelníku, t.j.

$$J_{\min} = \min_i (h'_{i\min} - h_{i\max}).$$

Při určování dovolených hodnot libovolné z odchylek vzájemné polohy  $\mu_x, \mu_y, \beta_x, \beta_y, \delta_x, \delta_y, \delta_z$ , mezi hřídelem a otvorem, vycházíme v tomto případě, z podmínky smontovatelnosti (8), t.j. :

$$-\frac{\delta_i - \mu \lambda_i}{a_i^-} < \delta_z < \frac{\delta_i - \mu \lambda_i}{a_i^+}, \quad (66)$$

kterou je též možno vyjádřit následovně :

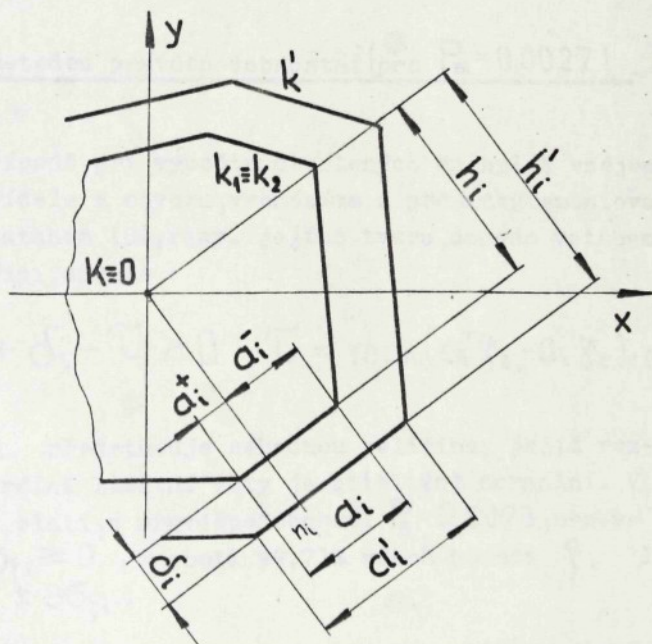


$$\left. \begin{aligned} \delta_i - \mu \lambda_i &> a_i^+ \delta_z \\ \delta_i - \mu \lambda_i &> -a_i^- \delta_z \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu \lambda_i < \delta_i - \max(a_i^+ \delta_z, -a_i^- \delta_z), \quad (67)$$

t.j.  $\mu \lambda_i < \delta_i - \tau_i \delta_z$ , kde  $\tau_i = \max(a_i^+, a_i^-)$ ,

nebo  $\mu_x \cos \chi_i + \mu_y \sin \chi_i + \tau_i \delta_z \leq \delta_i$ , (68)

kde  $\mu_x = \beta_x + L \delta_y$ ,  $\mu_y = \beta_y + L \delta_x$ .



obr. 18

Vztah (68) je možno využít k určení dovolené hodnoty libovolné z výše uvedených odchylek vzájemné polohy hřídele a otvoru, které nás zajímá, přičemž si předem zadáváme zbývající.

Tak na příklad, určíme dovolené vzájemné posunutí  $\beta_{x\text{dov}}$ , os montovaných ploch (hřídele a otvoru) ve směru souřadné osy  $X$ . Za předpokladu, že jsou zadány dovolené hodnoty ostatních vzájemných odchylek polohy, figurujících ve vztahu (68), t.j.  $\delta_{x\text{max}}$ ,  $\delta_{z\text{max}}$ ,  $\mu_{y\text{max}}$  (protože jde o maximální přípustné hodnoty, lze je brát jako dovolené), dostáváme po dosazení :

$$\delta_{i\text{min}} = \tau_i \delta_{z\text{max}} - l_{\text{max}} \delta_{x\text{max}} |\cos \chi_i| - \mu_{y\text{max}} |\sin \chi_i| > \beta_x |\cos \chi_i|,$$

pak 
$$\beta_{x\text{dov}} = \min \left( \frac{\delta_{i\text{min}} - \tau_i \delta_{z\text{dov}}}{|\cos \chi_i|} - \mu_{y\text{max}} |\tan \chi_i| \right) - l_{\text{max}} \delta_{x\text{dov}}.$$

### 6.3.2 Výpočet metodou pravděpodobnostní (pro $P_N = 0,0027$ ).

V tomto případě, při výpočtu dovolených odchylek vzájemné polohy os hřídele a otvoru, vycházíme z podmínky smontovatelnosti, dané vztahem (8), resp. jejího tvaru, daného vztahem (67), v následující úpravě :

$$\xi_i = -\mu \lambda_i + \delta_i - \tau \geq 0, \quad \tau = \max(a_i^+ \delta_{z_i} - a_i^- \delta_{z_i}). \quad (69)$$

Přitom,  $\xi_i$  představuje náhodnou veličinu, jejíž rozdělení dle centrální limitní věty je přibližně normální. V takovém případě, platí, s pravděpodobností  $P_3 = 0,9973$ , nerovnost  $E\xi_i - 3\sigma_{\xi_i} \geq 0$ , neboli 99,73% všech hodnot  $\xi_i$  leží v intervalu  $\pm 3\sigma_{\xi_i}$ .

Za tohoto předpokladu, dovolené hodnoty veličin, jichž je  $\xi_i$  funkcí, určím z rovnice :

$$E\xi_i = 3\sigma_{\xi_i}, \quad (70)$$

v níž je třeba vyjádřit pomocí uvedených veličin matematickou nadějí a střední kvadratickou odchylku náhodné veličiny  $\xi_i$ .



Pro určení matematické naděje  $E\xi_i = E\delta_i - E\tau$ , je nezbytné znát rozdělení jednotlivých proměnných funkce  $\xi_i$ . Vycházejí z předpokladů, uvedených v kap. 5.1, náhodná veličina  $\mu \in N(0, \sigma_\mu)$ ,  $\delta_i \in N(E\delta_i, \sigma_{\delta_i})$ , a rozdělení náhodné veličiny  $\tau$  je dáno distribuční funkcí

$$F_\tau(t) = P(\tau < t) = P[\max(-a_i^- \gamma_z, a_i^+ \gamma_z) < t] = \\ = \Phi\left(\frac{t}{\sigma_{\gamma_z} a_i^+}\right) + \Phi\left(\frac{t}{\sigma_{\gamma_z} a_i^-}\right) - 1.$$

Hustota pravděpodobnosti rozdělení  $\tau$  bude

$$p_\tau(t) = F'_\tau(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{\gamma_z} a_i^+} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{\gamma_z}^2 a_i^{+2}}\right) + \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_z} a_i^-} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{\gamma_z}^2 a_i^{-2}}\right).$$

Potom matematická naděje  $\tau$ , bude

$$E\tau = \int_0^\infty t p_\tau(t) dt = \int_0^\infty t \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_z} a_i^+} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{\gamma_z}^2 a_i^{+2}}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\gamma_z} a_i^-} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_{\gamma_z}^2 a_i^{-2}}\right) \right] dt,$$

provedením substituce

$$u = t / \sigma_{\gamma_z} a_i^+ \quad , \quad du = dt / \sigma_{\gamma_z} a_i^+ , \\ v = t / \sigma_{\gamma_z} a_i^- \quad , \quad dv = dt / \sigma_{\gamma_z} a_i^- ,$$

a s ohledem na to, že  $\int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \int_0^{\infty} v \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv = 1$ , bude

$$E\tau = a_i^+ \sigma_{\delta_z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du + \\ + a_i^- \sigma_{\delta_z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} v \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv = \frac{a_i \sigma_{\delta_z}}{\sqrt{2\pi}},$$

kde  $a_i = a_i^+ + a_i^-$ . Pak tedy :

$$E\xi_i = E\sigma_i - \frac{a_i \sigma_{\delta_z}}{\sqrt{2\pi}}.$$

Nyní určíme  $\sigma_{\xi_i} = \sqrt{D\xi_i}$ , přičemž :

$$D\xi_i = \sigma_{\sigma_i}^2 + \sigma_{\mu_x}^2 \cos^2 \chi_i + \sigma_{\mu_y}^2 \sin^2 \chi_i + D\tau,$$

kde

$$D\tau = E\tau^2 - (E\tau)^2.$$

$$\text{Přitom } (E\tau)^2 = \frac{a_i^2 \sigma_{\delta_z}^2}{2\pi} \text{ a } E\tau^2 = \int_0^{\infty} t^2 p_{\tau}(t) dt.$$

Výpočet  $E\tau^2$  se provede dosazením do integrálu za  $p_{\tau}(t)$  z výše uvedeného vztahu a následnou substitucí

$$u = t / \sigma_{\delta_z} a_i^+, \quad du = dt / \sigma_{\delta_z} a_i^+,$$

$$v = t / \sigma_{\delta_z} a_i^-, \quad dv = dt / \sigma_{\delta_z} a_i^-,$$

pak s ohledem na to, že

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} v^2 \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right) dv = \frac{1}{2},$$



bude 
$$E\tau^2 = \frac{\sigma_{yz}^2 (a_i^2 + a_{\bar{i}}^2)}{2}$$

Takže disperze veličiny  $\tau$

$$D\tau = \frac{\sigma_{yz}^2 (a_i^2 + a_{\bar{i}}^2)}{2} - \frac{a_i^2 \sigma_{yz}^2}{2\pi} = \frac{\sigma_{yz}^2}{2\pi} [(\pi-1)(a_i^2 + a_{\bar{i}}^2) - 2a_i a_{\bar{i}}],$$

a disperze náhodné veličiny  $\xi_i$

$$D\xi_i = \sigma_{\delta_i}^2 + \sigma_{\mu_x}^2 \cos^2 \chi_i + \sigma_{\mu_y}^2 \sin^2 \chi_i + \frac{\sigma_{yz}^2}{2\pi} [(\pi-1)(a_i^2 + a_{\bar{i}}^2) - 2a_i a_{\bar{i}}].$$

Dosazením vypočtených parametrů  $E\xi_i$  a  $D\xi_i$  do vzta-  
hu (70) dostáváme rovnici

$$\begin{aligned} E\delta_i - \sqrt{\frac{2}{\pi}} E\delta_i \sigma_{yz} a_i + \frac{a_i^2 \sigma_{yz}^2}{2\pi} = \\ = 9\sigma_{\delta_i}^2 + 9\sigma_{\mu_x}^2 \cos^2 \chi_i + 9\sigma_{\mu_y}^2 \sin^2 \chi_i + 9\frac{\sigma_{yz}^2}{2\pi} [(\pi-1)(a_i^2 + a_{\bar{i}}^2) - 2a_i a_{\bar{i}}], \end{aligned}$$

a úpravou

$$\begin{aligned} E\delta_i - \sqrt{\frac{2}{\pi}} E\delta_i \sigma_{yz} a_i = \\ = 9\sigma_{\delta_i}^2 + 9\sigma_{\mu_x}^2 \cos^2 \chi_i + 9\sigma_{\mu_y}^2 \sin^2 \chi_i + \frac{\sigma_{yz}^2}{\pi} [(9\pi-10)(a_i^2 + a_{\bar{i}}^2) - 20a_i a_{\bar{i}}]. \quad (71) \end{aligned}$$

Z této rovnice lze určit střední kvadratickou odchylku libo-  
volné z chyb, vzájemné polohy hřídele a otvoru ve směru osy  
 $X$  nebo  $Y$ , která nás zajímá. Pomocí této střední kvád-  
ratické odchylky lze pak určit samotnou dovolenou odchylku  
zaručující  $P_N = 0,0027$ .

Uřídíme např. dovolenou hodnotu posunutí os hřídele a ot-  
voru  $\beta_x$ , ve směru souřadné osy  $X$ . Za předpokladu, že jsou  
zadány hodnoty všech zbývajících odchylek vzájemné polohy os  
hřídele a otvoru (a tedy i střední kvadratické odchylky), ře-  
šíme rovnici (71) vzhledem k  $\sigma_{\beta_x}$ , a dostáváme:

$$\sigma_{\beta x} = \min_i \left\{ \frac{1}{3 \cos \chi_i} \left( E \delta_i^2 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} E \delta_i E a_i \sigma_{y_2} - 9 \sigma_{\delta_i}^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sigma_{y_2}^2}{2\pi} [(9\pi-10)(a_i^2 + a_i^2) - 20 E a_i E a_i] - \sigma_{y_2}^2 \tan^2 \chi_i - l^2 \sigma_{y_x}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (72)$$

Pak hledané dovolené posunutí zabezpečující  $P_N = 0,0027$

$$\beta_{xdov} = \pm 3 \sigma_{\beta x}.$$

Analogicky je možné určit dovolenou hodnotu kterékoli z odchylek ( $\beta_y, \gamma_x, \gamma_y, \mu_x, \mu_y, \gamma_z$ ) vzájemné polohy hřídele a otvoru.

V obecném vyjádření jsou tyto vztahy poměrně těžkopádné, avšak pro konkrétní profily se podstatně zjednodušují, tak např., řešení (72) pro  $\sigma_{\beta x}$ , v případě obdélníkového průřezu montovaných ploch (viz obr. 5), má tvar :

$$\sigma_{\beta x} = \left\{ \frac{1}{9} \left[ (E \delta_x - \sqrt{\frac{2}{\pi}} E a_y \sigma_{y_2})^2 - (1 - \frac{2}{\pi}) \sigma_{y_2}^2 E a_y^2 - \sigma_{\delta_x}^2 - l^2 \sigma_{y_x}^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Nakonec lze ještě dodat, že k určení dovolených odchylek pro libovolné % pravděpodobnosti nesmontovatelnosti  $P_N$  je nutné použít vztahů (38) a (41). Postup je analogický, zadá se potřebné  $P_N$  a mezní dosažitelné hodnoty všech odchylek vzájemné polohy hřídele a otvoru, kromě zjišťované, jejich střední kvadratické odchylky se pak dosadí do vztahů (38), nebo (41), dle toho, jaký je základní předpoklad a řeší se tento vztah vzhledem ke střední kvadratické odchylce zjišťované chyby vzájemné polohy. Na základě takto zjištěné střední kvadratické odchylky, se pak určí dovolená odchylka (chyba) vzájemné polohy hřídele a otvoru, jejíž dodržení zaručuje předem zvolenou  $P_N$ .



## 7. Praktické využití práce.

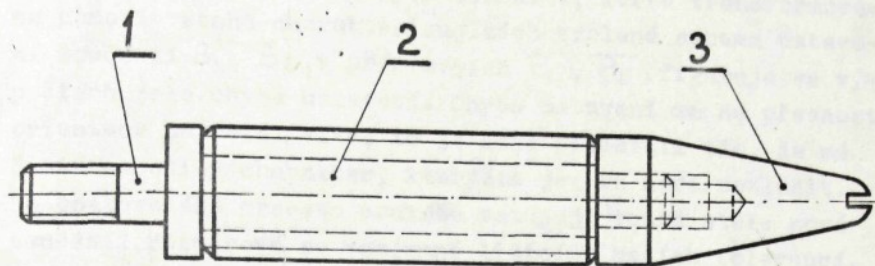
Praktické využití výsledků práce objasním na jednoduchém příkladě, posouzení vhodnosti montážního celku k automatické montáži, t.j. jeho technologičnosti ve vztahu k montáži z hlediska rozměrové přesnosti.

### 7.1 Objekt rozboru.

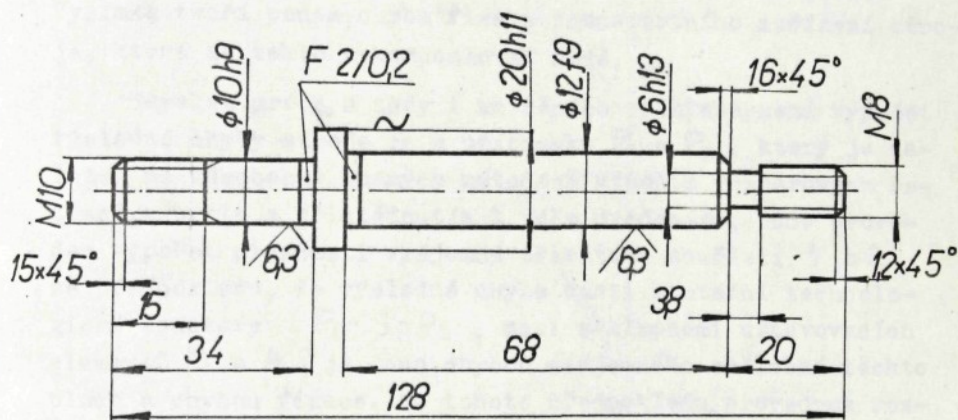
K analýze byl vybrán montážní celek (rozpínka tkalcovského stavu), vyznačující se ustálenou, do jisté míry standartní konstrukcí, představující relativně samostatnou součást výrobku (tkalcovského stavu), a jako takový, vyráběný specializovaně, ve značných seriích, v několika variantách.

Na obr. 19 je jedna z těchto variant. Uvedená rozpínka se skládá z trnu 1, válečku 2 a hlavice 3. Analýza bude podrobena operace montáže válečku 2 na trn 1, které jsou detailně na obr. 20 a 21.

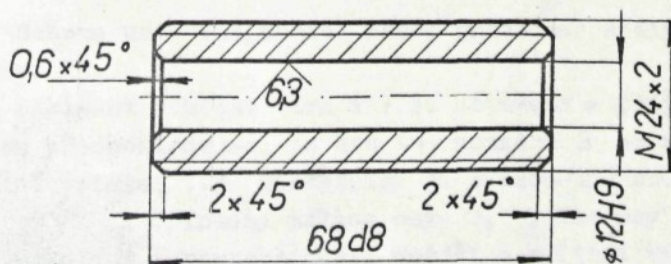
Vzhledem ke struktuře montovaného celku lze považovat za optimální, použití montážního automatu karuselového typu, s tím, že na otočném stole bude upnut přípravek  $P_1$ , jehož součástí je pouzdro 3 (viz schema na obr. 22), jakožto ustavovací element trnu 1. V jedné z poloh stolu je proti přípravku  $P_1$  umístěn na rámu podávací přípravek  $P_2$ , opatřený vodícím kolíkem 4, představujícím ustavovací element válečku 2. Váleček 2 je zajišťován v určité poloze oddělovačem 5. Přesnost vzájemné polohy (orientace) montovaných součástí 1 a 2, resp. jejich montovaných ploch  $M_1$  a  $M_2$ , je dána vzájemnou odchylkou os  $O_1$  a  $O_2$ , těchto ploch (v ideální poloze  $O_1 \equiv O_2$ ). Tato odchylka (chyba, nepřesnost orientace) je výslednicí rozměrových nepřesností všech členů montážní technologické soustavy: součást ( $S_1$ ) - přípravek ( $P_1$ ) - stroj ( $S$ ) - přípravek ( $P_2$ ) - součást ( $S_2$ ), jinými slovy, je to uzavírající člen rozměrového řetězce, v němž ostatní členy jsou rozměry členů soustavy  $S_1$ - $P_1$ - $S$ - $P_2$ - $S_2$ . Přitom chyby rozměrů jednotlivých členů soustavy představují opět uzavírající členy relativně samostatných rozměrových řetězců těchto členů. Z těchto chyb je třeba jmenovat přede-



obr. 19



obr. 20



obr. 21



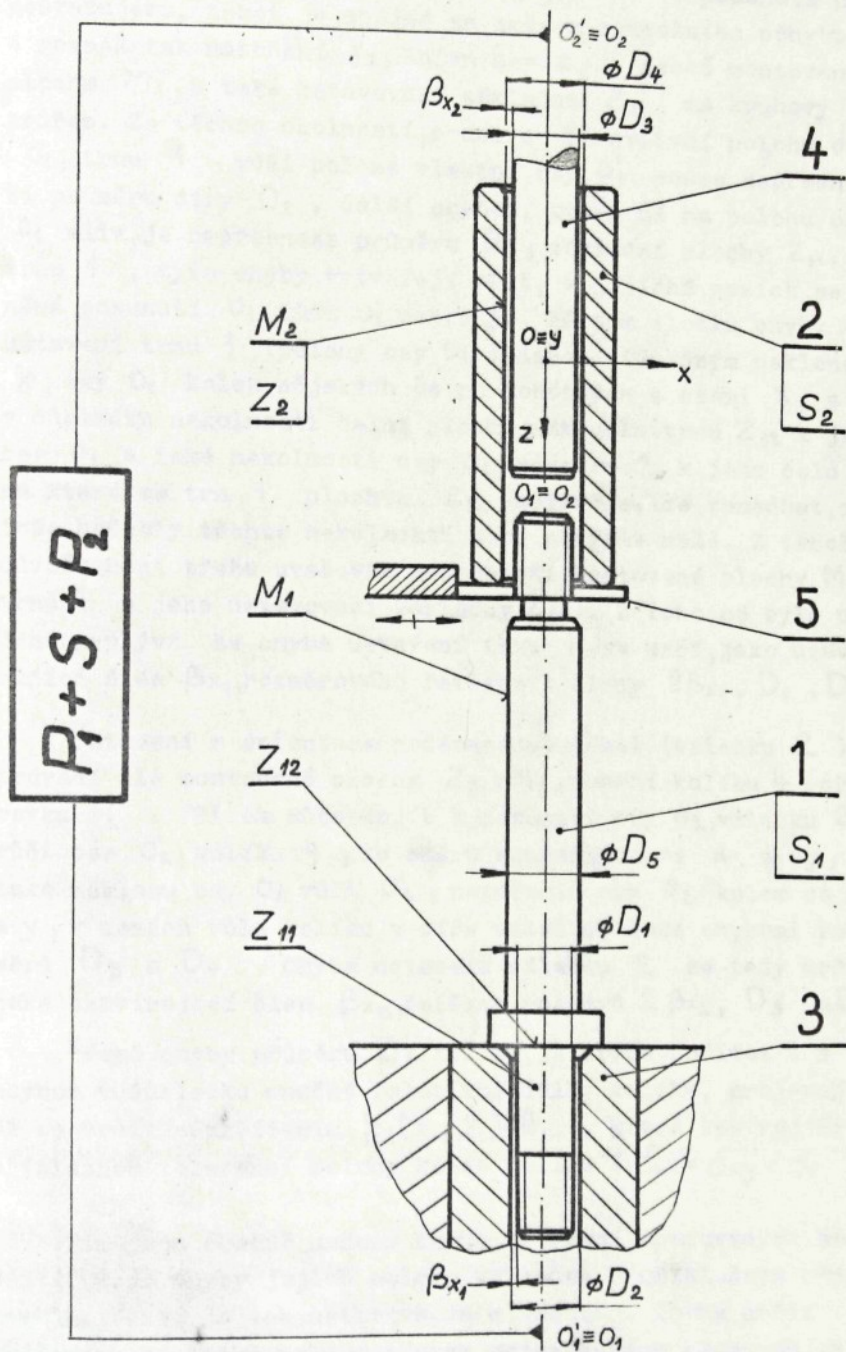
vším výrobní chybu samotných součástí, která transformována pomocí vztahů charakterizujících zvolené schema ustavení součástí  $S_1$ ,  $S_2$ , v přípravcích  $P_1$ ,  $P_2$ , figuruje ve výpočtech jako chyba ustavení. Chyba ustavení má na přesnost orientace největší vliv, to je dáno především tím, že má čistě nahodilý charakter, kterýžto jev se nedá potlačit. Do opakovaného procesu montáže vstupují totiž stále nové součásti, rozměrově se vzájemně lišící v mezích tolerancí. Oproti tomu, chyby ostatních členů montážní technologické soustavy, představují ve svém souhrnu pro daný, konkrétní automat konstantu, kterou lze seřízením vykompenzovat a na jejím místě pak figuruje pouze chyba vlastního seřízení. Vyjímku tvoří pouze chyba fixace transportního zařízení stroje, která se takto vykompenzovat nedá.

Smyslem práce, a tedy i zmíněného příkladu, není výpočet výsledné chyby stroje  $S$  a přípravků  $P_1$  a  $P_2$ , který je založen na všeobecně známých metodách výpočtu rozměrových řetězců, a proto s přihlédnutím k výše uvedenému, bude proveden výpočet přesnosti vzájemné orientace součástí 1 a 2 za předpokladu, že výsledná chyba části montážní technologické soustavy  $P_1 - S - P_2$ , mezi základními ustavovacích elementů 3 a 4, je dána chybou vzájemného seřízení těchto ploch a chybou fixace. Za tohoto předpokladu, provedeme rozbor polohy montovaných součástí v montážní poloze, t.j. v okamžiku před vlastním spojením.

## 7.2 Schema ustavení a analýza chyb.

Schema ustavení, pomocí něhož provedeme analýzu chyb je na obr. 23.

Základní součást (trn 1) je ustavena v přípravku  $P_1$ , přitom předpokládáme, že osa  $O_1$ , pouzdra 3 se nachází v ideální poloze, t.j. ztotožníme ji s osou  $Z$ , souřadné soustavy  $xyz$ . Případný náklon osy  $O_1$  kolem osy  $X$ , resp.  $Y$ , vyvolaný nerovnoběžností vnější a vnitřní válcové plochy pouzdra, je z důvodů malých hodnot této nerovnoběžnosti zanedbatelný. Lze tedy v případě pouzdra 3 psát



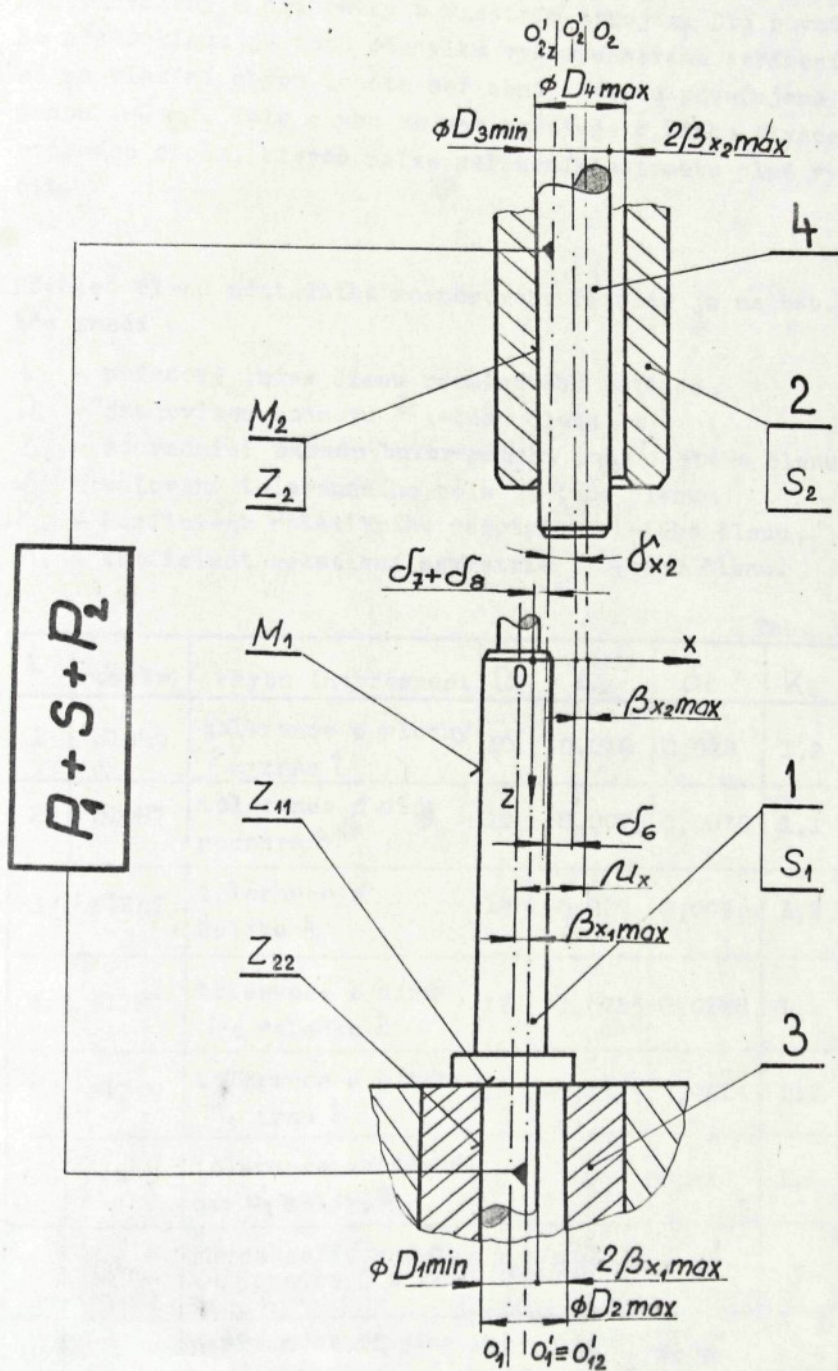


$\beta (\beta_x, \beta_y) \approx 0$  ,  $\gamma (\gamma_x, \gamma_y) \approx 0$  , posunutí  $\beta_z$  neuvažujeme, neboť je shodné se směrem montážního pohybu a rovněž tak natožení  $\gamma_z$ , kolem osy  $Z$  , neboť montovaná plocha  $M_1$ , a také ustavovací základna  $Z_{11}$  má kruhový průřez. Za těchto okolností, pouzdro 3 ovlivní polohu osy  $O_1$ , trnu 1 , vůči poloze vlastní osy  $O'_1$  pouze nepřesností průměru díry  $D_2$  , další chybou, která má na polohu osy  $O_1$  vliv, je nepřesnost průměru  $D_1$  , základní plochy  $Z_{11}$ , trnu 1 , tyto chyby vytvářejí vůli, v jejíchž mezích se zmíněné posunutí  $O_1$  vůči  $O'_1$  pohybuje. Přitom složku chyby ustavení trnu 1 (polohy osy  $O_1$  ), danou případným náklonem  $\gamma$ , osy  $O_1$  kolem nějakých os rovnoběžných s osami  $x$  a  $y$ , v důsledku nekolmosti čelní plochy nákržku trnu  $Z_{12}$  k jeho ose  $O_1$  a také nekolmosti osy  $O'_1$ , pouzdra 3, k jeho čelu, na které se trn 1 plochou  $Z_{12}$  ustavuje, lze zanedbat, protože hodnoty těchto nekolmostí jsou obvykle malé. Z téhož důvodu není třeba uvažovat nescouosost montované plochy  $M_1$ , trnu 1 a jeho ustavovací základny  $Z_{11}$  . Z toho co bylo uvedeno vyplývá, že chyba ustavení trnu 1 se určí, jako uzavírající člen  $\beta_{x1}$ , rozměrového řetězce s členy  $2\beta_{x1}$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  .

Ustavení a orientace podávané součásti (válečku 2 ) se provádí dle montované plochy  $Z_{21} \equiv M_2$ , pomocí kolíku 4 , přípravku  $R_2$  . Přitom může dojít k posunutí osy  $O_2$ , válečku 2 , vůči ose  $O'_2$ , kolíku 4 , ve směru souřadných os  $x$  a  $y$  , a také náklonu osy  $O_2$  vůči  $O'_2$  , natočením osy  $O_2$  kolem os  $x$  a  $y$  , v mezích vůle kolíku v díře válečku, dané chybami rozměrů  $D_3$  a  $D_4$  . Chyba ustavení válečku 2 se tedy určí, jako uzavírající člen  $\beta_{x2}$ , řetězce rozměrů  $2\beta_{x2}$ ,  $D_3$  a  $D_4$ .

Kromě chyby průměru  $D_3$ , kolíku, je třeba počítat i s chybou v důsledku značné relativní délky kolíku, projevující se určitým zkřížením  $\gamma_2(\gamma_{x2}, \gamma_{y2}) \neq 0$  , které lze vyjádřit příslušnou tolerancí polohy konce kolíku ( $\delta_{6x} = \delta_{6y} = \delta_6$  ).

Tím jsou obecně určeny chyby ustavení montovaných součástí, t.j. chyby jejich polohy vzhledem k příslušným přípravkům, resp. jejich ustavovacím elementům. Zbývá určit vzájemnou odchylku polohy těchto ustavovacích elementů, v tomto případě jejich os  $O'_1$  a  $O'_2$  , které jsou zároveň o-





sami jejich základěn. Pomocí těchto základěn jsou tyto elementy svázány s přípravky a vlastním strojem. Dle původního předpokladu, je tato odchylka vykompensována seřizováním, až na vlastní chybu tohoto seřizování, kterou považujeme za danou ( $\delta_7$ ). Tato chyba se pak zvětšuje o chybu fixace ( $\delta_8$ ) otočného stolu, kterou nelze seřizováním automatu plně vyloučit.

Přehled členů montážního rozměrového řetězce je na tab. 3, kde značí :

- $i$  - pořadový index členu rozměrového řetězce,
- $D_i$  - jmenovitou hodnotu  $i$ -tého členu,
- $\Delta_i$  - souřadnici středu tolerančního pole  $i$ -tého členu,
- $\delta_i$  - polovinu tolerančního pole  $i$ -tého členu,
- $K_i$  - koeficient relativního rozptylu  $i$ -tého členu,
- $\lambda_i$  - koeficient relativní asymetrie  $i$ -tého členu.

Tab. 3

| $i$ | rozměr      | chyba (nepřesnost)                                                          | $D_i$ | $\Delta_i$ | $\delta_i$ | $K_i$ | $\lambda_i$ |
|-----|-------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------|------------|------------|-------|-------------|
| 1   | $\phi 10h9$ | tolerance $\phi$ plochy<br>2 <sub>11</sub> trnu 1                           | 10    | -0,018     | 0,018      | 1,2   | 0           |
| 2   | $\phi 10H7$ | tolerance $\phi$ díry<br>pouzdra 3                                          | 10    | +0,0075    | 0,0075     | 1,1   | 0           |
| 3   | $\phi 12h7$ | tolerance $\phi$<br>kolíku 4                                                | 12    | -0,009     | 0,009      | 1,2   | 0           |
| 4   | $\phi 12H9$ | tolerance $\phi$ díry<br>M <sub>2</sub> válečku 2                           | 12    | +0,0215    | 0,0215     | 1,1   | 0           |
| 5   | $\phi 12f9$ | tolerance $\phi$ plochy<br>M <sub>1</sub> trnu 1                            | 12    | -0,0375    | 0,0215     | 1,2   | 0           |
| 6   | -           | tolerance zkřížení<br>osy O <sub>2</sub> kolíku 4                           | 0     | 0          | 0,03       | 1,-   | 0           |
| 7   | -           | chyba seřiz.osy O <sub>1</sub><br>O <sub>2</sub> pouzdra 3 a ko-<br>líku 4. | 0     | 0,05       | -          | -     | -           |
| 8   | -           | nepřesnost fixace<br>otočného stolu                                         | 0     | 0          | 0,05       | 1,-   | 0           |

### 7.3 Výpočet přesnosti vzájemné orientace montovaných součástí.

Výpočet bude proveden v následujícím sledu; nejprve se určí metodou maxima-minima chyba ustavení trnu 1, chyba ustavení válečku 2 a celková chyba vzájemné orientace ve směru souřadné osy X. Tímtež postupem se určí složky těchto chyb ve směru osy Y. Součet složek celkové chyby ve směru X a Y, dává výslednou celkovou chybu vzájemné orientace. Potom analogicky budou stanoveny tytéž chyby pravděpodobnostní metodou.

#### 7.3.1 Výpočet metodou maxima-minima.

- a) Určení chyby ustavení trnu 1 (posunutí  $\beta_{x1}$  os  $O_1$  a  $O'_1$ ), válečku 2 (posunutí  $\beta_{x2}$  os  $O_2$  a  $O'_2$ ) a chyby vzájemné orientace (celkové posunutí  $\mu_x$ ) ve směru X :

$$1) \beta_{x1} = \frac{1}{2} [ (D_2 - D_1) + (\Delta_2 - \Delta_1) + (\delta_2 + \delta_1) ] =$$

$$= 0,5 [ (10 - 10) + (0,0075 + 0,018) + (0,0075 + 0,018) ] = 0,0255 \text{ mm},$$

$$2) \beta_{x2} = \frac{1}{2} [ (D_4 - D_3) + (\Delta_4 - \Delta_3) + (\delta_4 + \delta_3) ] =$$

$$= 0,5 [ (12 - 12) + (0,0215 + 0,009) + (0,0215 + 0,009) ] = 0,0305 \text{ mm},$$

$$3) \mu_x = \beta_{x1} + \beta_{x2} + \delta_6 + \delta_7 + \delta_8 =$$

$$= 0,0255 + 0,0305 + 0,0300 + 0,0500 + 0,0500 = 0,186 \text{ mm}.$$

- b) Chyba ustavení trnu 1, válečku 2 i chyba vzájemné orientace ve směru Y budou z důvodů symetrie stejné, jako ve směru X, t.j.  $\mu_y = \mu_x = 0,186 \text{ mm}.$



c) Výsledná chyba vzájemné orientace pak bude

$$\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} = \sqrt{0,186^2 + 0,186^2} = 0,263 \text{ mm}.$$

### 7.3.2 Výpočet metodou pravděpodobností.

a) Určení chyby  $\beta_{x_1}$ ,  $\beta_{x_2}$  a  $\mu_x$ :

$$1) \beta_{x_1} = \Delta_{x_1} + \lambda_{x_1} \delta_{x_1} = \frac{1}{2} [(D_2 - D_1) + (\Delta_2 - \Delta_1) + (\lambda_1 \delta_2 + \lambda_1 \delta_1)],$$

protože  $\lambda_{x_1} = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$ , bude systematická část  $\beta_{x_1}$ :

$$\Delta_{x_1} = 0,5 [(D_2 - D_1) + (\Delta_2 - \Delta_1)] = \beta_{x_1} =$$

$$= 0,5 [(10 - 10) + (0,0075 + 0,018)] = 0,0127 \text{ mm},$$

a náhodná složka (v důsledku náhodné části radiální vůle mezi trnem 1 a pouzdrem 3) bude:

$$\delta_{x_1} = \frac{1}{2K_{x_1}} \sqrt{K_2^2 \delta_2^2 + K_1^2 \delta_1^2}, \text{ kde}$$

$$K_{x_1} = 1 + \frac{0,55}{\sum |\xi_i| \delta_i} \left( \sqrt{\sum \xi_i^2 K_i^2 \delta_i^2} - \sqrt{\sum \xi_i^2 \delta_i^2} \right), \text{ protože}$$

převodové poměry členů rozměrového řetězce  $\xi_i = 1, i=1,2$ , bude

$$K_{x_1} = 1 + \frac{0,55}{\delta_1 + \delta_2} \left( \sqrt{K_2^2 \delta_2^2 + K_1^2 \delta_1^2} - \sqrt{\delta_2^2 + \delta_1^2} \right) =$$

$$= 1 + \frac{0,55}{0,0075 + 0,018} \left( \sqrt{1,1^2 \cdot 0,0075^2 + 1,2^2 \cdot 0,018^2} - \sqrt{0,0075^2 + 0,018^2} \right) = 1,08,$$

pak

$$\delta_{x_1} = \frac{1}{2 \cdot 1,08} \sqrt{1,1^2 \cdot 0,0075^2 + 1,2^2 \cdot 0,018^2} = 0,0107 \text{ mm}.$$

$$2) \beta_{x_2} = \Delta_{x_2} + \lambda_{x_2} \delta_{x_2} = \frac{1}{2} [(D_4 - D_3) + (\Delta_4 - \Delta_3) + (\lambda_4 \delta_4 - \lambda_3 \delta_3)],$$

protože  $\lambda_{x2} = \lambda_4 = \lambda_3 = 0$ , bude systematická složka  $\beta_{x2}$ :

$$\begin{aligned}\Delta_{x2} &= 0,5 [ (D_4 - D_3) + (\Delta_4 - \Delta_3) ] = \beta_{x2} = \\ &= 0,5 [ (12 - 12) + (0,0215 + 0,009) ] = 0,0152 \text{ mm},\end{aligned}$$

a náhodná složka

$$\sigma_{x2} = \frac{1}{2K_{x2}} \sqrt{K_4^2 \sigma_4^2 + K_3^2 \sigma_3^2}, \text{ kde } K_{x2}, \text{ pro } \xi_3 = \xi_4 = 1, \text{ bude}$$

$$\begin{aligned}K_{x2} &= 1 + \frac{0,55}{\sigma_4 + \sigma_3} \left( \sqrt{K_4^2 \sigma_4^2 + K_3^2 \sigma_3^2} - \sqrt{\sigma_4^2 + \sigma_3^2} \right) = \\ &= 1 + \frac{0,55}{0,0215 + 0,009} \left( \sqrt{1,1^2 \cdot 0,0215^2 + 1,2^2 \cdot 0,009^2} - \sqrt{0,0215^2 + 0,009^2} \right) = 1,04,\end{aligned}$$

pak

$$\sigma_{x2} = \frac{1}{2 \cdot 1,04} \sqrt{1,1^2 \cdot 0,0215^2 + 1,2^2 \cdot 0,009^2} = 0,0116 \text{ mm}.$$

- 3)  $\mu_x = \Delta_x + \delta_x$ , kde souřadnice poloviny pole rozptylu posunutí os  $O_1$  a  $O_2$ , ploch  $M_1$  a  $M_2$ , ve směru  $X$  je

$$\begin{aligned}\Delta_x &= \Delta_{x1} + \Delta_{x2} + \Delta_7 = \\ &= 0,0127 + 0,0152 + 0,0500 = 0,078 \text{ mm},\end{aligned}$$

a polovina pole rozptylu posunutí os  $O_1$  a  $O_2$ , v důsledku náhodných složek chyb sestavených členů montážního rozměrového řetězce, ve směru  $X$  bude:

$$\sigma_x = \frac{1}{K_x} \sqrt{\sum \xi_i^2 K_i^2 \sigma_i^2}, \text{ kde } K_x = 1, \text{ protože roz-}$$

dělení posunutí os se blíží normálnímu, a  $\xi_i = 1$ , protože všechny členy řetězce jsou paralelní, takže:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sqrt{K_{x1}^2 \sigma_{x1}^2 + K_{x2}^2 \sigma_{x2}^2 + K_3^2 \sigma_3^2 + K_6^2 \sigma_6^2} = \\ &= \sqrt{1,08^2 \cdot 0,0107^2 + 1,04^2 \cdot 0,0116^2 + 1^2 \cdot 0,05^2 + 1^2 \cdot 0,03^2} = 0,0606 \text{ mm},\end{aligned}$$

potom  $\mu_x = 0,078 + 0,0606 = 0,139 \text{ mm}$ .



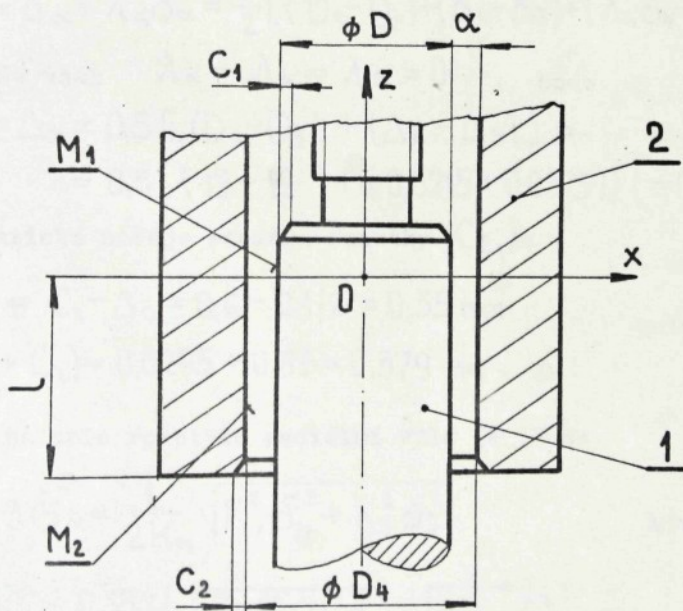
b) chyba  $\mu_y = \mu_x = 0,139 \text{ mm}$ , z uvedeného důvodu symetrie.

c) Výsledná chyba vzájemné orientace bude

$$\mu = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} = \sqrt{0,139^2 + 0,139^2} = 0,196 \text{ mm}.$$

#### 7.4 Výpočet dovolených odchylek vzájemné orientace.

Při určování dovolených odchylek se vychází z rozměrů montovaných ploch součástí, v tomto příp., u trnu 1 jsou to rozměry  $D_5 = 12^{+0,016}_{-0,059}$  a  $C_1 = 1,6$ , a u válečku 2 rozměry  $D_4 = 12^{+0,04}_{-0,0}$  a  $C_2 = 0,6^{+0,1}_{-0,0}$ . Rozměry  $C_1$  a  $C_2$  udávají sražení náběhových hran montovaných ploch  $M_1$  a  $M_2$  (viz obr.24).



obr. 24

#### 7.4.1 Výpočet metodou maxima-minima.

Dle vzorce(53) bude dovolená hodnota modulu výsledné chyby  $\mu$  , vzájemné orientace :

$$\mu_{\text{dov}} = \alpha_{\text{min}} = \frac{D_{4\text{min}} - D_{5\text{max}}}{2} + C_{2\text{min}} = \frac{12 + 11,84}{2} + 0,5 = 0,508 \text{ mm}.$$

#### 7.4.2 Výpočet metodou pravděpodobností.

Za předpokladu, pravděpodobnosti nesmontovatelnosti  $P_N = 0,0027$ , bude :

$$\mu_{\text{dov}} = \alpha_{\text{min}} = E(\alpha + C_2) - 3\sigma_{\alpha + C_2}, \quad \text{kde}$$

$$E(\alpha + C_2) = E\alpha + EC_2, \quad \text{a} \quad \sigma_{\alpha + C_2} = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_{C_2}^2}.$$

Matematická naděje vůle  $\alpha$ , je :

$$E\alpha = \Delta_\alpha + \lambda_\alpha \delta_\alpha = \frac{1}{2}[(D_4 - D_5) + (\Delta_4 - \Delta_5) + (\lambda_4 \delta_4 - \lambda_5 \delta_5)],$$

protože však  $\lambda_\alpha = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$  , bude

$$E\alpha = \Delta_\alpha = 0,5[(D_4 - D_5) + (\Delta_4 - \Delta_5)] =$$

$$= 0,5[(12 - 12) + (0,0215 + 0,0375)] = 0,0295 \text{ mm},$$

matematická naděje rozměru fazetky  $C_2$ , je :

$$EC_2 = C_2 - \Delta_{C_2} = 0,6 - 0,1/2 = 0,55 \text{ mm}, \quad \text{potom}$$

$$E(\alpha + C_2) = 0,0295 + 0,55 = 0,579 \text{ mm}.$$

Polovina pole rozptylu radiální vůle  $\alpha$ , bude

$$\delta_\alpha = 3\sigma_\alpha = \frac{1}{2K_\alpha} \sqrt{K_4^2 \delta_4^2 + K_5^2 \delta_5^2}, \quad \text{kde}$$

$$K_\alpha = 1 + \frac{0,55}{\delta_4 + \delta_5} \left( \sqrt{K_4^2 \delta_4^2 + K_5^2 \delta_5^2} - \sqrt{\delta_4^2 + \delta_5^2} \right) =$$

$$= 1 + \frac{0,55}{0,0215 + 0,0215} \left( \sqrt{1,2^2 \cdot 0,0215^2 + 1,1^2 \cdot 0,0215^2} - \sqrt{0,0215^2 + 0,0215^2} \right) = 1,05,$$



Pak

$$\delta_{\alpha} = \frac{1}{2,05} \sqrt{1,1^2 \cdot 0,0215^2 + 1,2^2 \cdot 0,0215^2} = 0,0164 \Rightarrow \sigma_{\alpha} = \frac{0,0164}{3} = 0,0054 \text{ mm.}$$

Polovina pole rozptylu rozměru  $C_2$  fázetky bude :

$$\delta_{C_2} = 3\sigma_{C_2} = 0,1/2 = 0,05 \Rightarrow \sigma_{C_2} = 0,05/3 = 0,0167 \text{ mm, pak}$$

$$\sigma_{\alpha+C_2} = \sqrt{0,0054^2 + 0,0167^2} = 0,0175 \text{ mm,}$$

takže dovolená velikost modulu výsledné odchylky orientace součástí bude :

$$\mu_{\text{dov}} = 0,579 - 3 \cdot 0,0175 = 0,526 \text{ mm.}$$

### 7.5 Kontrola splnění podmínek smontovatelnosti.

a) V případě hodnot získaných výpočtem metodou maxima-minima

$$\mu = 0,263 < \mu_{\text{dov}} = 0,508.$$

b) V případě hodnot získaných pravděpodobnostní metodou výpočtu :

$$\mu = 0,196 < \mu_{\text{dov}} = 0,526.$$

Ukazuje se tedy, že v obou případech jsou podmínky smontovatelnosti splněny a montované součásti mají dostatečnou technologičnost konstrukce, aby byly vhodným objektem automatické montáže.

### 7.6 Souhrn.

Je třeba si všimnout, že již malým snížením požadavku 100% spolehlivosti montáže na 99,73% se značně snižují požadavky na přesnost vzájemné polohy montovaných součástí. V uvedeném příkladě to není tak významné, neboť jde o montážní celek s poměrně nízkou přesností uložení ( $\varnothing 12H9/f9$ ), a tedy značnou vůlí, umožňující uskutečnění automatické montáže bez větších technických problémů, teoreticky se 100% spolehlivostí (viz splnění podmínky smontovatelnosti, určené výpočtem metodou maxima-minima). Avšak u přesnějších uložení, nebývá vždy splněna podmínka smontovatelnosti vyplývající z výpočtu na

maximum-minimum, t.j. při dané konstrukci uzlu (co se týče přesnosti) není možné zaručit 100% spolehlivost montáže, a je třeba snížit požadavek na spolehlivost procesu montáže na únosnou míru, při níž jsou podmínky smontovatelnosti (vyplývající z pravděpodobnostního výpočtu pro příslušné %  $P_N$ ) splněny. Může však dojít k situaci, že podmínky smontovatelnosti jsou splněny až při neúnosně snížené spolehlivosti (pro vysoké %  $P_N$ ).

V takovém případě, je třeba, buď zvýšit technologičnost konstrukce montovaného uzlu, zúžením tolerancí rozměrů montovaných ploch, příp. ustavovacích základů a rozměrů svazujících montované plochy se základnami, nebo doplněním tvaru kompenzačními prvky, což je obvykle spojeno s dodatečnými náklady na obrábění, z hlediska funkce uzlu zbytečnými (snížení technologičnosti konstrukce z hlediska obrábění), nebo je třeba provést zásah do konstrukce vlastního automatu. Za předpokladu, že bylo zvoleno optimální schema ustavení, které má vztah, jak ke konstrukci automatu (přípravků), tak součástí, jsou možné v zásadě dva zásahy, a to zvýšit **přesnost** rozměrů součástí automatů figurujících v montážním rozměrovém řetězci, nebo automaty doplnit speciálním kompenzačním zařízením k vyrovnaní části chyby orientace, montovaných součástí, která přesahuje vůli mezi nimi. Oba zásahy představují pochopitelně rovněž značné zvýšení nákladů na vývoj a výrobu automatu.

Je pak otázkou technicko-ekonomického rozboru, v němž se uplatňují další kritériální faktory (především hromadnost výroby), zda vůbec montáž daného uzlu automatizovat, či nikoli.



## 8. Z á v ě r .

Na závěr chci uvést, že obsahem práce je matematický model procesu automatické montáže, pomocí kterého lze řešit primární otázky při technologickém projektování takového procesu.

Z formálního hlediska práce představuje metodiku řešení výše zmíněných primárních otázek projektování automatické montáže, kterými se toto projektování liší od projektování jiných technologických procesů.

V kap. 2, která je úvodem do vlastní problematiky je obecně popsán technologický proces montáže a ukázáno místo a význam vzájemné orientace montovaných součástí, jakožto etapy představující jádro celého procesu.

V následující 3. kap. bylo ukázáno místo vzájemné orientace ve vztahu k montážní technologické soustavě. Bylo ukázáno, že chyby vzájemné orientace, t.j. odchylky vzájemné polohy montovaných součástí v různých souřadných směrech, jsou uzavírajícími členy montážních rozměrových řetězců v příslušných směrech. Jako takové, je lze vypočítat běžnými metodami výpočtů rozměrových řetězců (metoda maxima-minima, nebo pravděpodobnostní). Přitom tyto řetězce jsou složeny z členů představovaných chybami jednotlivých členů montážní technologické soustavy (1. montovaná součást - 1. přípravek - automat - 2. přípravek - 2. montovaná součást).

V kap. 4 je řešena obecně otázka, kdy může dojít ke spojení montovaných součástí, t.j. otázka existence smontovatelnosti, jakožto jevu podmíněného tvarem, chybami rozměrů a přesností vzájemné polohy montovaných ploch součástí, před vlastním spojením.

Vycházejíc z obecné podmínky spojení, totiž, že průměty montovaných ploch do roviny kolmé ke směru montážního pohybu musí být totožné, byly odvozeny, pro nejčastěji se vyskytující tvary montovaných ploch, podmínky smontovatelnosti, jakožto matematické vztahy mezi možnými odchylkami vzájemné polohy těchto ploch v prostoru a vůlemi mezi těmito plochami. Tato kapitola je v celé práci základní.



Takto formulované podmínky smontovatelnosti, jakožto kriteria reálnosti procesu spojení předpokládají absolutní opakovatelnost montážních cyklů, t.j. všechny veličiny, které se v nich vyskytují jsou konstantní, ve skutečnosti však je opakovatelnost cyklů jen relativní (zúčastňují se jich pokaždé jiné součásti), a tudíž zmíněné veličiny jsou náhodné, a jako takové mohou nabývat různých hodnot v mezích určitých tolerancí.. V důsledku toho, v podmínkách praxe, nemají podmínky smontovatelnosti absolutní platnost.

Proto v kap. 5, která přímo navazuje na kap. 4, jsou odvozeny obecné vztahy pro výpočet pravděpodobnosti platnosti podmínek smontovatelnosti, pro jednotlivé tvary montovaných ploch tak, jak jsou v kap. 4. Význam těchto vztahů, je v tom, že dovolují pro daný montážní uzel (s konkrétními tolerovanými rozměry součástí) stanovit procento smontovatelnosti, za předpokladu, že známe přesnost zbývajících členů montážní technologické soustavy (automatu a přípravků). Tato úloha přichází v úvahu, posuzujeme-li způsobilost k automatické montáži určitého uzlu na seriově vyráběném, t.j. do určité míry universálním automatu. Mnohem významnější, je však úloha opačná, kdy vycházejíc z předpokládaného schema ustavení součástí uzlu, který se má automaticky montovat a nutného procenta smontovatelnosti, stanovujeme, dle výše uvedených vztahů, dovolené odchylky vzájemné polohy montovaných ploch těchto součástí. Tyto dovolené odchylky jsou pak nedílnou částí výchozích požadavků na konstrukci automatu, jeho výrobu a seřízení. Tato druhá úloha je podrobněji rozvedena v kap. 6.

Vztahy v kap. 4 a 5, které tvoří jádro práce a je doplňující vztahy v kap. 6, představují aparát, pomocí něhož lze řešit z technického hlediska otázku, zda je možné automatizovat montáž určitého uzlu, a s jakou spolehlivostí, či nikoli.

S konečnou platností lze však tyto otázky zodpovědět pouze s přihlédnutím k ekonomickým aspektům výroby. Technický rozbor, který je předmětem této práce, je však nezbytným vstupem komplexního technicko-ekonomického rozboru. Ve vytvoření metodiky takového technického rozboru spatřuji smysl své práce.



Je zřejmé, že nejlepší předpoklady k úspěchu při automatizaci montáže budou vytvořeny tím, že již konstruktér bude navrhovat součásti co do tvaru a přesnosti rozměrů tak, aby splňovaly nejen požadavky na správnou funkci výrobku, ale byly i způsobilé k automatické montáži, a k tomu může navržená metodika také přispět.

Práce je doplněna příkladem praktického použití metodiky (kap.7), pro posouzení technologičnosti konstrukce, z hlediska montáže, uzlu z oblasti textilního strojírenství.

Nakonec bych chtěl poděkovat svému školiteli prof. Ing. Jaroslavu Draskému CSc za podporu, které se mi z jeho strany dostalo.

*Dušík*

Ing. Karel Dušík

Použitá literatura.

- 1) Arbuzov, N.B. - Ždanov, N.I. - Makeev, G.A. :  
Metodika technologičeskoj klassifikaciji i kodirovanija  
sboročnych jediníc mašinostrojenija i priborostrojenija.  
Moskva, Gostandart SSSR - VNIINmaš, 1975.
- 2) Avtomatičeskiye sboročnyje liniji za rubežom.  
Minsk, Běloruskij NIINTI i TEI Gosplana BSSR, 1974.
- 3) Balakšin, B.S. : Někotoryje těoretičeskiye voprosy avto-  
matizaciji sborki mašin : Těchnologija mašinostrojenija,  
č.12, 1962.
- 4) Balakšin, B.S. : Osnovy těchnologiji mašinostrojenija.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1969.
- 5) Bolčkevič, Č.I. - Usòv, B.A. : Avtooperatory.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1974.
- 6) Bonč - Osmolovskij, M.A. : Selektivnaja sborka.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1974.
- 7) Boothroyd, G. - Redfors, A.H. : Mechanized assembly.  
Fundamentals of parts feeding, orientation and mechani-  
zed assembly.  
London, Mc Graw - Hill Book comp., 1968.
- 8) Borodačev, N.A. : Obosnovanija metodiky rasčeta dopus-  
kov i ošibok rozměrnych i kinamatičeskich cepěj. Časť II.  
Moskva, ANSSSR, 1946.
- 9) Borovkov, A.A. : Těorija věrojatnosti.  
Moskva, Nauka, 1976.
- 10) Bulovskij, P.I. : Osnovy sborki priborov.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1970.



- 11) Dobrzański, T.: Przyrzady i uchwytty obróbkowe.  
Warszawa, WNT, 1963.
- 12) Dunajev, P.F.: Rozměrnyje cepji.  
Moskva, Mašgiz, 1963.
- 13) Dwight, H.B.: Tables of integrals.  
New York, The MacMillan comp., 1961.
- 14) Feđorčenko, G.P.: Rasčet točnosti centrirovanija dětalej  
pri sborke.  
Izvěstija VUZ - Mašinostrojenije, č.6, 1969.
- 15) Firago, V.P.: Výpočet přesnosti obrábění.  
Praha, SNTL, 1961.
- 16) Fronober, M.: Vorrichtungen.  
Berlin, VT, 1969.
- 17) Gerasimov, A.G.: Točnost sboročnych avtomatov.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1967.
- 18) Gluščenko, E.I.: Osnovy technologičeskoj podgotovki  
proizvodstva v těkstilnom mašinostrojeniji.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1972.
- 19) GOST 16319-70. Cepji razměrnyje (terminy, opredělenija  
i oboznačeniya). Moskva, Gostandart SSSR, 1971.
- 20) GOST 16320-70. Cepji razměrnyje (metody rasčeta ploskich  
cepjej). Moskva, Gostandart SSSR, 1972.
- 21) Grum - Gržimajlo, S.B.: Bazy v mašinostrojeniji.  
Moskva, Mašinostrojenije, 1974.
- 22) Gusev, A.A.: Někotoryje voprosy točnosti pri avtomatičes-  
koj sborke dětalej s cilindričeskimi pověrchnostjami  
soprjaženij.  
Izvěstija VUZ - Mašinostrojenije č. 8, 1965.

- 23) Gurskij, G.I.: Teorija verojatnostej s elementami matematičeskoj statistiki. Moskva, Vysšaja škola, 1971.
- 24) Ignatjev, M.B. - Kulakov, F.M. - Pokrovskij, A.M.: Algoritmy upravlenija robotami - manipuljatorami. Leningrad, Mašinostrojenije, 1972.
- 25) Jachimovič, V.A.: Orientirujuščije mechanizmy sboročnych avtomatov. Moskva, Mašinostrojenije, 1975.
- 26) Jakušev, A.I.: Vzaïimozaměnjajemost'č, standartizacija i tehničeskiye izměrenija. Moskva, Mašinostrojenije, 1974.
- 27) Janke, E. - Emde, F. - Lösch, F.: Tafeln höherer funktionen. Stuttgart, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.
- 28) Jermin, A.N.: Avtomatizacija sboročnych processov. Teoretičeskiye osnovy avtomatizaciji sborki. Tomsk, MVSSOPCFSR - PI S.M.Kirova, 1973.
- 29) Karmazina, L.N. - Čistova, E.A. : Tablicy funkcij Besselja ot mnimogo argumenta i integralov ot nich. Moskva, AN SSSR, 1958.
- 30) Korn, G. - Korn, T. : Mathematical handbook for scientists and engineers. New York, McGraw - Hill Book comp., 1968.
- 31) Kornberger, Z.: Technologia budowy maszyn. Warszawa, WNT, 1969.
- 32) Korsakov, V.S.: Osnovy konstruirovanija prispособlenij v mašinostrojeniji. Moskva, Mašinostrojenije, 1971.
- 33) Korsakov, V.S.: Tehnologičeskiye osnovy projektirovanija sredstv mehanizaciji i avtomatizaciji sboročnych processov v priborostrojeniji. Moskva, Mašinostrojenije, 1971.



- 34) Kosilov, V.V.: Technologičeskiye osnovy projektirovaniya avtomatičeskogo sboročnogo oborudovaniya. Moskva, Mašinostrojenije, 1976.
- 35) Kosilova, A.G. - Meščerjakov, R.K. - Kalinin, M.A.: Točnost obrabotki, zagatovki i pripuski v mašinostrojeniji. Moskva, Mašinostrojenije, 1976.
- 36) Kulagin, J.V.: Osnovnyje uslovija sobirajemosti detalej pri avtomatičeskoj zapressovke. Izvěstija VUZ č. 1, 1967.
- 37) Lobzov, B. - Mucenek, K.: O rasčete točnosti processa avtomatičeskoj sborki. Izvěstija AN Litev.SSR, č.4(165), 1961.
- 38) Lobzov, B.A. - Mucenek, K.J.: Vlijanije točnosti vzajimnoj orientaciji na naděžnost avtomatičeskoj sborki. Sbornik " Točnost, vzajimozaměnjajėmość i techničeskiye izměrenija v mašinostrojeniji ". Moskva, Nauka, 1964.
- 39) Malov, A.N.: Progressivnyje technologičeskiye processy sborki v priborostrojeniji. Moskva, Mašinostrojenije, 1974.
- 40) Medviď, M.V.: Avtomatičeskiye orientirujuščije zagruzočnyje ustrojstva i mehanizmy. Moskva, Mašgiz, 1963.
- 41) Mucenek, K.J.: Avtomatizacija sborki izdėlij. Riga, AN-Lėtv.SSR, 1964.
- 42) Mucenek, K.J.: Avtomatizacija sboročnych processov. Leningrad, Mašinostrojenijė, 1969.
- 43) Novikov, M.P a kol.: Naučnyje osnovy avtomatizaciji sborki mašin. Moskva, Mašinostrojenije, 1976.
- 44) Pabian, A. - Szklarzewicz, Z.: Bazowanie przedmiotow w uchwytach obróbkowych metoda doboru par kinematycznych bazowania. Mechanik, 1975, Nr 10, 506-510.

- 45) Pavlov, V.V.: Osnovy avtomatizaciji projektirovanija tehnologičeskich processov sborki letatělnych apparatov. Moskva, MATTI, 1975.
- 46) Pavlov, V.V.: O charaktěre bazirovanija elementov konstrukcii pri sborke. Izvěstija VUZ-Mašinostrojenije č.2, 1966.
- 47) Prejs, V.F. - Bljacherov, I.S. - Prejs, V.V. - Usenko, N.A.: Avtomatizacija zagruzki pressov štučnymi zagatovkami. Moskva, Mašinostrojenije, 1975.
- 48) Rabinovič, A.N.: Avtomatizacija mehanosboročnogo proizvodstva. Kijev, Vyšša škola, 1969.
- 49) Rabinovič, A.N.: Avtomatičeskoje prientirovanije i zagruzka štučnych detalej. Kijev, Technika, 1968.
- 50) Rasčet norm točnosti avtomatičeskich sboročnych mašin. Moskva, NII-maš, 1974.
- 51) RTM 23-61. Metodika rasčeta razměrnych cepjej. Moskva, Standartgiz, 1963.
- 52) Rumšiskij, L.Z.: Elementy teoriji vėrojatnosti. Moskva, Nauka, 1976.
- 53) Sluckij, I.I.: Transportno-zagruzočnyje ustrojstva v avtomatizirovannom proizvodstve. Moskva, Mašinostrojenije, 1973.
- 54) Smiljanskij, V.I.: O tehnologičnosti konstrukcii objekta avtomatičeskoj sborki. Někotoryje konstruktivnyje osobennosti objekta avtomatičeskoj sborki, opreděljajuščije jego tehnologičnost'. Lvov, Sbornik " Avtomatizacija proizvodstvennych processov v mašinostrojeniji i priborostrojeniji " No.2, 1966.
- 55) Smiljanskij, V.I.: Tehnologičeskiye osnovy rasčeta projektirovanija avtomatičeskich sboročnych mašin. Lvov, Vyšša škola, 1974.



- 56) Sokolovskij, A.P.: Naučnyje osnovy tehnologiji mašinostrojenija. Moskva, Mašgiz, 1955.
- 57) Solonin, I.S.: Matematičeskaja statistika v tehnologiji mašinostrojenija. Moskva, Mašinostrojenije, 1972.
- 58) Sovremennyye napravlenija mehanizacii i avtomatizacii sboročnyh rabot v mašinostrojeniji. Minsk, Běl.NIINTI, 1975
- 59) Strzelecki, T.: Synteza układu sterowania manipulatora przeznaczonego do automatyzacji montażu. Mechanik, 1975, Nr 5/6, 273-275.
- 60) Svešnikov, A.A. a kol.: Sbirka úloh z teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky a teorie náhodných funkcí. Praha, SNTL, 1971.
- 61) Šereševskij, N.I.: Analiz i sintéz mnogojarusnoj sborki. Moskva, Mašinostrojenije, 1971.
- 62) Thurn, M. - Wille, B.: Montage - Automatisierungstoleranzen. Der Maschinenbau, 15 (1966), No 9, 411-415.
- 63) Tymowski, J.: Technologia budowy maszyn. Warszawa, WNT, 1970.