

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

FAKULTA STROJNÍ

Katedra strojů průmyslové dopravy



Obor 2302T010

Konstrukce strojů a zařízení

Zaměření

Pístové spalovací motory

**Spojovací hřídel motoru Š 1.2 s dynamometry
laboratoře KSD**

**Coupling shaft of engine Š 1.2 with dynamometers of
laboratory KSD**

Diplomová práce

KSD – DP – 489

Martin Svoboda

Vedoucí diplomové práce:

Doc.Ing. Celestýn Scholz, Ph.D.

Konzultant diplomové práce:

prof. Ing. Jan Honců, CSc.

Ing. Jan Novák

Počet stran: 44

Počet obrázků: 40

Počet tabulek: 8

Počet příloh: 5

Počet výkresů: 5

UNIVERZITNÍ KNIHOVNA
TECHNICKÉ UNIVERZITY V LIBERCI



3146134689

Květen 2006



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní

Katedra strojů průmyslové dopravy

Studijní rok: 2005/2006

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jméno a příjmení **Martin S v o b o d a**
studijní program **M2301 Strojní inženýrství**
obor **2302T010 Konstrukce strojů a zařízení**
zaměření **Pístové spalovací motory**

Ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách se Vám určuje diplomová práce na téma:

SPOJOVACÍ HŘÍDEL MOTORU Š 1.2 S DYNAMOMETRY LABORATOŘE KSD

Zásady pro vypracování:

(uveďte hlavní cíle diplomové práce a doporučené metody pro vypracování)

1. Obecný rozbor problematiky spojovacích hřídelů a spojek určených pro přenos proměnného točivého momentu s povoleným vyosením agregátů, se zaměřením na případy pružně uloženého 3válcového spalovacího motoru. .
2. Návrh konstrukčního řešení s využitím částí hnacích hřídelů osobních automobilů (např. Žiguli), vhodného pro výrobu v podmínkách KSD a s uvažováním variability přírub dynamometrů.
3. Výpočetní analýza torzních kmitů, útlumu a namáhání navrhovaného řešení v porovnání s dosud používaným na KSD .
4. Návrh způsobu měření pro ověření vypočtených hodnot.
5. Cílem je návrh řešení spolehlivého spojovacího hřídele motoru Š 1,2 s dynamometry KSD, které by bylo využitelné při běžných experimentálních pracích..

TCJ

KSD / PSM
(KVH)

V 76/05 S

440-1 [30] a pil. 5 ml. pil.

Diplomová práce KSD - DP – 489

Spojovací hřídel motoru Š 1.2 s dynamometry laboratoře KSD

Anotace

Diplomová práce se zabývá problematikou torzního kmitání spojovacího hřídele mezi zážehovým motorem Š1.2HTP (40kW) a dynamometrem ASD 235 M250 na zkušebním stanovišti. V práci je řešen výpočetní model a návrh spojovacího hřídele. Dále je popsána metoda bezkontaktního měření torzního kmitání a je provedeno vyhodnocení dat měření pro ověření výpočetního modelu.

Klíčová slova: Spojovací hřídel

Coupling shaft of engine Š 1.2 with dynamometers of laboratory KSD

Annotation

Thesis deals with problems of the torsional oscillating connection shaft between ignition engine Š1.2HTP (40kW) and dynamometer ASD 235 M250 at trial workstation. Thesis handles analysis model and proposal connection shaft. Further, the thesis describes method of contactless metering of torsional oscillating and it makes data evaluation of measure for check analysis model.

Key words: Coupling shaft

Desetinné třídění:

Zpracovatel: TU v Liberci, Fakulta strojní, Katedra strojů průmyslové dopravy

Dokončeno : 2006

Archivní označení zprávy:

Počet stran: 44

Počet obrázků: 40

Počet příloh: 5

Počet výkresů: 5

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval všem pracovníkům katedry strojů průmyslové dopravy, především svému vedoucímu diplomové práce Doc. Ing. Celestýnu Scholzovi, Ph.D. za odbornou pomoc, připomínky a cenné rady.



Obsah:

Obsah:	6
1 Úvod	8
2 Rozbor problematiky	9
2.1 Kardanův hřídel	9
2.2 Pružný spojovací hřídel	11
2.3 Známá řešení	16
2.3.1 Brisk a.s.	16
2.3.2 Škoda Auto	17
2.3.3 ČVUT FSI	17
2.3.4 TUL FS KSD	17
3 Návrh řešení	19
3.1 Výpočet stávajícího řešení	19
3.1.1 Spalovací motor Š1.2 HTP 40kW	20
3.1.1.1 Technické parametry:	21
3.1.1.2 Momenty setrvačnosti	21
3.1.1.3 Budící moment	22
3.1.2 Asynchronní dynamometr ASD 235 M250	25
3.1.3 Spojovací hřídel	27
3.1.3.1 Geometrický model	27
3.1.3.2 Vlastnosti pružného členu	28
3.1.3.3 Matematický model	29
3.1.3.4 Výsledky výpočtu	30
3.2 Měření stávajícího řešení	32
3.2.1 Uspořádání měření	32
3.2.2 Popis měřícího zařízení	33
3.2.3 Výsledky měření	35
3.2.3.1 Omezení	35
3.2.3.2 Zpracování dat	36
3.3 Verifikace výpočetního modelu	38
3.3.1 Porovnání výsledků	38
3.3.2 Změny výpočtového modelu	38
3.4 Výpočet nového návrhu	39
3.4.1 Geometrie modelu	39
3.4.2 Výsledky a jejich diskuse	40
4 Závěr	43
5 Použitá literatura	44



SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

OZNAČENÍ

Ω	[rad-1]	Vlastní úhlová frekvence	F_m	[N]	Setrvačná síla od posuvných hmot (I.řádu)
N	[min-1]	Vlastní frekvence			
P	[W]	Výkon	F_n	[N]	Normálová síla
M	[N.m]	Točivý moment	F_o	[N]	Ojniční síla
ω	[rad-1]	Kruhová frekvence	F_r	[N]	Radiální síla
α	[°], [rad]	Úhel natočení klikového hřídele	F_c	[N]	Celková síla působící na píst
β	[°], [rad]	Úhel výkyvu ojnice	F_t	[N]	Tangenciální síla
λ	[-]	Klikový poměr	F_{tc}	[N]	Celková tangenciální síla (za 3. válcem)
r	[m]	Poloměr kliky			
Z	[m]	Zdvih motoru	M_t	[N.m]	Točivý moment (za 3. válcem)
D	[m]	Vrtání motoru			
p	[Pa]	Tlak ve válci	M_{tF}	[N.m]	Točivý moment vyjádřený fourierovou řadou (za 3. válcem)
V_M	[cm ³]	Zdvihový objem motoru			
V_Z	[cm ³]	Zdvihový objem válce	n_j	[min ⁻¹]	Jmenovité otáčky
P_e	[kW]	Efektivní výkon motoru	n	[-]	Počet složek fourierovy řady
l	[m]	Délka ojnice	k	[-]	Racionální celistvé číslo
m_p	[kg]	Posuvné hmoty			
m_r	[kg]	Rotační hmoty	v	[-]	Řád harmonické složky
i	[-]	Krok; počet válců	T	[-]	Perioda
I	[kg.m ²]	Moment setrvačnosti	A_k	[-]	Fourierův koeficient
n_s	[min ⁻¹]	Otáčky při určitém stavu	B_k	[-]	Fourierův koeficient
F_p	[N]	Síla od tlaku plynu	C_k	[-]	Fourierův koeficient

INDEXI

SH	Spojovací hřídel
M	Motor
B	Brzda

ZKRATKY

PSM	Pístové spalovací motory
fy, fa	Firmy, firma
KH	Klikový hřídel
Deg	Úhlový stupeň
HTP	High Torque Performance
ČVUT	České vysoké učení technické
FSI; FS	Fakulta strojní
TUL	Technická univerzita Liberec
KSD	Katedra strojů průmyslové dopravy
ProE	ProEngineer WildFire 2
SH	Spojovací hřídel
MKP	Metoda konečných prvků
MPM	Metoda přenosových matic

1 Úvod

Spojovací hřídel s pružnou spojkou je nedílnou součástí přenosu otáček a točivého momentu mezi dvojicí motor-zátěž, kde není možné zajistit souosé spojení jak v klidu, tak i za chodu soustrojí. Tato kombinace se vyskytuje především spojením pístového spalovacího motoru s danou zátěží, kde je motor pružně uložen. V provozu pak vykazuje výchylky posuvů a úhlových natočení, které má za úkol vyrovnávat zařízení k tomu určené např. dvojitá pružná spojka nebo kardan.

Pružné spojky se používají u mnoha četných průmyslových a dopravních zařízeních, např. u lodí (motor-šroub), u automobilů s motorem v předu a pohonem zadní nápravy (převodovka-zadní náprava). V motorářském oboru mají především opodstatnění na zkušebních stanovištích motorů, kde jsou součástí spojovacího hřídele mezi motorem a brzdou.

Problémem je správná volba pevných a pružných částí s ohledem na hmotné momenty setrvačnosti motoru a rotoru brzdy. Velikost těchto momentů setrvačnosti zásadně ovlivňují návrh pružných členů spojovacího hřídele, tak aby jeho provoz probíhal pokud možno mimo rezonance s nejnižšími úhlovými výchylkami.

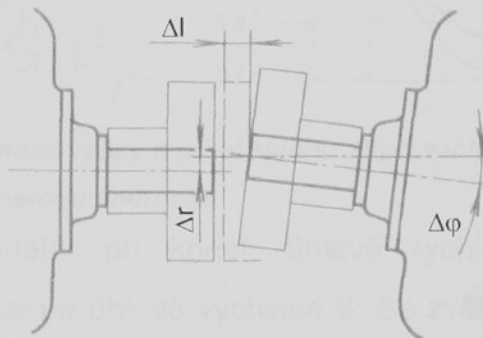
Tato práce je zaměřena na návrh spojovacího hřídele pro motor Š 1.2HTP a dynamometrem ASD 235 M 250. Ještě před vlastním návrhem je čtenář s těmito stroji a příslušenstvím blíže seznámen. Návrh je zde vytvářen s využitím programů mathcad 2001 a ProEngineer WFII. V další stati jsou podrobnější informace o bezdotykovém měření úhlové rychlosti (případně úhlové výchylky) a přístroji k tomuto účelu vhodným.

V současné době se vývojem či výrobou částí anebo celých spojovacích hřídelů zabývají renomované firmy jako např. z tuzemských KOVO Brno, GUMEX, RUBENA a ze zahraničních SCHENCK, CENTA, RATHI, DESCH, DIPRA, atd.

Cílem je návrh řešení spolehlivého spojovacího hřídele motoru Š 1.2 s dynamometry KSD, které by bylo využitelné při běžných experimentálních pracích.

2 Rozbor problematiky

Spojovací hřídel je strojní součást spojující hnací a hnaný stroj, která slouží pro přenos výkonu. Konstrukce spojovacího hřídele může mít provedení od jednoduché pevné spojky až po složitou montážní jednotku, což záleží na charakteru chodu hnaného a hnacího stroje a na vzájemné poloze hřídelů (Obr. 1) za provozu.



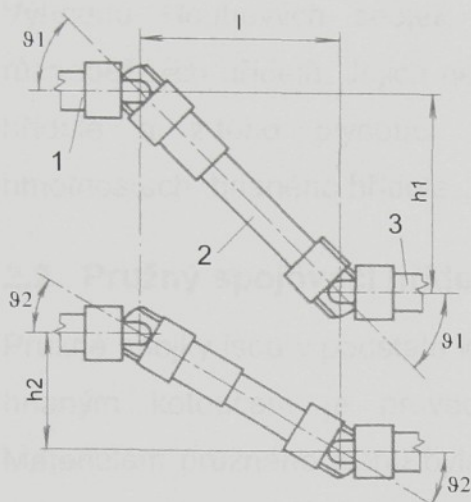
Obr. 1 Axiální, radiální posuv a vychýlení os spojovacích hřídelů.

Obeční rozbor problematiky spojovacích hřídelů bude dále zúžen pouze na variantu spojení pružně uloženého 3válcového pístového spalovacího motoru a pevně uloženého dynamometru. Pro takto specifikované vlastnosti soustrojí je možné brát v úvahu:

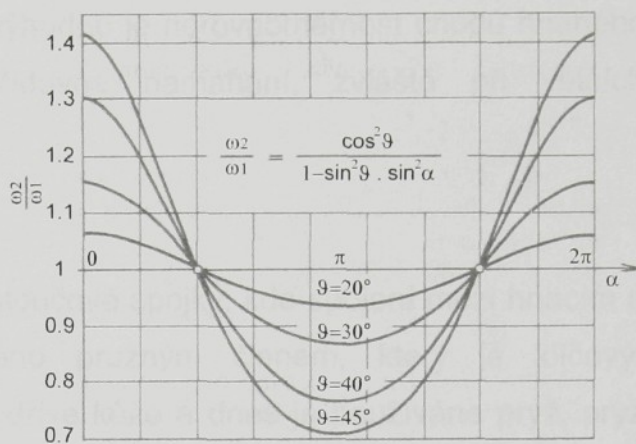
- Kardanův hřídel
- Pružné pryžové spojky

2.1 Kardanův hřídel

Kardanův hřídel se skládá z dvou kloubových spojek (Hookeův kloub) a jedné axiálně posuvné spojky. Umožňuje nepružný přenos točivého momentu při určitém vychýlení os. Není proto vhodný pro zkušební stanoviště motorů, kde je měřen točivý moment přístroji, pro které jsou tyto torzní vibrace nad přípustnou mez (např. tenzometrická měřící příruba). Naopak je výhodné použití kardanu pro soustrojí motoru s velmi nerovnoměrným charakterem M_t (např. motory s počtem válců $i < 3$) a brzdy, kde je měřen M_t pomocí ramene. Na konci ramene je zachytávána podstatně menší síla než na poloměru měřící příruby a tím jsou dány menší nároky na měřící člen. Nevýhodou kloubových spojek při vychýlení os, je nerovnoměrnost



Obr. 2 (vlevo) Kardan změna výšky h (úhel sklonu ϑ) při zachování délky l .



Obr. 3 (vpravo) Průběh nerovnoměrnosti

chodu hnaného hřídele, při konst. úhlové rychlosti hnacího hřídele. Nerovnoměrnost závisí na úhlové výchylce ϑ . Se zvětšujícím se úhlem ϑ se zvětšují také změny úhlové rychlosti hnaného hřídele. Na (Obr. 2) je znázorněno spojení hnacího hřídele 1 kloubem s hřídelem hnaným 2 a s dalším kloubem a hřídelem 3.

Minimální hodnoty ω_2 jsou při $\alpha = 0$ a $\alpha = 180^\circ$ a maximální hodnoty nastávají pro $\alpha = 90$ a $\alpha = 270^\circ$. Konstantní úhlové rychlosti hřídele 3 ($\omega_3 = \omega_1$) se dosáhne dvěma kloubovými spojkami, svírají-li osy hřídelů s vloženým hřídelem 2 stejný úhel ϑ a leží-li obě vidlice v jedné rovině. Této lze dosáhnout, jestliže je prostřední hřídel 2 axiálně posuvný (změna délek h_1 a h_2 při zachování délky l).

Průběhy závislosti ω_3/ω_1 na úhlu natočení α úhlu sklonu hřídelů ϑ při $\omega_1 = \text{konst.}$ jsou na (Obr. 3). Nerovnoměrnost chodu se projevuje u vloženého hřídele, kde vznikají doplňkové dynamické momenty, které zvětšují zatížení jednotlivých součástí vloženého hřídele.

Vliv setrvačných účinků na vloženém hřídeli není třeba uvažovat jen u pomaloběžných hřídelů. Při vyšších otáčkách hřídele a větších setrvačných hmotnostech hřídele je třeba vždy uvažovat vliv přídavného dynamického točivého momentu. Při dlouhodobém zatížení se připouští úhlové výchylky $\vartheta = \pm 6^\circ$ a při krátkodobém zatížení $\vartheta = \pm 15^\circ$ při úměrně sníženém točivém momentu spojky.

Výhodou kloubových spojek je především to, že umožňují spojení různoběžných hřídelů. Jejich nevýhodou je nerovnoměrnost chodu hnaného hřídele a z toho plynoucí přídavná namáhání, zvláště při větších hmotnostech hnaného hřídele.

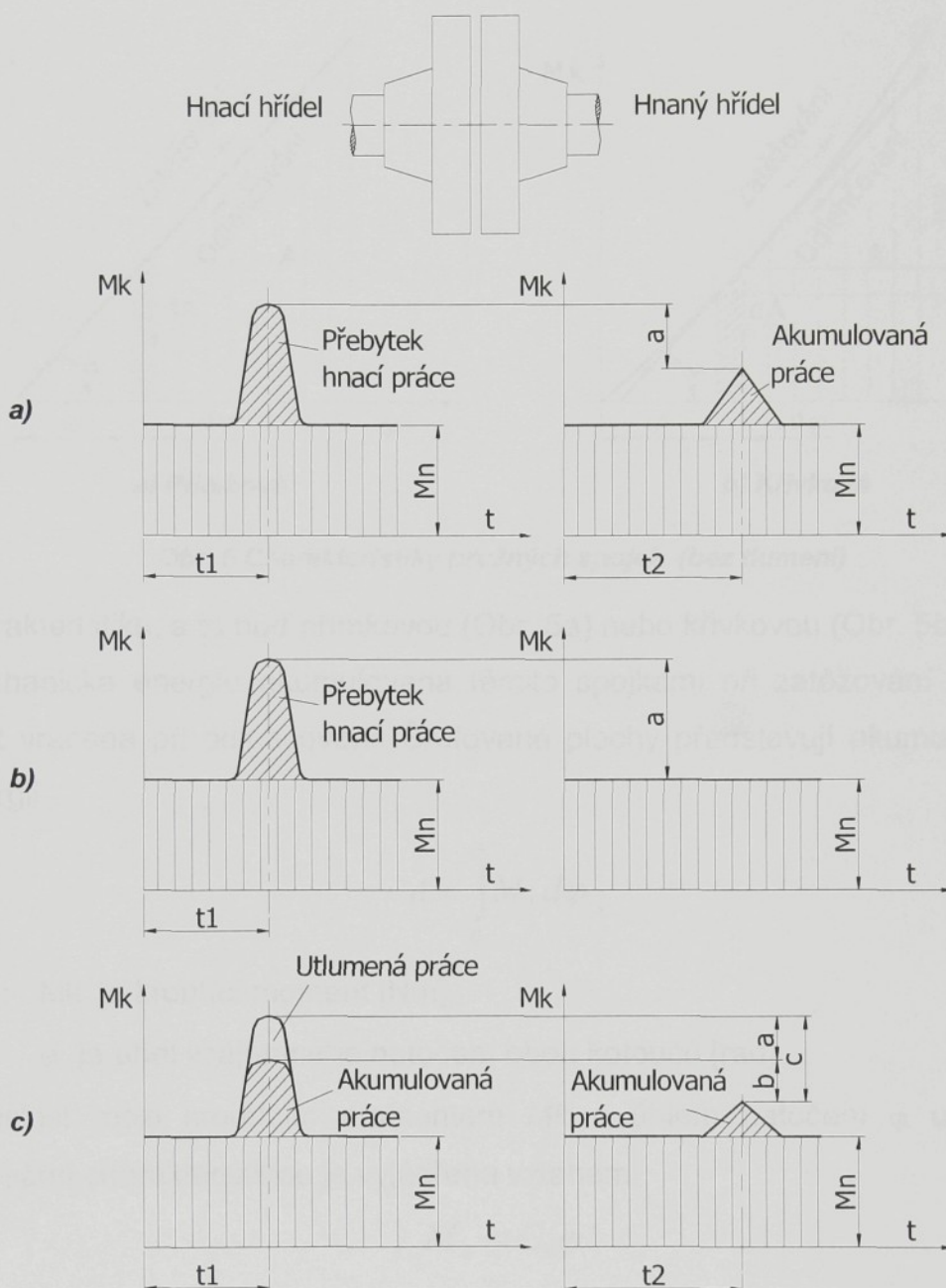
2.2 Pružný spojovací hřídel

Pružné spojky jsou v podstatě kotoučové spojky, kde spojení mezi hnacím a hnaným kotoučem je provedeno pružným členem, který je klíčový. Materiálem pružného členu byla dříve kůže a dnes je používána pryž, pryž s vrstvami tkaniny (kompozit: např. kaučuk + polyamidové vlákna). Pružné členy jsou též zhotoveny z pružinových ocelí, které z důvodu velmi malého vnitřního útlumu materiálu nemají význam pro snižování torzních kmitů a proto se pro tento účel nepoužívají.

Pružné spojky jsou vyznačovány vlastnostmi:

1. Mírní rázy točivého momentu.
2. Mění kritické otáčky systému.
3. Zabezpečují mechanismus před rezonančními torzními kmity, vznikajícími nerovnoměrností točivého momentu.
4. Nevyžadují souosost spojovaných hřídelů, vyrovnávají jejich vzájemné osové posuny a úhlové výchylky (Obr. 1).

Jmenovitý moment M_n způsobuje pružnou deformaci pružin a vzájemné natočení obou kotoučů spojky o úhel φ_n . Náhlá krátkodobá změna kroutícího momentu představuje přebytek hnací práce, která zvýší deformaci pružin a zvětší natočení kotoučů o úhel φ . Při této dočasné pružné deformaci pružin se akumuluje přebytek hnací práce a při zpětném pohybu pružin, který následuje po nárazu, se tento přebytek hnací práce převede na hnaný hřídel. Pružiny, které nemají tlumení, převedou akumulovanou energii beze ztrát (Obr. 4a). Při tom se ráz mírní o hodnotu a a jeho časové posunutí je $t_2 > t_1$. Pružiny, které mají schopnost zcela utlumit náraz kroutícího momentu, převedou přebytek hnací práce v teplo (Obr. 4b). Pružné spojky pracují obvykle s útlumem i akumulací energie rázu (Obr. 4c). Celkové zmírnění rázu c bývá složeno z útlumu a a z akumulace b . Schopnost snížení rázu tlumením je dána velikostí energie pohlcené pružnými články při jejich

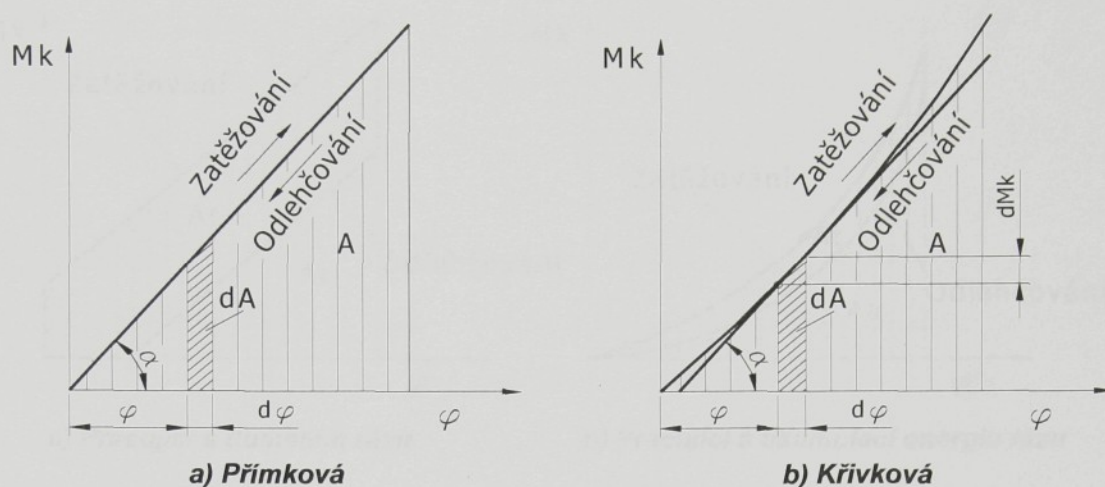


Obr. 4 Chování pružných spojek

a) Bez tlumení; b) S max. tlumením; c) Obvyklý útlum

deformaci. K pohlcení energie rázu a její přeměně na tepelnou energii dochází jednak účinkem vnitřního tření v pružných materiálech a jednak účinkem vnějšího tření mezi pružnými elementy.

Torzní pružnost a tlumicí schopnost pružných spojek udávají tzv. charakteristiky, které představují grafické vyjádření vztahu $M_k = f(\varphi)$. Charakteristika spojky se určuje měřením vzájemné úhlové výchylky φ obou spojkových kotoučů při zatěžování různými momenty M_k . Spojky, jejichž pružiny nemají tlumicí schopnosti, mají pro zatěžování i odlehčování stejnou



Obr. 5 Charakteristiky pružných spojek (bez tlumení)

charakteristiku, a to buď přímkovou (Obr. 5a) nebo křivkovou (Obr. 5b).

Mechanická energie akumulovaná těmito spojkami při zatěžování je beze ztrát vrácena při odlehčování. Šrafované plochy představují akumulovanou energii

$$A = \int_0^{\varphi} M_k d\varphi.$$

Kde: M_k je kroutící moment [Nm],

φ je úhel vzájemného natočení obou kotoučů [rad].

Závislost mezi kroutícím momentem M_k a úhlem natočení φ u spojky s lineární charakteristikou je vyjádřena vztahem

$$M_k = C_n \varphi$$

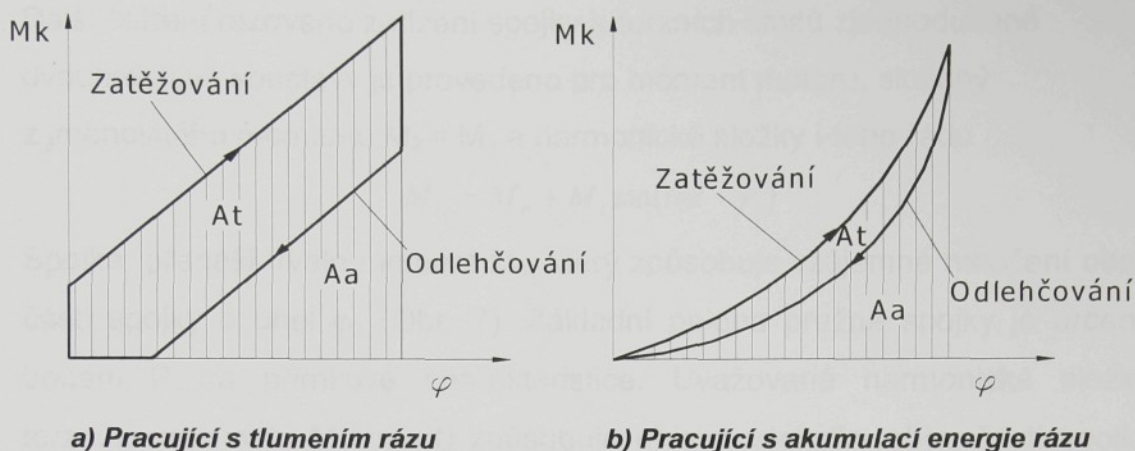
Z tohoto vztahu se určí tuhost spojky

$$C_n = \frac{M_k}{\varphi} = \operatorname{tg} \alpha = \text{kons.} \quad [\text{Nm/rad}].$$

Spojky s lineární charakteristikou mají konstantní tuhost. Tuhost spojky s nelineární charakteristikou je dána vztahem

$$C_n = \frac{dM_k}{d\varphi}$$

Z (Obr. 5b) je patrné, že tuhost těchto spojek se stále mění. Při rostoucím úhlu pootočení φ pracuje spojka s rostoucí tuhostí, má progresivní charakteristiku.



Obr. 6 Charakteristiky pružných spojek

Pružné spojky pracující s tlumením a akumulací energie rázu mají pro zatěžování a odlehčování různé charakteristiky (Obr. 6). Plocha mezi oběma charakteristikami představuje energii A_t pohlcenou tlumením, plocha pod charakteristikou pro odlehčování spojky představuje akumulovanou energii A_a , kterou spojka předá při odlehčení hnanému kotouči. Pro energii torzního rázu A platí vztah

$$A = A_t + A_a$$

Případ zatížení pružné spojky pístovým motorem

Pro vyrovnaný chod soustrojí s pístovým spalovacím motorem je $M_2 = M_n = \text{konst}$ a periodicky proměnlivý hnací moment M_1 lze vyjádřit jako součet harmonických složek.

$$M_1 = M_n + \sum M_i \sin(i\omega_n t + \gamma_i)$$

Kde: M_n je jmenovitý moment,

M_1 je moment hnacího stroje,

M_2 je moment hnaného stroje,

i - řád harmonické složky hnacího momentu,

$\omega_n = \frac{\pi \cdot n_n}{30}$ - úhlová rychlost soustrojí při jmenovitých otáčkách n_n ,

M_i - amplituda i -té harmonické složky

γ_i - fázové posunutí harmonické složky.

Další šetření rázového zatížení spojky a torzních kmitů zjednodušené dvoumotové soustavy je provedeno pro moment motoru, složený z jmenovitého momentu $M_2 = M_n$ a harmonické složky i -tého řádu

$$M_{1i} = M_n + M_i \sin(i\omega t + \gamma_i)$$

Spojka přenáší trvale moment M_n , který způsobuje vzájemné natočení obou částí spojky o úhel φ_n (Obr. 7). Základní poloha pružné spojky je určena bodem P na přímkové charakteristice. Uvažovaná harmonická složka torzního momentu $M_i \sin(i\omega t)$ způsobuje úhlové výchylky obou částí spojky v rozmezí $\pm\varphi_i$, které jsou určeny vztahem

$$\varphi_i = \frac{(Ma)_{\max}}{C_n}.$$

Při každém kmitu harmonické složky torzního momentu se tlumením pružné spojky ztratí energie A_t , odpovídající ploše hysterezní smyčky. V libovolném okamžiku v průběhu kmitu harmonické složky jsou obě části spojky vychýleny ze základní polohy P o úhel φ a pružná spojka působí na obě hmoty návratným momentem M_a a tlumícím momentem M_T .

$$M_a = C_n \varphi$$

$$M_T = b \frac{d\varphi}{dt}.$$

Harmonická složka hnacího momentu zrychluje obě hmoty spojky. Pohybové rovnice těchto částí mají tvar

$$I_1 \frac{d\varphi_1^2}{dt^2} + b \frac{d\varphi}{dt} + C_n \varphi = M_i \sin(i\omega t + \gamma_i),$$

$$I_2 \frac{d\varphi_2^2}{dt^2} + b \frac{d\varphi}{dt} + C_n \varphi = 0.$$

Kde: φ_1, φ_2 jsou výchylky rotujících hmot ze základní polohy,

$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – vzájemné natočení obou částí spojky,

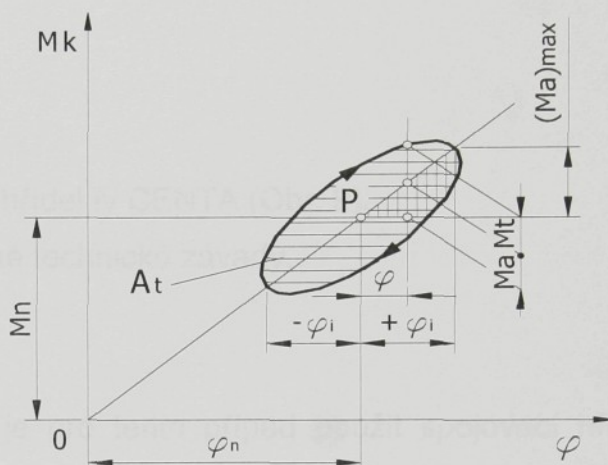
C_n – torzní tuhost spojky,

b – součinitel tlumení spojky,

I_1, I_2 – moment setrvačnosti částí spojky.

Řád jednotlivých harmonických složek je dán počtem jejich kmitů za jednu otáčku hřídele motoru. Harmonickou analýzu hnacího momentu je třeba dělat pro úplný pracovní oběh motoru, tj. u dvoudobého za jednu, u čtyřdobého za

dvě otáčky klikového hřídele. Proto je tedy u dvoudobého motoru $i = 1, 2, 3, \dots$ a u čtyřdobého $i = 0.5, 1, 1.5, \dots$. Hodnoty amplitud harmonických složek M_i se s rostoucím řádem složky zmenšují ($M_1 > M_2 > M_3 \dots$), i přesto je třeba s nimi počítat, pokud zasahují do oblasti provozních otáček. Pro každou harmonickou složku, určenou harmonickou analýzou se provede výpočet zvlášť a jednotlivé složky se sečtou. K těmto výpočtům je třeba znát hodnoty torzní tuhosti spojky C_n , hodnoty poměrného tlumení ψ a momenty setrvačnosti jednotlivých částí torzního systému.



Obr. 7 Rozbor rázového zatížení dvouhmotové torzní soustavy.

2.3 Známá řešení

Cílem je zjišťování informací o aktuální problematice spojovacího hřídele s použitím motoru Š1.2 HTP 40kW v laboratořích škol i komerčních podniků, pokud je to možné. Tento poznatek slouží k poučení se ze stávajících i chybných provedení, případné zamítnutí určitých koncepcí spojovacích hřídelů.

V rámci shromažďování informací jsem navštívil čtyři laboratoře pístových spalovacích motorů, kde na brzdných stanovištích je používán motor Š1.2 HTP a odlišné spojovací hřídele.

2.3.1 Brisk a.s.

Zde je použit spojovací hřídel vlastní výroby firmy a je zhotoven z částí hnacího hřídele osobního automobilu Žiguli (Obr. 10).

Nadměrné namáháním pružného členu a po krátké době provozu dochází k roztržení pryže (Obr.11).

2.3.2 Škoda Auto

Na brzdém stanovišti je použit spojovací hřídel fy SCHENCK.

Produkty této fy se vyznačují vysokou kvalitou, ale také vysokou cenou ve srovnání s konkurencí.

Pružné členy na tomto hřídeli nejsou zcela ideální, dosahují nízké životnosti.

2.3.3 ČVUT FSI

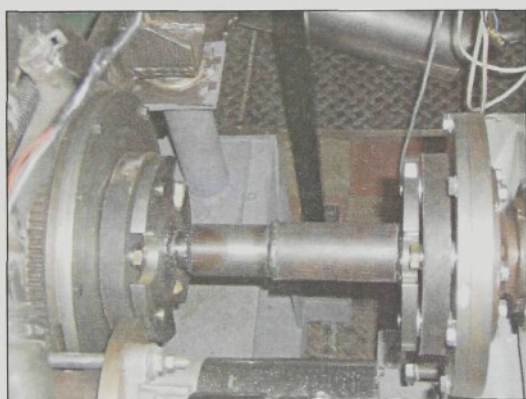
Na tomto stanovišti je použit hřídel fy CENTA (Obr. 9).

Doposud nejsou známy žádné technické závady.

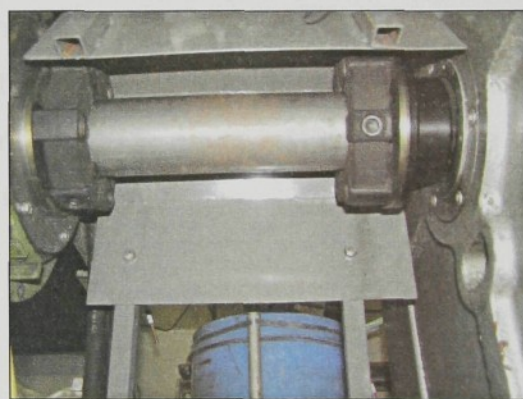
2.3.4 TUL FS KSD

V domovských laboratořích je pro tento případ použit spojovací hřídel s dvojitou Hardy spojkou, vyrobený v podmínkách KSD (Obr. 8).

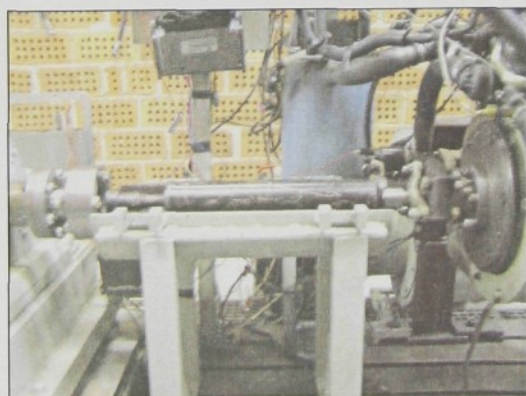
Došlo k prasknutí šroubu.



Obr. 8 2xHardy spojka



Obr. 9 Spojovací hřídel od fy Centa



Obr. 10 Spojovací hřídel (části z Žiguli)



Obr. 11 Hardy spojka (části z Žiguli)

Vzhledem k tomu, že se jedná o tříválcový motor, je průběh momentu oproti klasickému čtyřválcu podstatně nerovnoměrnější, je zapotřebí zvolit tužší pružné členy spojovacího hřídele. Použitím pouze kloubového hřídele by se dosáhlo velmi tuhého spoje, což je pro motory s takovouto nerovnoměrností výhodné, ale vzhledem k povolené velikosti přenášených vibrací měřící příruby na dynamometru, je toto řešení vyloučeno.

Naopak měkké pružné členy (kaučuk bez výztuží), jako je použito u hnacího hřídele osobního automobilu Žiguli ve fy Brisk, se vyznačují dobrými vlastnostmi tlumení, kde část utlumené energie se přeměňuje v teplo. A to znamená, že čím vyšší bude nerovnoměrnost momentu, tím více se bude pryž zahřívat, ztrácet pevnost a při trvání stejného zatěžovacího režimu, dojde k porušení. Z tohoto důvodu, další použití měkkého pružného členu z hnacího hřídele Žiguli, není řešením pro tříválcový motor.

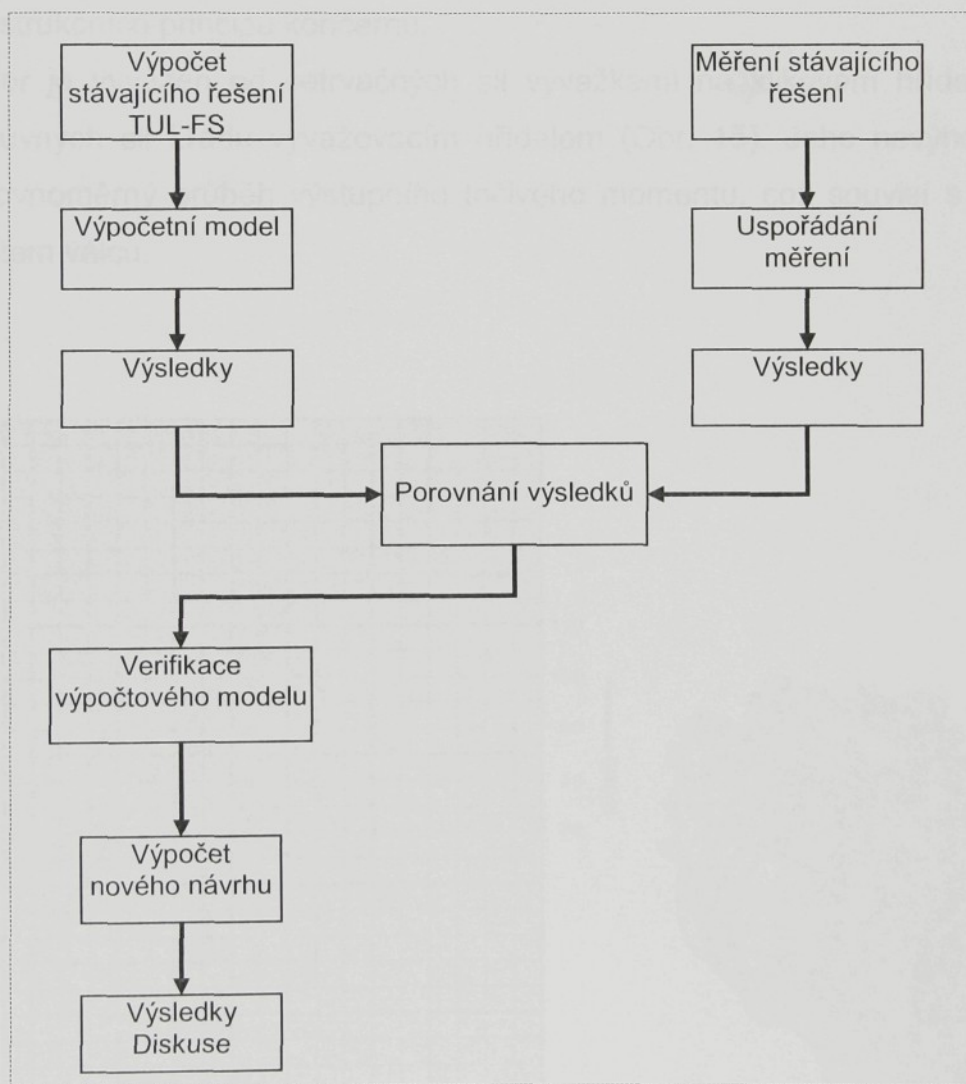
V laboratořích KSD TU, jak je výše uvedeno, je používán spojovací hřídel s dvojitou Hardy spojkou, jejíž pružné členy jsou z kompozitního materiálu. Pružný člen má tvar kotouče, ve kterém je 16 vrstev polyamidové tkaniny navulkanizované kaučukem. Tento kompozit má podstatně vyšší únosnost, oproti předchozímu řešení ze samotné pryže, což je známé z teorie kompozitu. Energie od špiček průběhu momentu je navíc ještě rozkládána do deformace (zvlnění) polyamidových vláken tkaniny.

3 Návrh řešení

3.1 Výpočet stávajícího řešení

Postup je takový, že na základě tohoto fyzicky vyhotoveného spojovacího hřídele se vytvoří obecný matematický model, který se ověří měřením. Ten bude sloužit pro návrh či úpravy parametrů, které budou směrodatné pro zkonstruování nového spojovacího hřídele. Vše je patrné z diagramu (Obr. 12).

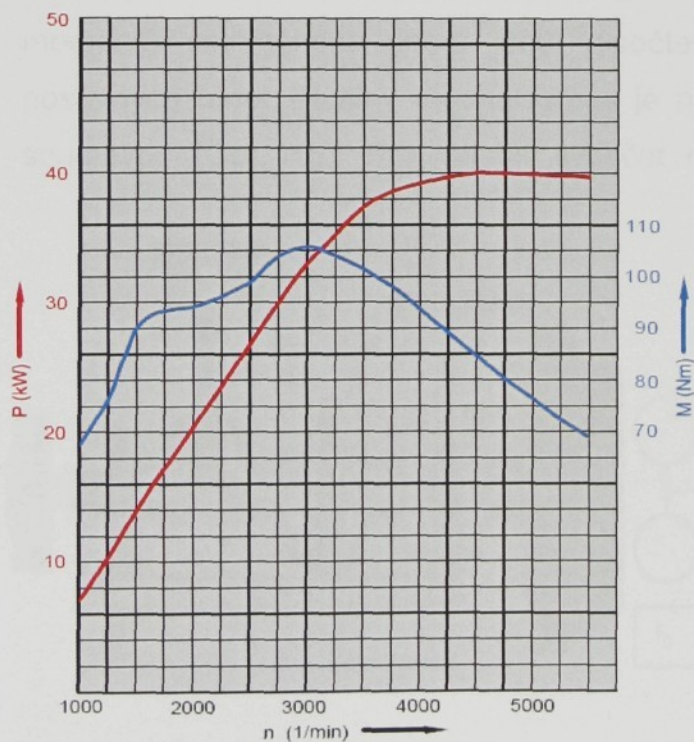
Obr. 12 Schéma návrhu spojovacího hřídele



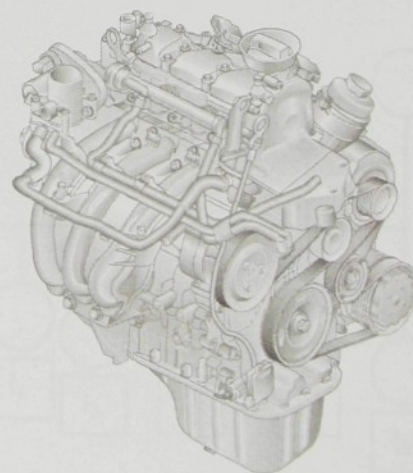
3.1.1 Spalovací motor Š1.2 HTP 40kW

Motor Š1.2 HTP 40kW (Obr.14) je určen pro osobní automobily modelové řady Škoda Fabie, vyrobeným ve firmě Škoda Auto a.s.. V názvu obsažená zkratka „HTP“ (High Torque Performance), označuje vysoký krouticí moment, jehož charakteristika je na (Obr.13). Jedná se o čtyřtákní, tříválcový, řadový, zážehový motor s objemem 1.2 l. Nejvyšší výkon 40kW dosahuje při 4750 ot/min. Hlavním rysem tohoto motoru je však charakteristika točivého momentu, která má prudký nárůst již v nízkých otáčkách a při 1500 ot/min je hodnota momentu 90 N.m. Svého maxima, 106 N.m dosahuje při 3000 ot/min. Koncepce motoru vychází velkou měrou z osvědčených konstrukčních principů koncernu.

Motor je vyvážen od setrvačných sil vývažkami na klikovém hřídeli a od posuvných sil I.řádu vyvažovacím hřídelem (Obr. 15). Jeho nevýhodou je nerovnoměrný průběh výstupního točivého momentu, což souvisí s nízkým počtem válců.



Obr. 13 Charakteristika motoru Š1.2HTP 40kW



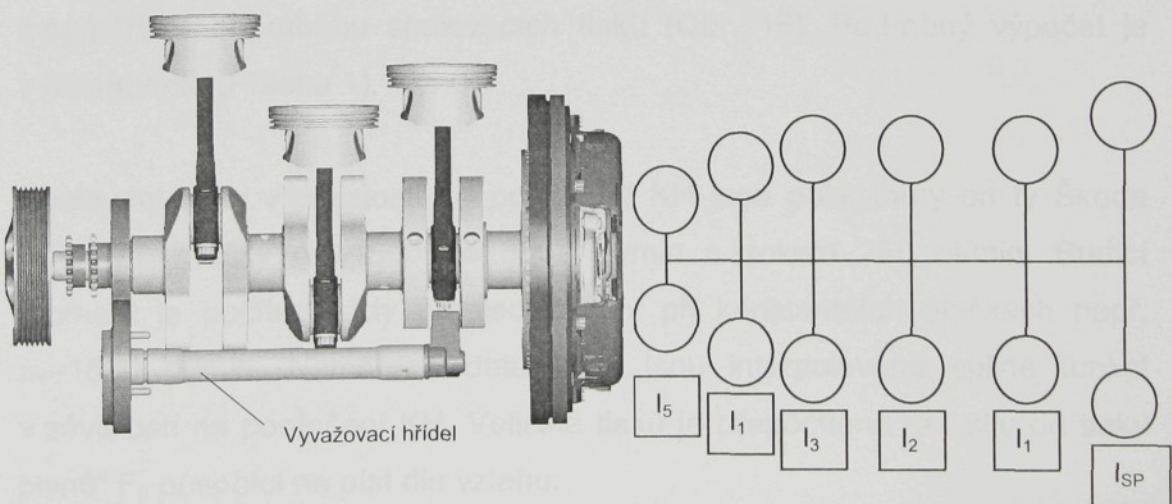
Obr. 14 Motor Š1.2HTP 40kW

3.1.1.1 Technické parametry:

- Konstrukce: Zážehový, 3válcový, řadový motor.
- Obsah: 1198 cm^3
- Vrtání: 76.5 mm
- Zdvih: 86.9 mm
- Délka ojnice 138 mm
- Počet ventilů na válec: 2
- Kompresní poměr: $10.3 : 1$
- Max. výkon: 40 kW při 4750 min^{-1}
- Max. kroutící moment: 106 Nm při 3000 min^{-1}
- Pořadí zapalování: $1 - 2 - 3$
- Palivo : Bezolovnatý benzín s oktanovým č. 95.
- Emisní norma: EU4
- Chlazení: Vodou

3.1.1.2 Momenty setrvačnosti

Celkový moment setrvačnosti motoru I_M se skládá z dílčích redukovaných momentů setrvačnosti, které jsou vypočteny z jednotlivých rotačních a posuvných hmot. Reálný mechanismus je nahrazen zjednodušenou torzní soustavou (Obr. 15). Pro vlastní výpočet může být zjednodušen, neboť



Obr. 15 Mechanismus motoru Š1.2 HTP (vlevo) a jeho zjednodušené torzní schéma (vpravo).

hmoty pohybujícího se vyvažovacího hřídele jsou nepodstatné.

Hodnoty jednotlivých redukováných momentů setrvačnosti jsou poskytnuty od fy Škoda Auto. Přehled a popis je uveden v (Tab. 1).

Tab. 1 Momenty setrvačnosti částí motoru

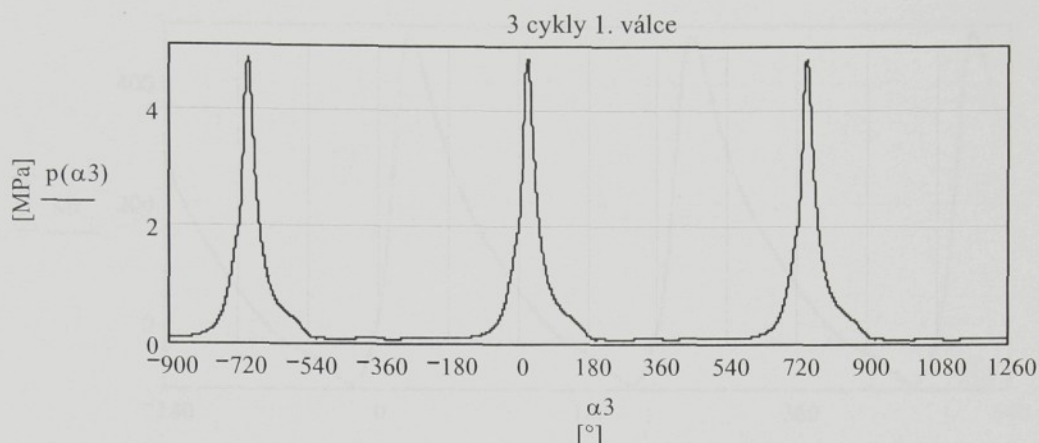
Označení	[kg.m ²]	Popis
I _{SP}	-0,036767	Přítlačný kotouč + lamela + víko spojky
I _S	0,101767	Setrvačník + část klikové hřídele+ přítlačný kotouč + lamela + víko spojky
I ₁	0,0065957	Ojnice + píst
I ₂	0,0065957	Ojnice + píst
I ₃	0,0065957	Ojnice + píst
I ₄	0,0021596	Vyvažovací hřídel + část klikové hřídele + řetězové kolo
I ₅	0,001865	Řemenice + část klikové hřídele + řetězové kolo
I _M	0,0888117	Celkový moment setrvačnosti motoru

3.1.1.3 Budící moment

Budící moment z pohledu namáhání spojovacího hřídele je proměnná silová dvojice, vystupující ze spalovacího motoru v podobě točivého momentu na klikovém hřídeli. Charakter nerovnoměrnosti budícího momentu je dán konstrukcí motoru. Především je to počet válců a jejich uspořádání, průběh tlaku ve válci. Průběh budícího momentu (Obr. 18) je přepočítán z naměřeného průběhu spalovacích tlaků (Obr. 16). Podrobný výpočet je v dokumentu (Příloha 1).

Spalovací tlaky v závislosti na pootočení KH jsou poskytnuty od fy Škoda Auto pro otáčky od 1500 do 5500 ot/min s krokem 250 ot/min. Budící moment je počítán vždy pro jeden stav při konstantních otáčkách např. $n_s=1500$ ot/min. Naměřená data tlaků jsou interpolována spline funkcí v závislosti na pootočení KH. Veličina tlaku je přepočítána na „sílu od tlaku plynů“ F_p působící na píst dle vztahu:

$$F_p(\alpha) := p(\alpha) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$



Obr. 16 Průběh tlaku ve válci při 1500 ot/min

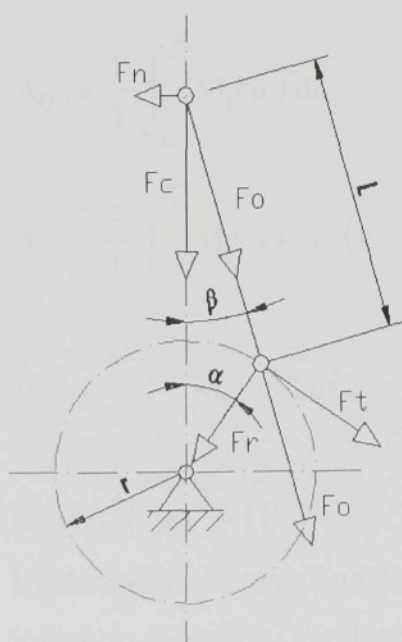
Dále na píst působí setrvačná síla posuvných hmot F_m a je počítána pro první dva řády:

$$F_m(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

Celková síla F_c působící na píst:

$$F_c(\alpha) := F_p(\alpha) + F_m(\alpha)$$

se rozkládá na normálovou sílu F_n působící na stěnu válce a na ojnicí sílu



Obr. 17 Určení tangenciální síly

F_o procházející podélnou osou ojnice, kde na druhém konci působí na čep kliky (Obr. 17). Zde se rozkládá na sílu radiální F_r a sílu tangenciální F_t :

$$F_t(\alpha) := \frac{F_c(\alpha) \cdot \sin(\alpha + \beta(\alpha))}{\cos(\beta(\alpha))}$$

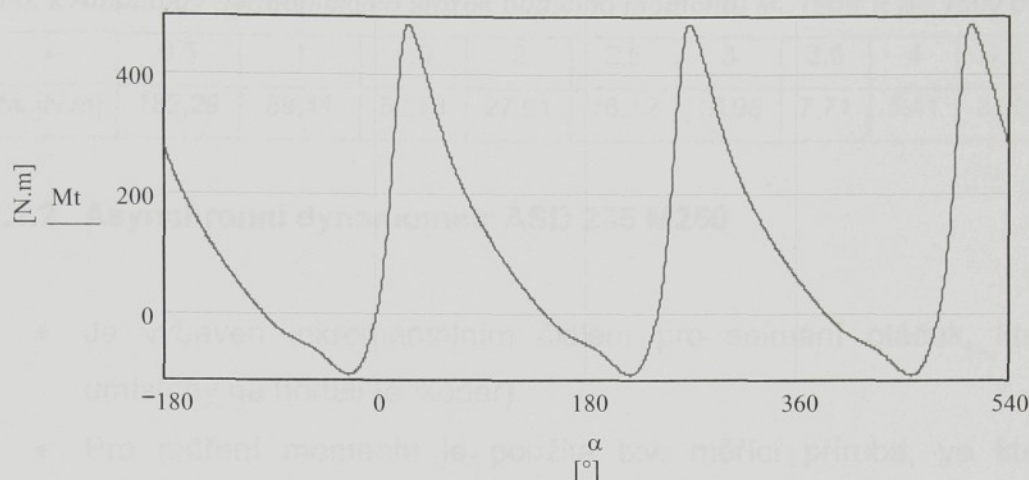
Úhel výkyvu ojnice:

$$\beta(\alpha) := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha))$$

Klikový poměr:

$$\lambda := \frac{r}{l}$$

Postupným složením tří vzájemně posunutých tangenciálních sil o 240° působících na poloměru kliky r je vytvořen točivý moment $M_t = F_t \cdot r$, jejíž průběh je patrný na (Obr. 18).



Obr. 18 Výsledný průběh točivého momentu při 1500 ot/min

V tomto okamžiku, kdy je známa charakteristika momentu, lze provést rozklad na základní kmitavý pohyb a řadu vyšších harmonických složek. Rozklad je prováděn pomocí Fourierovy řady.

$$M_{tF}(\alpha) := A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) + B_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha))$$

$$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$A_0 := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T M_t(\alpha) d\alpha$$

$$A_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T M_t(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha$$

$$B_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T M_t(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha$$

$$C_k := \sqrt{(A_k)^2 + (B_k)^2}$$

M_{tF} – funkce točivého momentu
rozvinutá fourierovou řadou.

ω – kruhová frekvence

T – perioda; $T=240^\circ$

α – úhel pootočení KH

A_0, A_k, B_k – fourierovy koeficienty

k – racionální celistvé číslo

n – počet složek

$0,5 \cdot k = v$ – řád harmonické složky
pro 4-dobé motory.

Výsledkem přípravy budícího momentu jsou jednotlivé harmonické složky točivého momentu vyplývající z výše uvedeného rozkladu pod označením C_k . Dále už je jen používáno označení M_{tv} , kde je respektován řád harmonické složky pro 4-dobé motory $M_{t(0,5,k)} = C_k$. Složky budícího momentu příslušného řádu jsou uvedeny v (Tab. 2).

Tab. 2 Amplitudy harmonických složek budícího momentu M_{tv} řádu ν , při 1500 ot/min

ν	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$M_{tv}[\text{N.m}]$	182,29	89,41	52,73	27,61	16,12	10,98	7,71	5,41	3,80	2,45

3.1.2 Asynchronní dynamometr ASD 235 M250

- Je vybaven inkrementálním čidlem pro snímání otáček, který je umístěný na hřídeli (enkodér).
- Pro měření momentu je použita tzv. měřicí příruba, ve které je zabudován tenzometrický snímač momentu.
- K dispozici je jeden volný konec hřídele.
- Je vhodný pro oba smysly otáček.
- Provoz je možný v generátorickém i motorickém režimu
- Chlazení je řešeno nezávislou ventilací.
- Ochrana vinutí a ložisek je zabezpečena teplotními čidly PT100
- Je upraven pro montáž kalibračních ramen, včetně cejchovaných závaží, které umožňují kalibraci měřicí příruby.

Zařízení je složeno z :

- Asynchronního dynamometru
- Řídící skříně
- Skříně měniče
- Skříňky měřících převodníků.

Regulace otáček a momentu je prováděna přímo digitálními regulačními obvody měniče SIEMENS 6SE7xxx, který je spojen přes komunikační linku PROFIBUS-DP s PLC SIMATIC S7-300. Toto spojení umožňuje předávat naměřená data na obrazovku OP27.

Moment setrvačnosti dynamometru ASD 235 M250 je zjištěn z technické dokumentace od výrobce.

$$I_D = 0,29 [\text{kg.m}^2].$$

**Tab. 3 Rozsah měřených veličin a přesnost:**

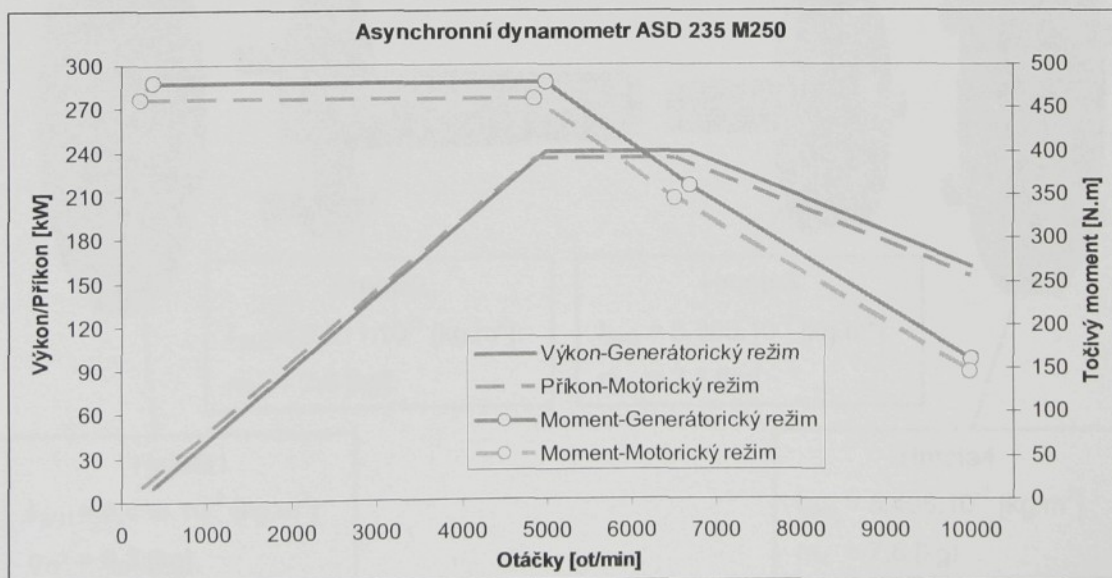
Měřená veličina	Měřicí rozsahy	Garantovaná přesnost [%]
Otáčky[min^{-1}]	0÷10000	$\pm 0,20$
Moment [Nm]	0÷500	$\pm 0,25$
Teploty[$^{\circ}\text{C}$]	0÷100, 0÷200	$\pm 1,00$
Tlaky[kPa]	-100÷ 0; 0÷250; 0÷600	$\pm 0,50$

Tab. 4 Parametry v motorickém režimu

Výkon	[kW]	11	235	235	153
Otáčky	[min^{-1}]	234	4856	6514	9997
Frekvence	[Hz]	5	82	110	168
Krouticí moment	[Nm]	460	460	345	146
Nominální napětí	[V]	28	400	400	400
Nominální proud	[A]	430	430	410	255
$\cos \varphi$	[1]		0,83		

Tab. 5 Parametry v generátorickém režimu

Výkon	[kW]	11	240	240	160
Otáčky	[min^{-1}]	369	4982	6684	10012
Frekvence	[Hz]	5	82	110	165,5
Krouticí moment	[Nm]	480	480	360	159
Nominální napětí	[V]	19	400	400	400
Nominální proud	[A]	435	435	410	255
$\cos \varphi$	[1]		0,79		

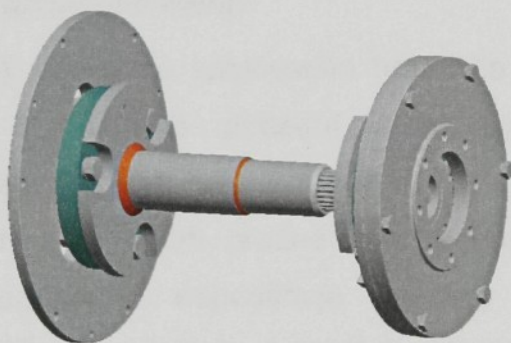
**Obr. 19 Pracovní charakteristika dynamometru**

3.1.3 Spojovací hřídel

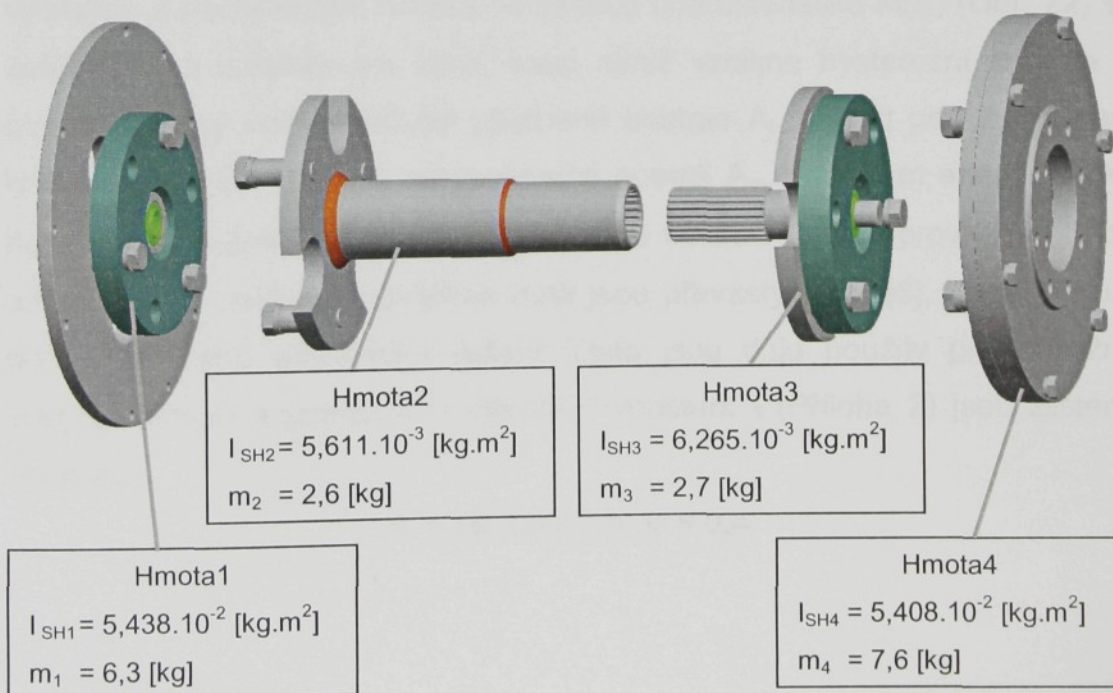
Na základě shromážděných informací o spojovacím hřídeli a konzultaci s vedoucím DP, bylo upuštěno od návrhu konstrukčního řešení s využitím částí hnacích hřídelů osobních automobilů (např. Žiguli), což je původní znění bodu 2 v zadání DP. Jako předběžný návrh byl stanoven existující spojovací hřídel s dvojitou hardy spojkou (Obr. 8), vyrobený pro čtyřválcový motor VW 1.9TDI v dílně laboratoře KSD.

3.1.3.1 Geometrický model

Zjištění rozměrů stávajícího spojovacího hřídele (Obr. 8) a vytvoření geometrického modelu (Obr. 20) v softwarovém prostředí ProEngineer



Obr. 20 Geometrický model stávajícího řešení



Obr. 21 Určení hmotových veličin

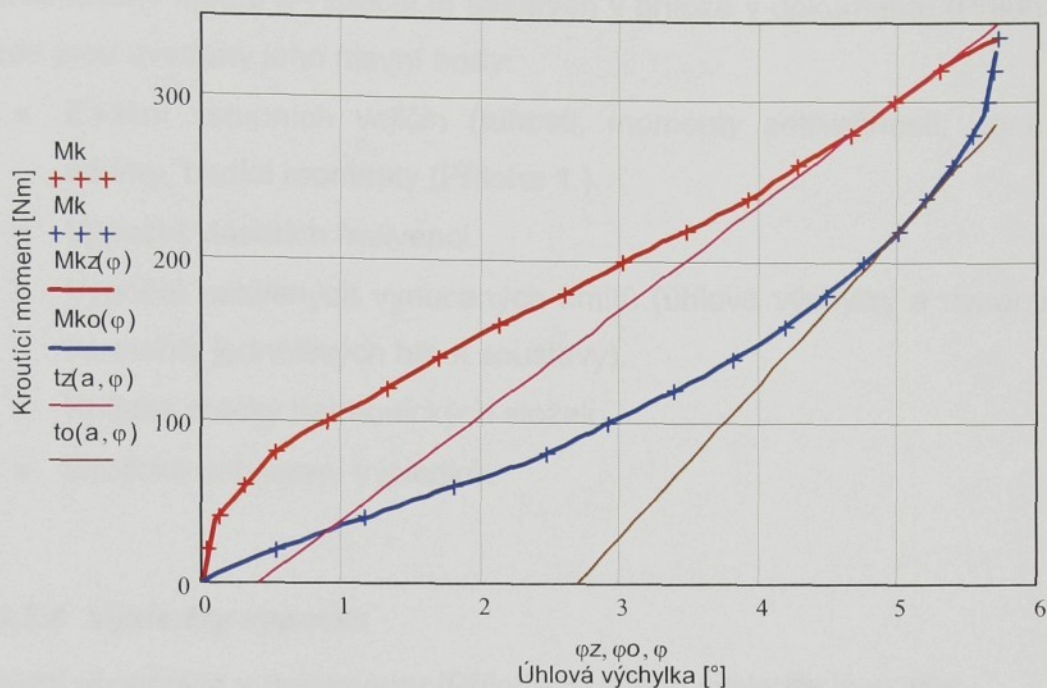
WildFire 2. V tomto konstrukčním programu lze snadno a rychle zjistit moment setrvačnosti, hmotnost a polohu centra hmotnosti (těžiště), jednotlivých dílů nebo sestav. Důležité je nastavení jednotek a hodnot konstrukčního materiálu v programu. A proto je nutné před zjišťováním vlastních potřebných údajů, otestovat nastavení programu na zkušebním elementárním tělese (např. válec) a porovnat jej s ručním výpočtem.

Sestava spojovacího hřídele (Obr. 21) je rozčleněna na čtyři celky (hmoty) u nichž jsou v programu ProE určeny hmotové veličiny, které s hmotami motoru a rotoru brzdy tvoří zjednodušenou torzní soustavu.

3.1.3.2 Vlastnosti pružného členu

Pružný člen použitý na tomto spojovacím hřídeli je dodávaným dílem od výrobce GUMEX. Ten udává základní parametry (rozměry, přípustné zatížení, počet vrstev tkaniny), ale neudává tuhost a útlum, což jsou jedny z hlavních parametrů pro návrh pružné spojky. Přesné stanovení těchto parametrů výpočtem vždy nepostihuje všechny faktory a dosažení uspokojivého výsledku je obtížné. A proto je účinnější se přiblížit k těmto hodnotám experimentálním měřením. Provádí se zatěžováním i odlehčováním pružného členu kroučícím momentem a měří se úhlová výchylka. Z naměřených hodnot se sestrojí charakteristika $M(\varphi)$ (Obr. 22) se zatěžovací a odlehčovací větví, mezi nimiž vznikne hysterezní smyčka – plocha smyčky udává velikost utlumené energie A_t . Oblast pod zatěžovací křivkou odpovídá velikosti akumulované energie A_a . Poměrem energie A_t ku A_a je vyjádřen poměrný útlum ψ . Tečna ke křivce v daném provozním bodě udává tuhost pružiny. Naměřená data jsou převzata z DP [6], která přísluší pružnému členu stávajícího řešení. Data jsou dále použity pro přibližný výpočet tuhosti a poměrného útlumu. Výpočtem v (Příloha 2) jsou zjištěny hodnoty

$$C = 70 \text{ [Nm/}^\circ\text{]} \text{ a } \psi = 0,4.$$

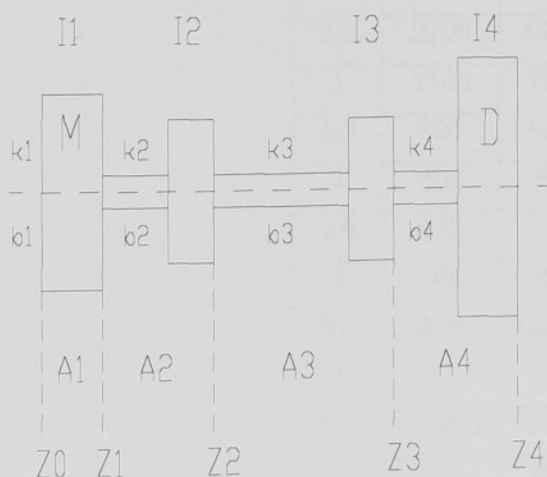


Obr. 22 Charakteristika zatěžování pružiny (tečna v bodě a $\varphi = 5^\circ$)

3.1.3.3 Matematický model

Matematický model je založen na metodě přenosových matic (MPM), která je výhodná pro systémy se stupni volnosti $n > 2$ a soustředěnými parametry (hmotnosti, tuhosti, tlumení a budící síla). Princip této metody je blíže popsán v publikaci [9].

Rotační části celého soustrojí (spalovací motor, spojovací hřídel a dynamometr) jsou redukovány na čtyřhmotový matematický model.



Obr. 23 Čtyřhmotový model

I – moment setrvačnosti

k – torzní tuhost

b – součinitel tlumení

Z – stavový vektor

A – přenosová matice

M, D – označení strany

Motor, dynamometr

Matematický model a výpočet je sestaven v příloze v dokumentu (Příloha 3) a zde jsou uvedeny jeho hlavní body:

- Zadání vstupních veličin (tuhosti, momenty setrvačnosti, poměrné útlumy, budící momenty (Příloha 1).
- Výpočet vlastních frekvencí.
- Výpočet ustálených vynucených kmitů (úhlové výchylky a dynamické momenty jednotlivých hmot soustavy).
- Kritické otáčky harmonických složek.
- Grafické zobrazení výsledků.

3.1.3.4 Výsledky výpočtu

Vlastní výpočet je v dokumentu (Příloha 3) a jeho výsledky jsou zde:

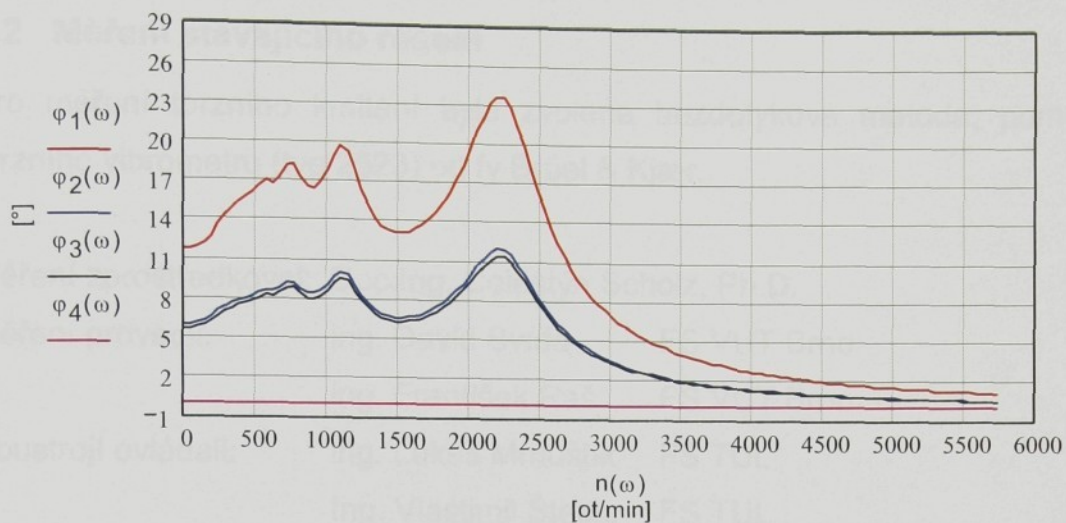
-Vlastní frekvence: $N_0 = 0$ [min⁻¹] rotace - nekmitá
 $N_1 = 1105$ [min⁻¹] jednouzlové kmitání
 $N_2 = 7930$ [min⁻¹] dvouuzlové kmitání
 $N_3 = 50240$ [min⁻¹] tříuzlové kmitání

-Kritické otáčky (Tab. 6) :

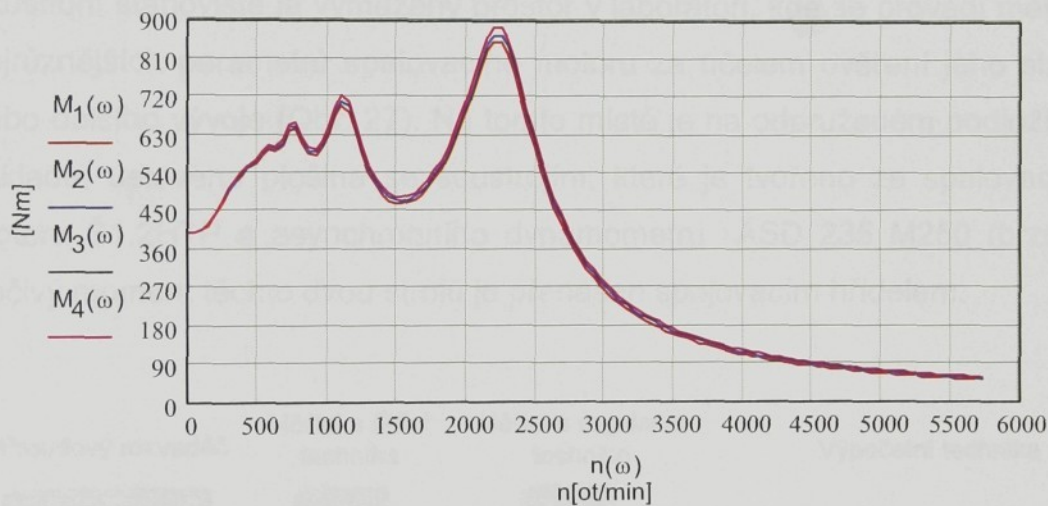
Tab. 6 Stávající SH

řád	[ot/min]		
	I	II	III
0,5	2209	15860	100476
1	1105	7930	50238
1,5	736	5287	33492
2	552	3965	25119
2,5	442	3172	20095
3	368	2643	16746
3,5	316	2266	14354
4	276	1983	12559
4,5	245	1762	11164
5	221	1586	10048

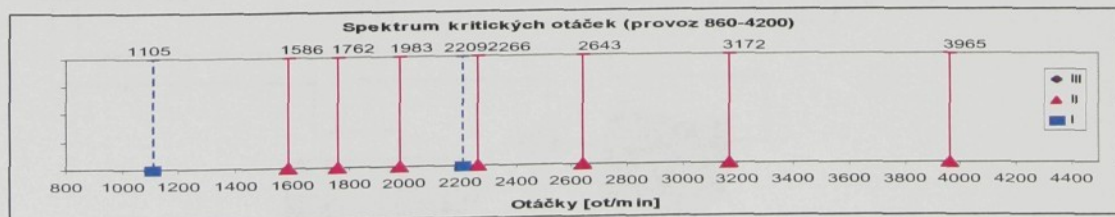
-Úhlové výchylky φ (Obr. 24) a moment M (Obr. 25):



Obr. 24 Úhlové výchylky – stávající SH



Obr. 25 Momenty – stávající SH



Obr. 26 Spektrum kritických otáček – stávající SH

3.2 Měření stávajícího řešení

Pro měření torzního kmitání byla zvolena bezdotyková metoda, pomocí torzního vibrometru (typ 2523) od fy Brüel & Kjær.

Měření zprostředkoval: Doc.Ing. Celestýn Scholz, Ph.D.

Měření provedli: ing. David Svída FS VUT Brno

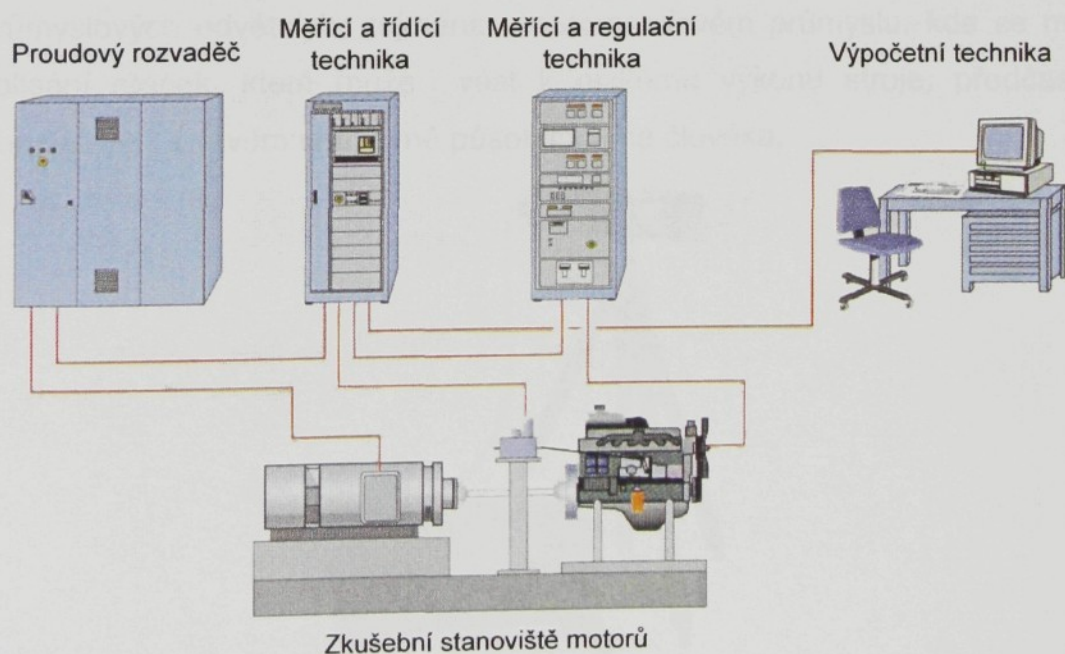
ing. František Raš FS VUT Brno

Soustrojí ovládali: ing. Lukáš Mrnušík FS TUL

Ing. Vlastimil Štechr FS TUL

3.2.1 Uspořádání měření

Zkušební stanoviště je vymezený prostor v laboratoři, kde se provádí měření nejrůznějších parametrů spalovacího motoru za účelem ověření jeho stavu nebo dalšího vývoje (Obr. 27). Na tomto místě je na odpruženém podloží od základu, ustavena plošina se soustrojím, které je tvořeno ze spalovacího motoru Š1.2HTP a asynchronního dynamometru ASD 235 M250 (brzdy). Točivý moment těchto dvou strojů je přenášen spojovacím hřídelem.



Obr. 27 Zkušební stanoviště

Použité stroje a přístroje

- Zkušební stanoviště:

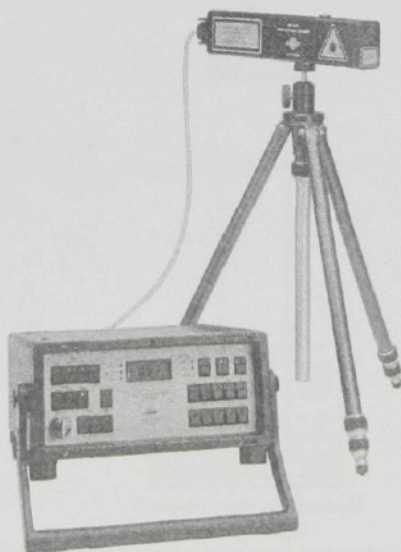
- 1) Motor Š 1.2HTP 40kW
- 2) Dynamometr ASD 235 M250
- 3) Ovládací zařízení dynamometru a motoru
- 4) Spojovací hřídel

- Měřicí souprava:

- 1) Snímač torzních kmitů MM 0071
- 2) Fotoelektrický snímač MM 0024
- 3) Měřicí přístroj torzních kmitů 2523
- 4) Přenosné záznamové zařízení 7005
- 5) Vícekanálový analýzový systém 3550

3.2.2 Popis měřicího zařízení

Torzní vibrometr Brüel & Kjær typ 2523 (Obr. 28) je určen pro měření torzního kmitání. Skládá se z měřicího přístroje a laserového snímače dvojného-paprsku. Přístroj určuje okamžité změny úhlové rychlosti a integrací úhel natočení rotační součásti, který počítá z rozdílu frekvence zpětně odraženého světla (Dopplerův posun paprsků). Dále měří torzní kmitání bez kontaktu s povrchem otáčejícího se objektu. Uplatnění nachází v průmyslových odvětvích, zejména v automobilovém průmyslu, kde se měří kolísání otáček, které může vést k nízkému výkonu stroje, předčasné poruše, ale i k vlivům negativně působících na člověka.

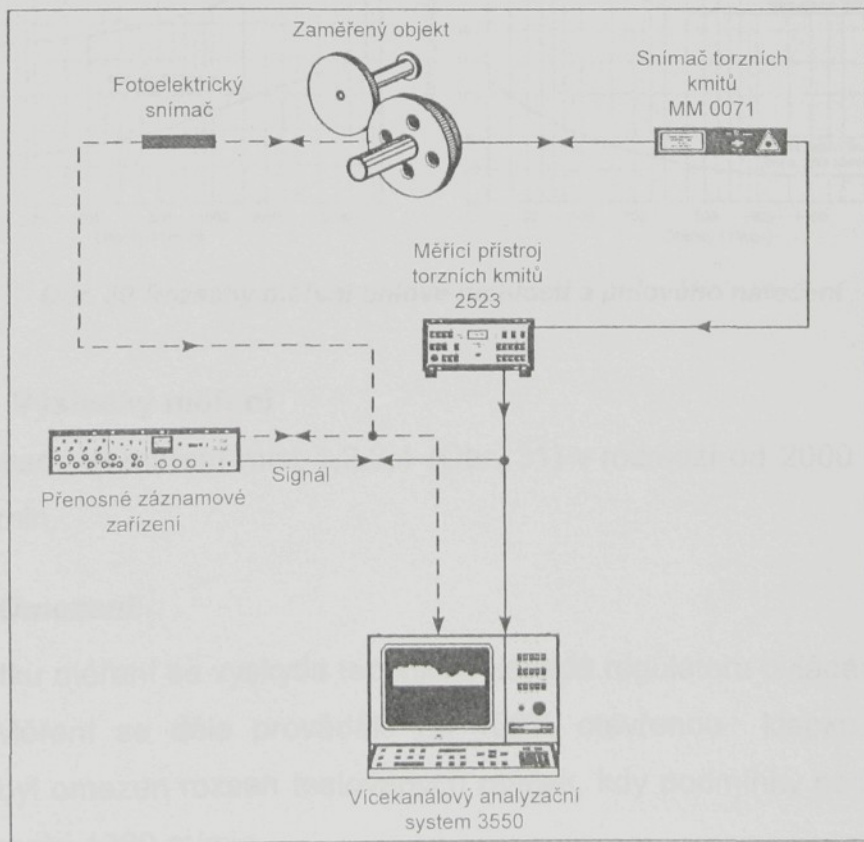


Obr. 28 Torzní vibrometr typ 2523

Použití přístroje při měření

Přístroj nevyžaduje zvláštní seřizování, kalibrování nebo nastavování. Je nutné odstranit vše z dráhy světelného paprsku mezi snímačem a měřeným objektem. Laserový snímač je zapotřebí namontovat na stativ tak, aby červený bod paprsků se promítal na odrazové pásce. Okamžitou hodnotu je možné číst přímo z měřicího přístroje. Pro další zpracování signálu jsou posílána výstupní data do frekvenčního analyzátoru spolu s tacho signálem, kde je možné provádět řádovou analýzu. K nahlédnutí na (Obr. 29), je typické uspořádání komponentů. Optimální měřicí vzdálenost od laserového snímače k cíli je 5 - 50cm. Maximální doporučená délka kabelu od snímače k měřicímu přístroji je 10m. Snímání signálu je možné ze strany (válcová plocha hřídele) nebo z konce (čelní plocha hřídele). Měřicí přístroj poskytuje čtyři amplitudové rozsahy úhlové rychlosti a tři amplitudové rozsahy úhlového natočení. A jsou zde proto, aby poměr signál – šum, mohl být optimální pro každé měření.

Měřicí přístroj zobrazuje buď efektivní hodnotu, průměr za 1 nebo 10 sekund a špičkovou hodnotu.

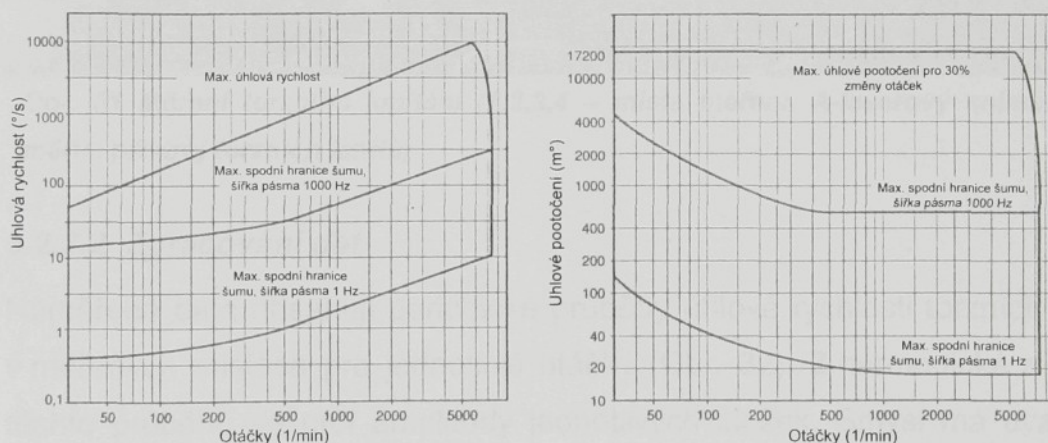


Obr. 29 Uspořádání komponentů měření

Rozsahy měření

Použitím úzkého pásma analyzátoru se může měřit kmitavá úhlová rychlost od $0.3^\circ/\text{s}$ do $7000^\circ/\text{s}$ ($10000^\circ/\text{s}$ maximum) a odpovídající kmitavé úhlové natočení od $0.01''$ do 12° , při frekvenci od 0.3Hz do 1000Hz . Na přístroji lze přepnout volbu měření podle níže uvedených rozsahů. Frekvenční rozsahy jsou zřejmé z (Obr. 30).

Úhlová rychlost: (Efektivní hodnoty)	Úhlové pootočení: (Efektivní hodnoty)
II. 300 až $7000^\circ/\text{s}$	I. 0.3 až 12°
III. 30 až $1000^\circ/\text{s}$	II. 0.03 až 1°
IV. 3 až $100^\circ/\text{s}$	III. 0.01 až $0.1''$
V. 0.3 až $10^\circ/\text{s}$	



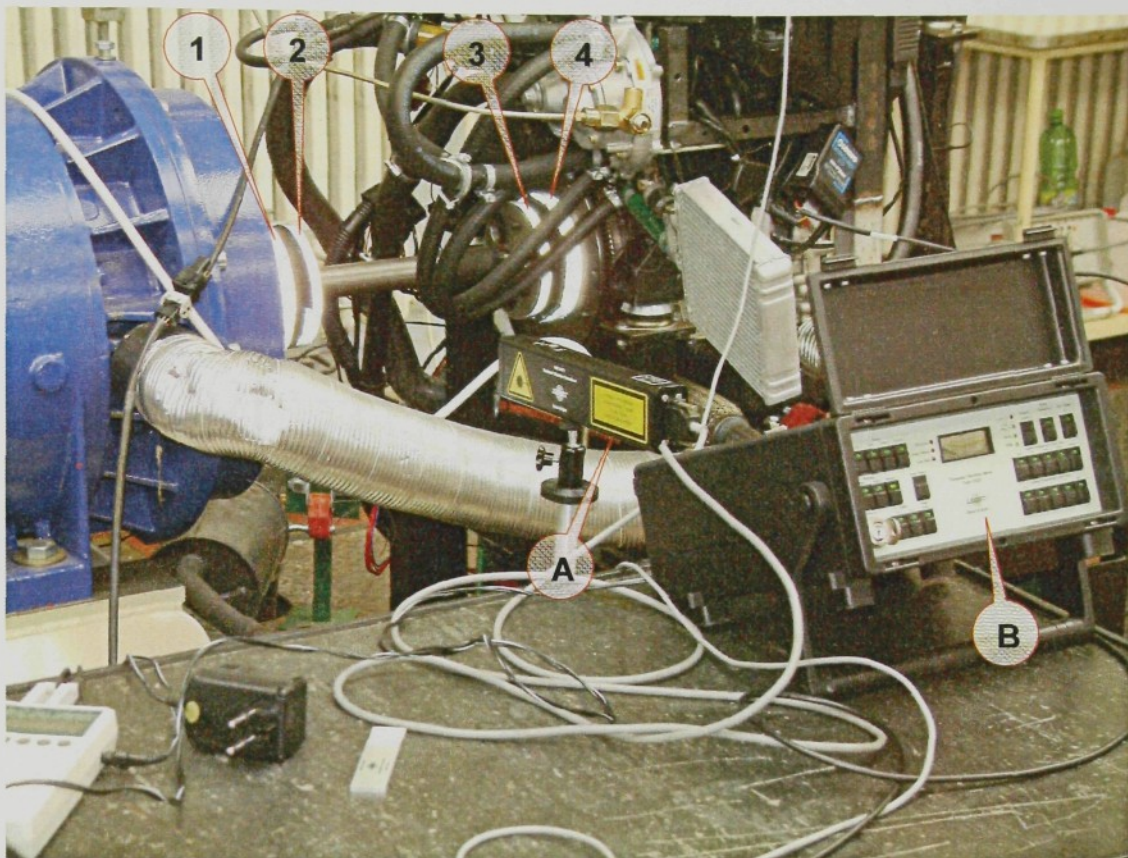
Obr. 30 Rozsahy měření úhlové rychlosti a úhlového natočení

3.2.3 Výsledky měření

Bylo provedeno měření míst 1,2,3,4 (Obr. 31) v rozmezí od 2000 ot/min do 1300 ot/min.

3.2.3.1 Omezení

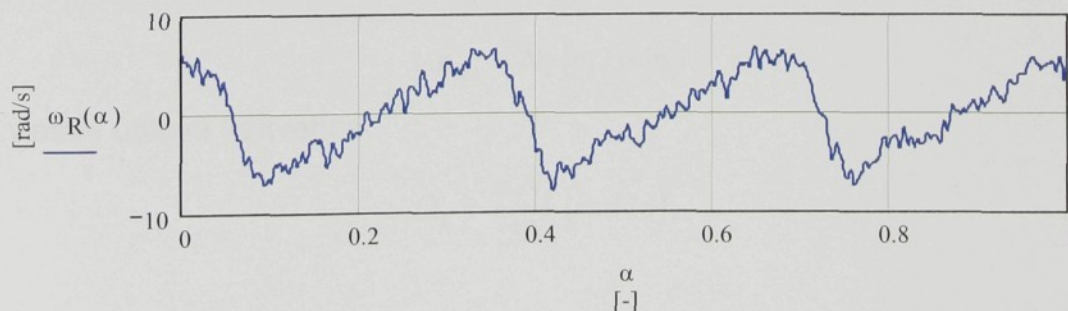
Na začátku měření se vyskytla technická závada regulátoru ovládání přívodu paliva. Měření se dále provádělo na 100% otevřenou klapku. Z tohoto důvodu byl omezen rozsah testovaných otáček, kdy podmínky nedovolovaly jít pod hranici 1300 ot/min.



Obr. 31 Měření torzního kmitání (1,2,3,4 – místa měření, A-laserový snímač, B-měřicí přístroj torzních kmitů)

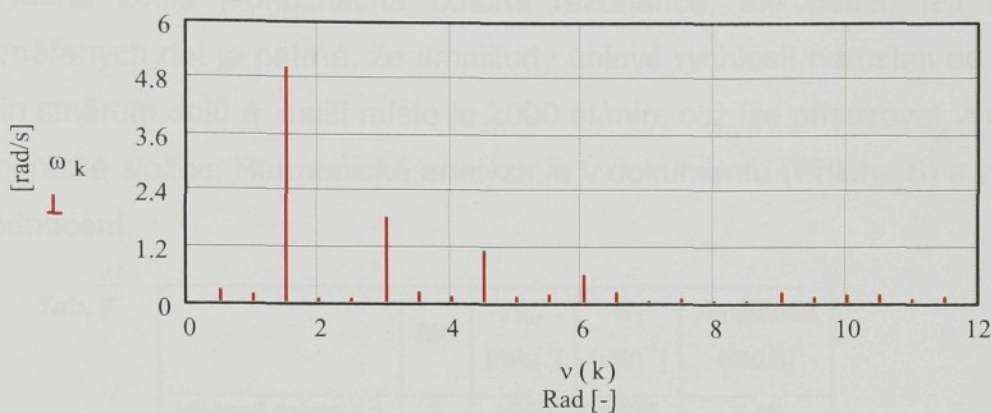
3.2.3.2 Zpracování dat

Naměřená data obsahují periodické průběhy úhlové rychlosti torzních kmitů v měřených místech pro jednotlivé otáčky (Obr. 32). Z harmonické analýzy těchto průběhů se určí amplitudy jednotlivých složek. Smysl má uvažovat prvních 24 harmonických složek, tj. řady 0.5; 1; 1.5;...12. Výpočet amplitud je v dokumentu (Příloha 4) a hodnoty amplitud všech 4 míst celého otáčkového rozsahu (2000÷1300)ot/min jsou v dokumentu (Příloha 5).

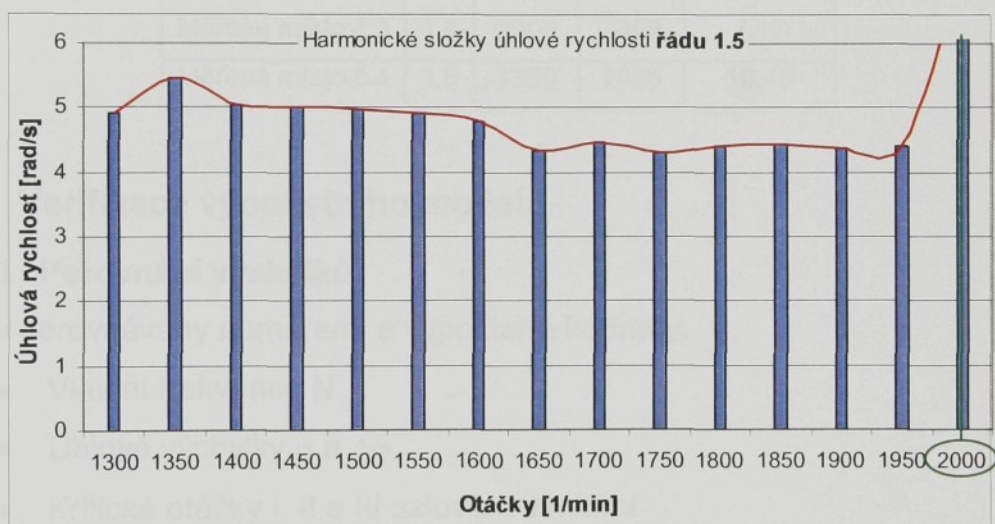


Obr. 32 Záznam periodického průběhu úhlové rychlosti torzních kmitů (1500 ot/min; měřené místo č.3)

Z výsledků analýzy (Obr.33) pro všechny měřené otáčky lze vynést do grafu amplitudové charakteristiky pro jednotlivé harmonické složky (Obr.34).



Obr.33



Obr. 34 Amplitudová charakteristika harmonické složky řádu 1.5 (měřené místo č.3)

Účelem je nalézt maximum proložené funkce a určit jemu odpovídající otáčky – rezonanční otáčky n_{rez} . Vlastní frekvence lze určit vztahem

$$\nu \cdot n_{rez} = N_1 [ot / min]$$

a vlastní úhlová frekvence

$$\Omega_1 = \frac{\pi \cdot N_1}{30} [rad / s],$$

kde n_{rez} jsou rezonanční otáčky [ot/min],

ν - řád harmonické složky [-]

Závěr měření

Z důvodu omezení, možnosti měření pod 1300 ot/min, není v datech zachycena zcela jednoznačná poloha rezonance, ale pouze její okraj. Z naměřených dat je patrné, že amplitudy úhlové rychlosti narůstají od 1500 ot/min směrem dolů a další místo je 2000 ot/min, což lze přisuzovat výrazné harmonické složce. Harmonická analýza je v dokumentu (Příloha 5) a zde je vyhodnocení.

Tab. 7

	řád	n_{rez} [min ⁻¹]	N_1 [min ⁻¹]	Amplituda [rad/s]
Měřené místo č.1	1	1300	1300	1,48
Měřené místo č.2	1,5	1350	2025	4,90
Měřené místo č.3	1,5	2000	3000	7,17
Měřené místo č.4	1,5	1350	2025	10,46

3.3 Verifikace výpočetního modelu

3.3.1 Porovnání výsledků

Jsou porovnávány naměřené a vypočtené hodnoty:

- Vlastní frekvence N
- Úhlové výchylky φ a $\Delta\varphi$
- Kritické otáčky I, II a III uzlového kmitání

3.3.2 Změny výpočtového modelu

Na základě vyhodnocení výsledků měření, kdy je zjištěna vlastní frekvence, mohou být blíže upřesněny parametry tuhosti pryžových pružin. Jelikož vlastní úhlová frekvence závisí na tuhosti a momentu setrvačnosti, tuhost je vyjádřena :

$$k = \Omega^2 \cdot I .$$

Kde: k je torzní tuhost [N.m/rad] (za provozu - dynamická),

Ω - vlastní úhlová frekvence [rad/s] (zjištěná z měření),

I – moment setrvačnosti [kg.m²] (zjištěn z programu ProE WFII).

Ve fázi, kdy je výpočet opraven novou (přesnější) hodnotou tuhosti pryže (tj. naměřené a vypočtené rezonanční otáčky jsou přibližné velikosti), je

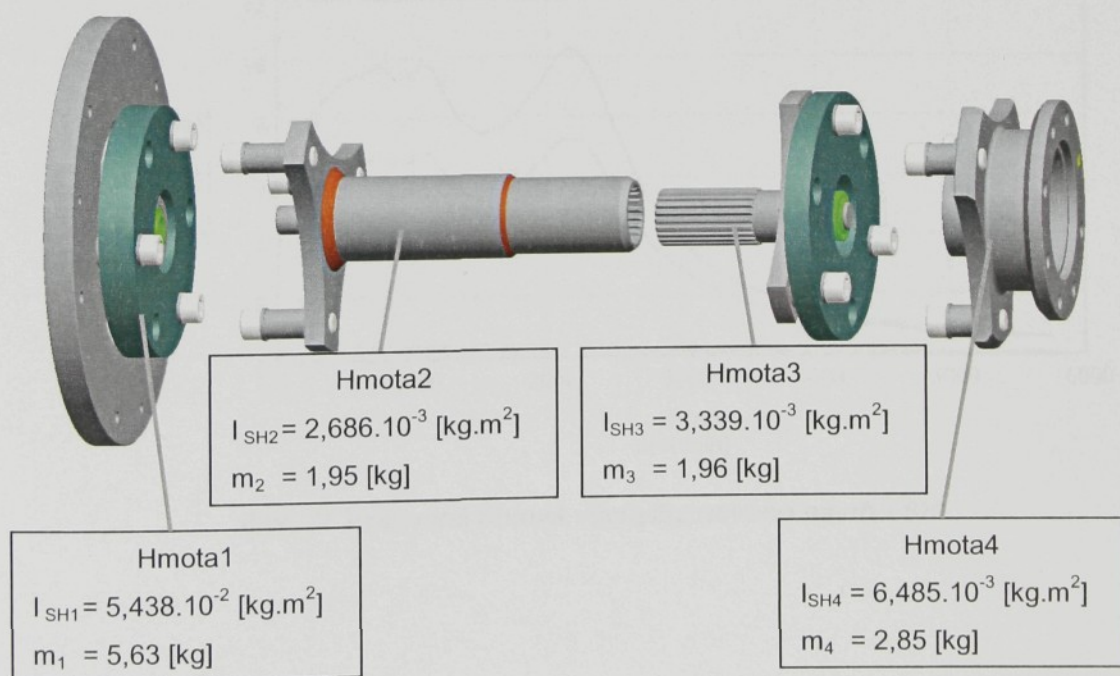
dolaďována hodnota poměrného útlumu pryže ψ . A to se děje srovnáním naměřené a vypočtené hodnoty úhlové výchylky (určené hmoty, v určených otáčkách).

3.4 Výpočet nového návrhu

V okamžiku, kdy je matematický model ověřen, může být proveden výpočet nového návrhu spojovacího hřídele.

- **Vlastní frekvence N** – tento ukazatel pro konstruování udává v jakém poměru by měly být veličiny moment setrvačnosti I a tuhost k jednotlivých prvků konstrukce.
- **Úhlové výchylky φ a $\Delta\varphi$**
- **Dynamické momenty M a ΔM** – vstupní veličina pro navrhování součástí z hlediska namáhání.
- **Kritické otáčky I, II a III uzlového kmitání**

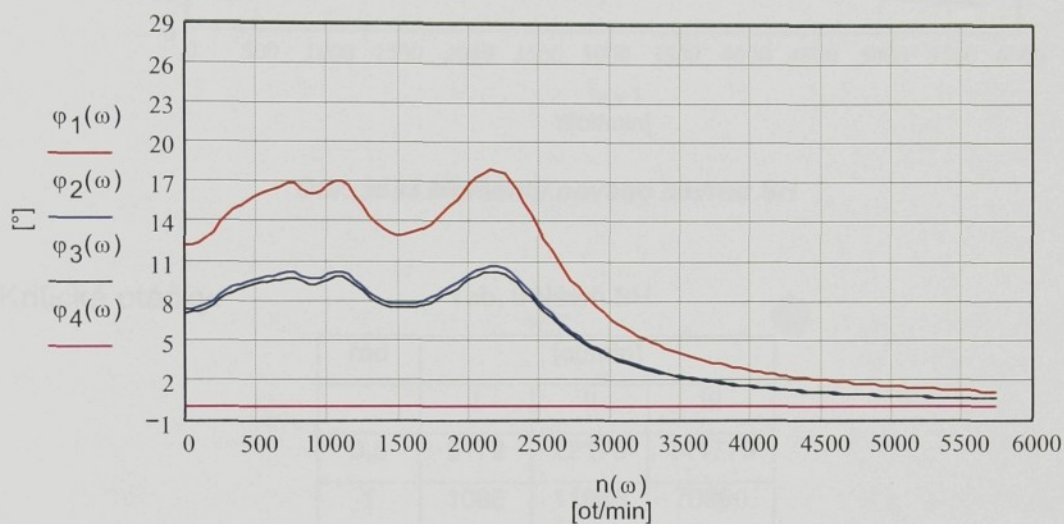
3.4.1 Geometrie modelu



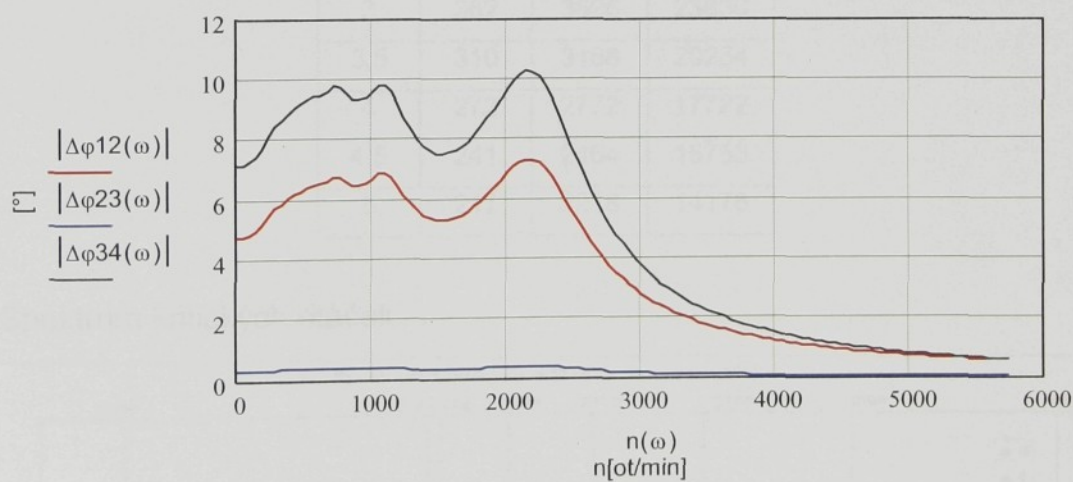
Obr. 35 Hmotové parametry spojovacího hřídele

3.4.2 Výsledky a jejich diskuse

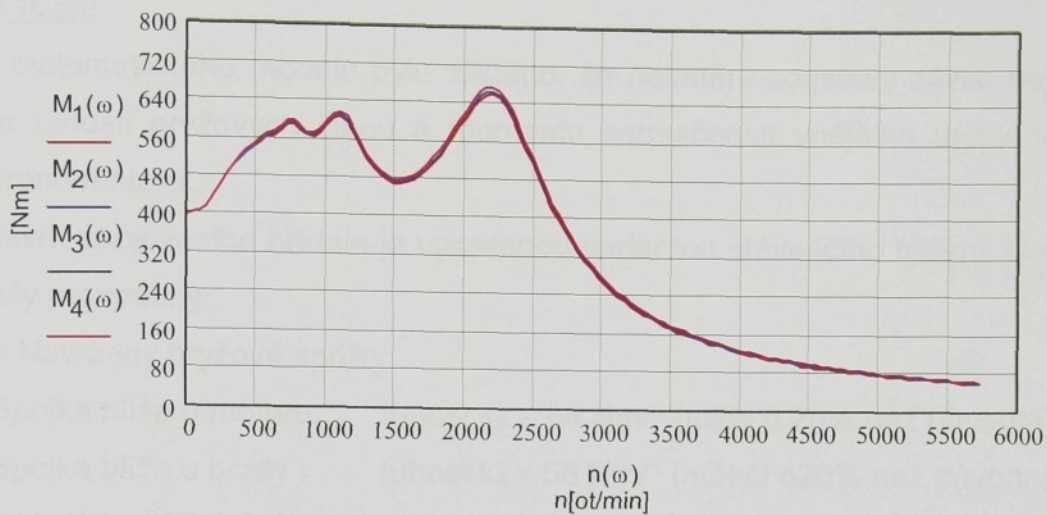
-Vlastní frekvence: $N_0 = 0$ $[\text{min}^{-1}]$
 $N_1 = 1086$ $[\text{min}^{-1}]$ jednouzlové kmitání
 $N_2 = 11090$ $[\text{min}^{-1}]$ dvouuzlové kmitání
 $N_3 = 70890$ $[\text{min}^{-1}]$ tříuzlové kmitání



Obr. 36 Úhlové výchylky nového návrhu SH



Obr. 37 Vzájemné úhlové výchylky nového návrhu SH



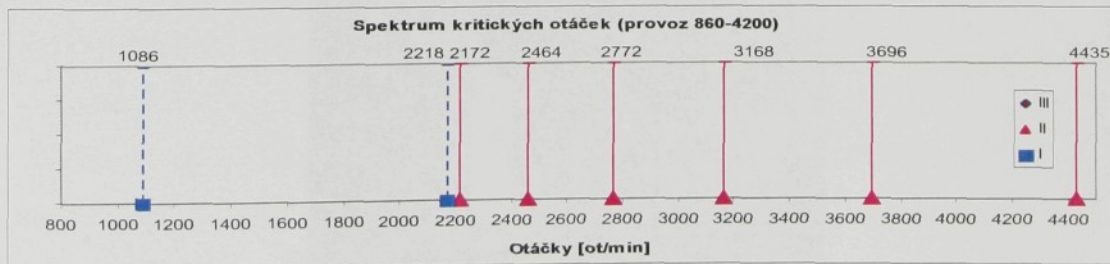
Obr. 3833 Momenty nového návrhu SH

- Kritické otáčky:

Tab. 8 Návrh SH

řád	[ot/min]		
	I	II	III
0,5	2172	22176	141779
1	1086	11088	70890
1,5	724	7392	47260
2	543	5544	35445
2,5	434	4435	28356
3	362	3696	23630
3,5	310	3168	20254
4	272	2772	17722
4,5	241	2464	15753
5	217	2218	14178

- Spektrum kritických otáček:



Obr. 39 Spektrum kritických otáček – nový návrh SH

Diskuse

Z matematického modelu bylo zjištěno, že naladění soustavy závisí nejvíce na tuhosti pryžových členů a momentu setrvačnosti vnějšího unášeče na straně motoru.

Návrh spojovacího hřídele je upravenou variantou stávajícího řešení. Úpravy byly provedeny:

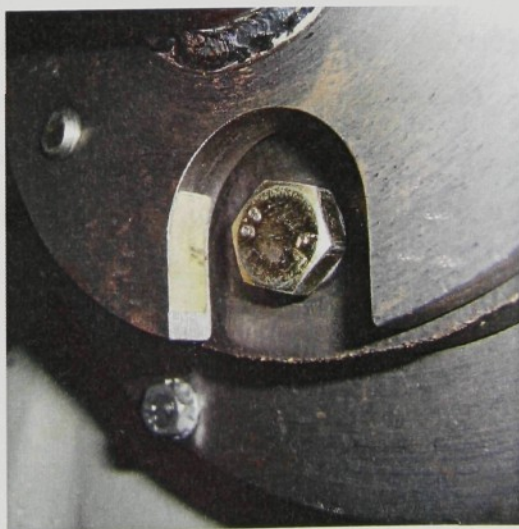
1) Navrženy pryžové spojky:

-Spojka blíže u motoru: tuhost $k_2 = 84 \text{ Nm/}^\circ$ (tužší o 20% než původní)

-Spojka blíže u brzdy: tuhost $k_4 = 56 \text{ Nm/}^\circ$ (měkčí o 20% než původní)

2) Vnější unášeč (u brzdy) – je nově navržen s požadavkem snížit hmotnost, rozměry. (Snížení momentu setrvačnosti na tomto členu nemá podstatný vliv na úhlové výchylky členů soustavy).

3) Na všech unášečích jsou provedeny změny mezery pro šroub, kde u stávající varianty tato mezera omezuje vzájemnou úhlovou výchylku unášečů na $9,5^\circ$. Při výpočtu a měření této výchylky byla tato hodnota při přechodových stavech překročena. To má za následek tvrdý kontakt hlavy šroubu s unášečem, který se projeví se zvýšeným namáháním v oblasti "vetknutí" a po určité době provozu i k porušení. Otláčení od hlavy šroubu bylo shledáno (Obr.40). V nové variantě řešení je tato mezera (omezení) zvětšena a je tedy při přechodových stavech upřednostňována bezpečnost šroubu před životností pryžového členu spojky.



Obr.40 Otláčení od hlavy šroubu – stávající řešení

4 Závěr

Diplomová práce se zabývá problematikou torzního kmitání spojovacího hřídele mezi tříválcovým motorem Š1.2 HTP (40kW) a dynamometrem ASD 235 M250 na zkušebním stanovišti laboratoře KSD.

V úvodní části práce je obecné seznámení se stroji a přístroji na brzdném stanovišti, s obecnou problematikou spojovacích hřídelů a spojek určených pro přenos proměnného točivého momentu.

V další části diplomové práce, která je výpočtového a konstrukčního charakteru je sestaven matematický model, podle kterého je prováděn výpočet parametrů spojovacího hřídele a to, vlastní frekvence, kritických otáček, úhlových vychylek a dynamického momentu. Vstupními parametry matematického modelu jsou momenty setrvačnosti, tuhosti a poměrný útlum. Na základě těchto parametrů je koncipováno nové řešení geometrického modelu.

Následující část práce se zabývá problematikou měření a vyhodnocování torzního kmitání, kde získanými výsledky je snahou ověřit správnost a přesnost matematického modelu.

Nutné je uvést vysvětlení pozměnění bodu č.2 v zadání diplomové práce. Zde se po konzultaci s vedoucím DP upustilo od původního návrhu konstrukčního řešení s využitím částí hnacích hřídelů osobních automobilů a přistoupilo se na konstrukční úpravu stávajícího řešení spojovacího hřídele. Důvodem byl poznatek z praxe, kde takto vyhotovený spojovací hřídel, nebyl konstrukčně výhodný.

Cílem je návrh konstrukčního řešení spolehlivého spojovacího hřídele motoru Š1.2 a dynamometrem ASD 235 M250, které by bylo využitelné při běžných experimentálních pracích.

Do budoucna je v plánu nákup spojovacího hřídele od fy CENTA, který je osvědčeně provozován s motorem Š1.2 HTP na zkušebním stanovišti laboratoří FSI ČVUT.

5 Použitá literatura

- [1] BOLEK A., JANATKA J.: Části strojů – části pístových strojů. STNL 1956.
- [2] BOLEK A., KREJČÍ V.: Hřídelové spojky. Praha SNTL 1967.
- [3] BREPTA R., PŮST L., TUREK F.: Mechanické kmitání. Praha Sobotáles 1994.
- [4] BRÜEL & KJÆR: Product Data, Torsional Vibration Meter - Type 2523. Denmark, Nærum 1997.
- [5] ŠKODA AUTO a.s.: Dílenské učební pomůcky. Technický ústav 2002.
- [6] KLÍŽ D., DP – Pracoviště pro experimentální výzkum na vznětovém motoru VW1.9 TDI. TUL 2004.
- [7] KOLEKTIV VÚNM a ČKD, n.p.: Naftové motory čtyřdobé, díl I. Praha STNL 1955.
- [8] KOLEKTIV VÚNM a ČKD, n.p.: Naftové motory čtyřdobé, díl II. Praha STNL 1955.
- [9] STŘÍŽ B. a KOLEKTIV: Pružnost a pevnost II.díl. Liberec 1986.

Internetové odkazy

www.mezservis.cz

www.vues.cz

www.chiaravalli.cz

www.gumex.cz

www.itczlin.cz

www.dipra.cz

www.rubena.cz

www.desch.de

www.schenck.cz

www.ktr.com

Seznam příloh:

Příloha 1 Výpočet harmonických složek budícího momentu z naměřeného průběhu spalovacího tlaku motoru Š1.2 HTP 40kW.

Příloha 2 Přibližné stanovení tuhosti a poměrného útlumu pružného členu.

Příloha 3 Spojovací hřídel - matematický model

Příloha 4 Zpracování naměřených dat úhlové rychlosti.

Příloha 5 Hodnoty amplitud uhlové frekvence.

Příloha č.1Výpočet harmonických složek budícího momentu z naměřeného průběhu spalovacího tlaku motoru Š1.2 HTP 40kW

Parametry motoru:

Jednotky:

 $i := 3$ počet válců $dm := 0.001m$ $MPa := 1 \cdot 10^6 Pa$ nula := 0 $V_M := 1198cm^3$ zdvihový objem motoru $\eta_m := 0.86$ mechanická účinnost motoru $P_e := 106kW$ max. výkon motoru $n_j := 4750min^{-1}$ otáčky při Pmax $D := 76.5mm$ Vrtání válce $Z := 86.9mm$ Zdvih válce $l := 138mm$ délka ojnice $V_z := \frac{V_M}{3}$ $V_z = 399.333 cm^3$ zdvihový objem válceImportovaná data spalovacích tlaků ze souboru (**DATA tlak3x 1500-4750**):

DATA :=

D:\DATA_tlak3x_1500-4750.xls

DATA =

	0	1	2
0	-901	0.081	0.08

Sloupec:

0-Úhel natočení

1-Tlak při 1500ot/min

2-Tlak při 4750ot/min

 $X := DATA^{(0)}$ deg úhel natočení KH [stupeň] $Y := DATA^{(1)}$ MPa tlak ve válci v [Pa]

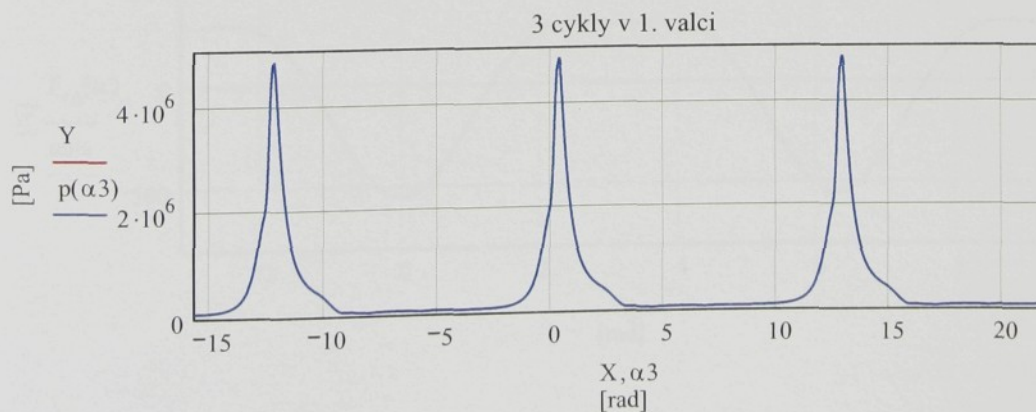
Interval pro 3 cykly jednoho válce:

 $\alpha_3 := -901deg, -900.5deg.. 1260deg$ $min3 := -901deg$ $max3 := 1260deg$

Interpolace spline funkcí:

 $S := cspline(X, Y)$

Interval pro 1 cykl jednoho válce:

 $\alpha := -180.5deg, -180deg.. 539.5deg$ $Min := -180.5deg$ $Max := 539.5deg$ $p(\alpha) := interp(S, X, Y, \alpha)$ 

Síly v klikovém ústrojí $n_s := 1500 \text{ min}^{-1}$ otáčky v daném stavu

$n_s = 25 \text{ Hz}$

 $r := \frac{Z}{2}$ polomer kliky

$r = 0.043 \text{ m}$

 $\lambda := \frac{r}{l}$ klikovy pomer

$l = 0.138 \text{ m}$

 $\omega := 2 \cdot \pi \cdot n_s$ uhlova rychlost

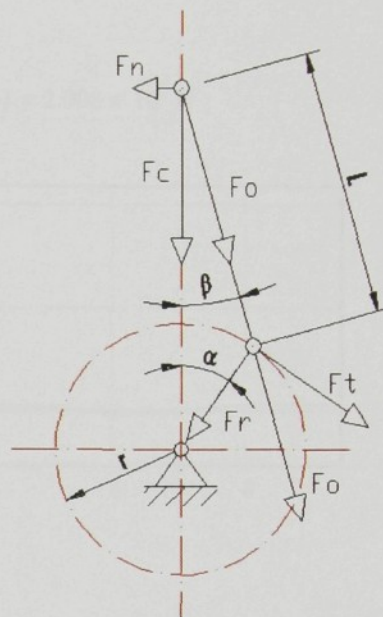
$\omega = 157.08 \text{ Hz}$

 $m_p := 0.391 \text{ kg}$ posuvne hmoty

$m_p = 0.391 \text{ kg}$

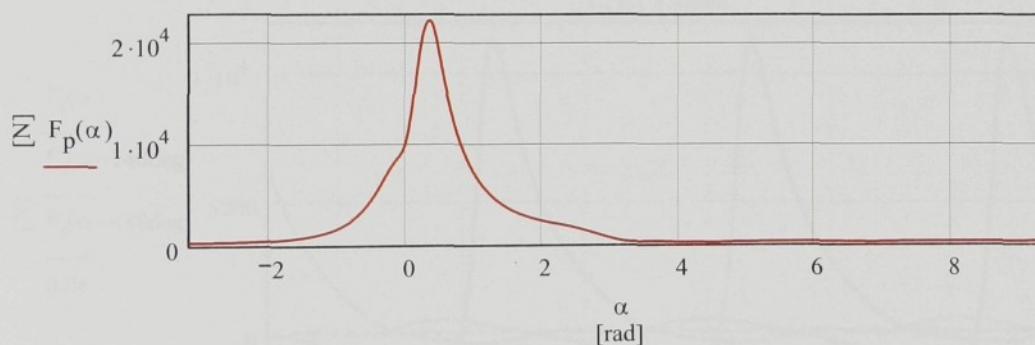
 $m_r := 0.335 \text{ kg}$ rotacni hmoty

$m_r = 0.335 \text{ kg}$

Síla od tlaku plynů:

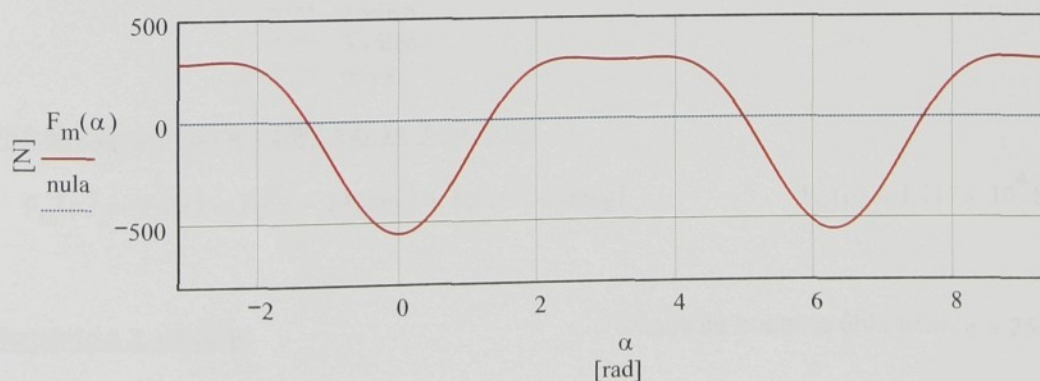
$$F_p(\alpha) := p(\alpha) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$F_p(0) = 2.054 \times 10^4 \text{ N}$$

Setrvačná síla od posuvných hmot 1.a 2. řádu:

$$F_m(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

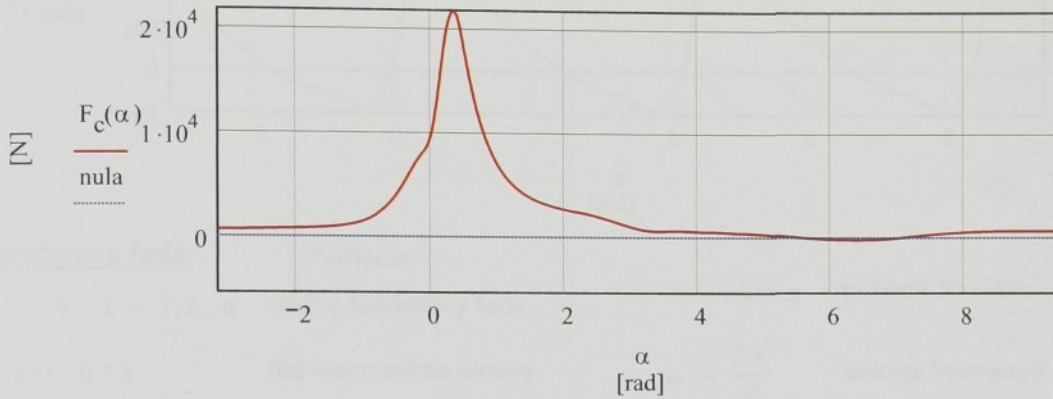
$$F_m(0) = -458.018 \text{ N}$$



Celková síla působící na píst:

$$F_c(\alpha) := F_p(\alpha) + F_m(\alpha)$$

$$F_c(o) = 2.008 \times 10^4 \text{ N}$$

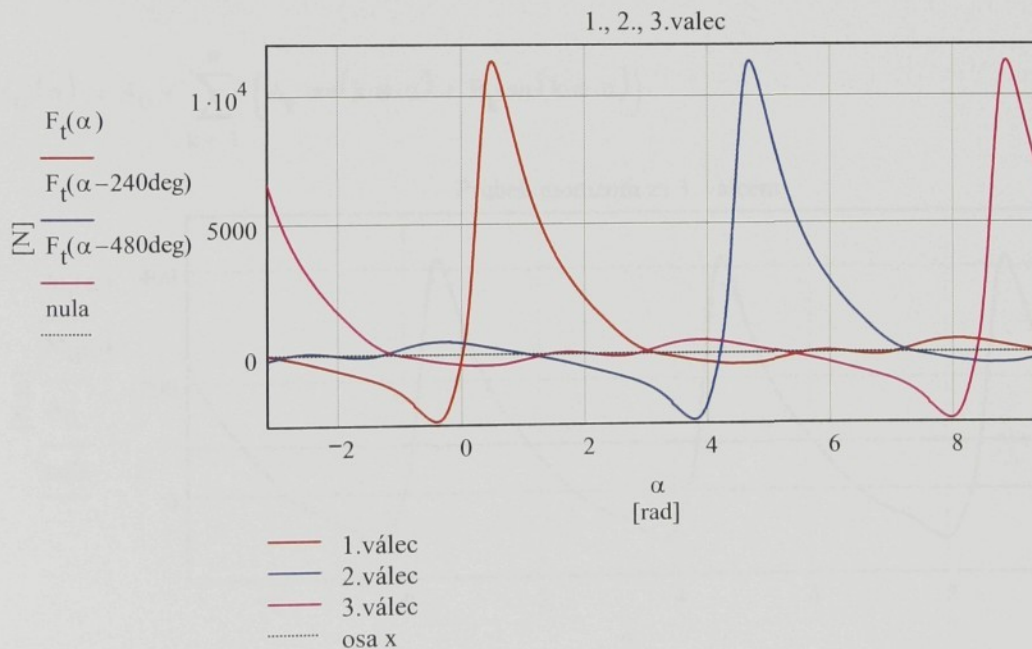


Tangenciální síla:

$$\beta(\alpha) := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha)) \quad \text{uhel ojnice s osou valce} \quad \beta(o) = 0.138$$

$$F_t(\alpha) := \frac{F_c(\alpha) \cdot \sin(\alpha + \beta(\alpha))}{\cos(\beta(\alpha))}$$

$$F_t(o) = 1.132 \times 10^4 \text{ N}$$



Průběh celkové tangenciální síly za 3. válcem:

$$F_{tc}(\alpha) := F_t(\alpha) + F_t(\alpha - 240\text{deg}) + F_t(\alpha - 480\text{deg})$$

$$F_{tc}(o) = 1.117 \times 10^4 \text{ N}$$

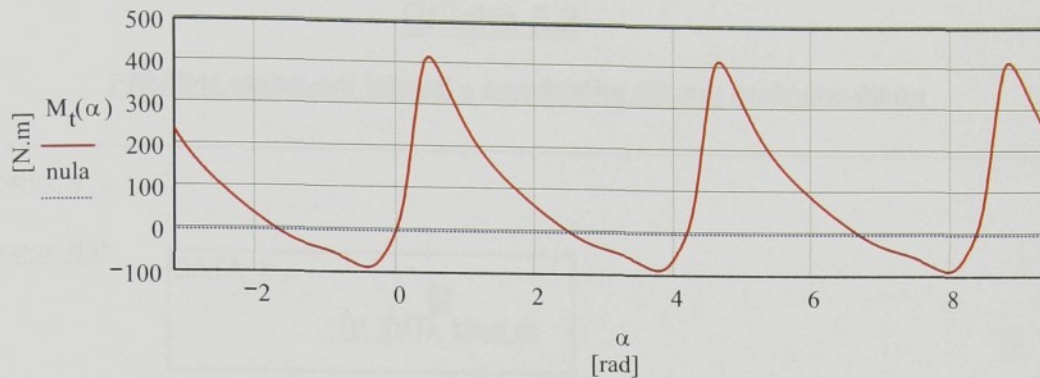
Moment za 3. válcem:

Okamžitá hodnota úhlu alfa: $\alpha \equiv 26\text{deg}$

$$M_t(\alpha) := F_{tc}(\alpha) \cdot r \cdot \eta_m$$

$$M_t(o) = 417.207 \text{ Nm}$$

Příloha 1



Fourierova řada:

ORIGIN := 1

$n := 10$ $k := 1, 2, \dots, n$ složka fourierovy řady

$T := 240 \text{ deg}$ perioda fourierovy řady

$v(k) := 0.5 \cdot k$ řád harmonické složky

$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$ úhlová frekvence

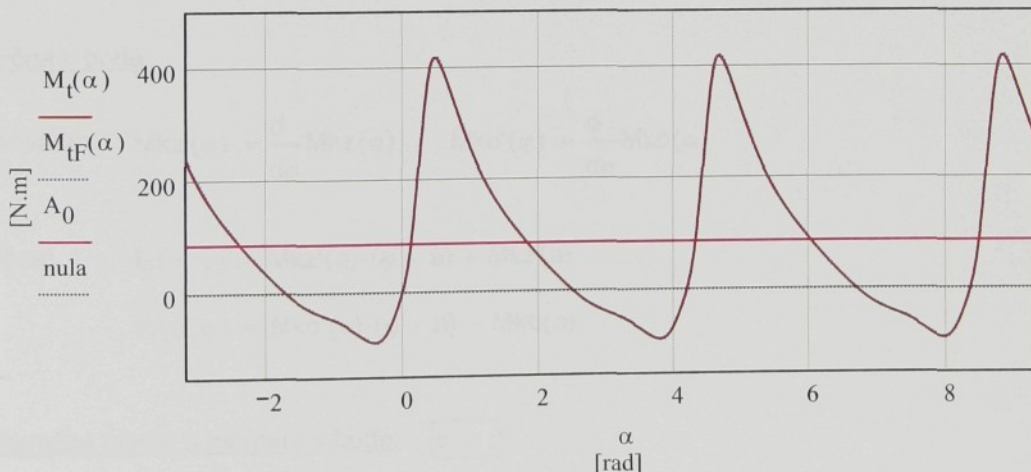
Výpočet koeficientů:

$$A_0 := \frac{1}{T} \int_0^T M_t(\alpha) d\alpha \quad A_k := \frac{2}{T} \int_0^T M_t(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha \quad B_k := \frac{2}{T} \int_0^T M_t(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha$$

$$C_k := \sqrt{(A_k)^2 + (B_k)^2} \quad C_1 = 182.293 \text{ Nm}$$

$$M_{tF}(\alpha) := A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) + B_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha))$$

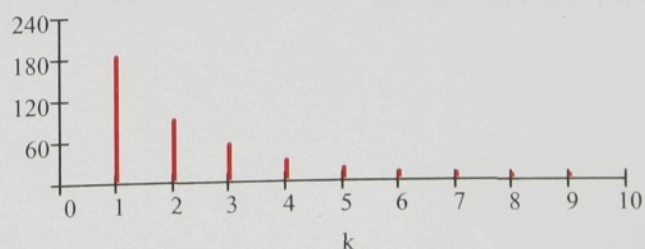
Prubeh momentu za 3. valcem



Výstup dat do souboru: Uložení dat: M_{tV} - Harmonické složky momentu řádu $v = 0.5, 1, 1.5, \dots, n$

D:\DATA_Mt_1500
C

C_k



Příloha č.2

Přibližné stanovení tuhosti a poměrného útlumu pružného členu

ORIGIN := 1

Import dat:

DATA_t :=

D:\..\DATA_tuhost.xls

Zobrazení dat:

DATA_t =		1	2	3
	1	0	0	0
	2	20	0.032	0.531
	3	40	0.122	1.167
	4	60	0.308	1.803

- 1.sloupec: Mk[Nm]-krouticí moment
- 2.sl.: φ1 [°] – úhel při zatěžování
- 3.sl.: φ2 [°] – úhel při odlehčování

Mk := DATA_t<1> φz := DATA_t<2> φo := DATA_t<3>

Proložení funkcí:

S := cspline(φz, Mk) P := cspline(φo, Mk)

Mkz(φ) := interp(S, φz, Mk, φ) φmax := (DATA_t<3>)₁₈ φ := 0, 0.1 .. φmax

Mko(φ) := interp(P, φo, Mk, φ)

Tečna v bodě:

derivace: Mkz'(φ) := $\frac{d}{d\varphi}$ Mkz(φ) Mko'(φ) := $\frac{d}{d\varphi}$ Mko(φ)

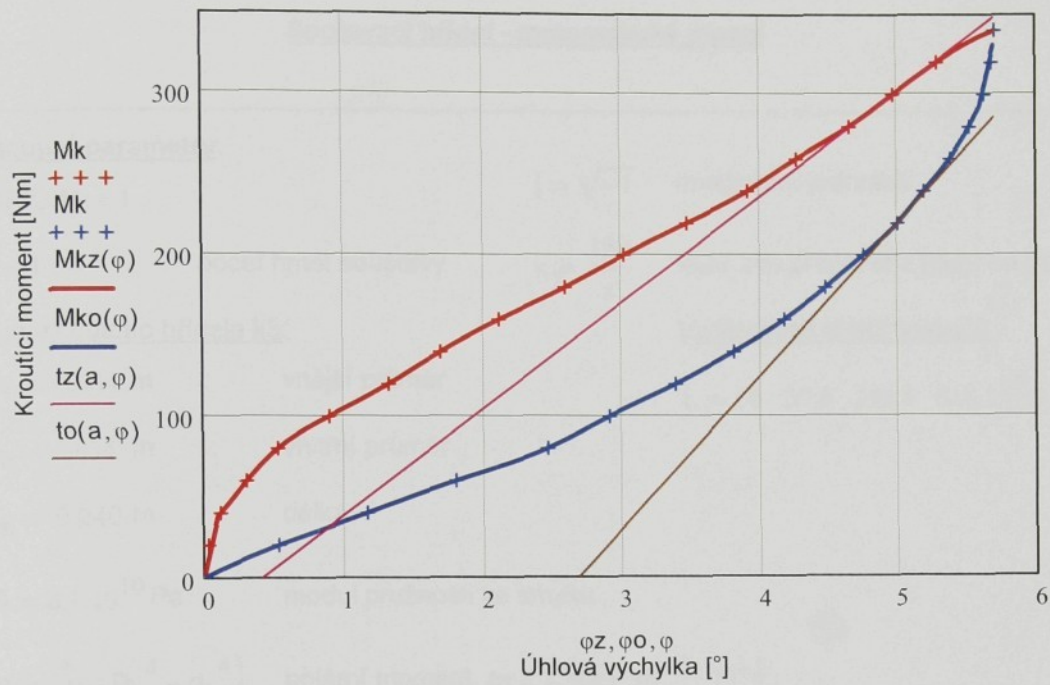
tečna: tz(a, φ) := Mkz'(a)·(φ – a) + Mkz(a)

to(a, φ) := Mko'(a)·(φ – a) + Mko(a)

Okamžitá tuhost a moment v bodě: a := 5

Zatěžování: Cz(a) := Mkz'(a) Cz(a) = 65.812 [Nm/°] Mkz(a) = 301.693 [Nm]

Odlehčování: Co(a) := Mko'(a) Co(a) = 95.026 [Nm/°] Mko(a) = 219.435 [Nm]



Práce při zatěžování: $A_z := \int_0^{\varphi_{\max}} M_{kz}(\varphi) d\varphi \quad A_z = 1.1 \times 10^3$

Práce při odlehčování: $A_o := \int_0^{\varphi_{\max}} M_{ko}(\varphi) d\varphi \quad A_o = 645.059$

Práce pohlcena tlumením: $A_t := A_z - A_o \quad A_t = 455.273$

Poměrný útlum: $\psi := \frac{A_t}{A_z} \quad \boxed{\psi = 0.414}$

Příloha č.3

Spojovací hřídel - matematický modelVstupní parametry:

ORIGIN := 1

 $j := \sqrt{-1}$ imaginární jednotka $i := 1..4$ počet hmot soustavy $\gamma := \frac{180}{\pi}$ koef. pro přepočítání z [deg] na [rad]Tuhost dutého hřídele k_3 :Vzdálenosti těžišť kotoučů : $D_h := 0.044$ m vnější průměr $L := (0 \ 67.6 \ 270.4 \ 318.7)^T$ m $d_h := 0.034$ m vnitřní průměr $L_h := 0.240$ m délka $G := 8.1 \cdot 10^{10}$ Pa modul pružnosti ve smyku $I_p := \frac{\pi}{32} \cdot (D_h^4 - d_h^4)$ polární moment $I_p = 2.368 \times 10^{-7}$ m⁴ $k_3 := \frac{G \cdot I_p}{L_h}$ tuhost v krutu $k_3 = 7.991 \times 10^4$ Nm/rad $\frac{k_3}{\gamma} = 1.395 \times 10^3$ Nm/degTuhost k_1 :

- slouží pouze pro metodu přenosových matic (MPM), na reálném modelu se nevyskytuje
 - je zadáno vysoké číslo jako limitní hodnota

 $k_1 := 10000$ Nm/deg $k_1 := \gamma \cdot k_1$ $k_1 = 5.73 \times 10^5$ Nm/radTuhost pružných členů: $k_2 := 84$ Nm/deg $k_2 := \gamma \cdot k_2$ $k_2 = 4.813 \times 10^3$ Nm/rad $k_4 := 56$ Nm/deg $k_4 := \gamma \cdot k_4$ $k_4 = 3.209 \times 10^3$ Nm/radTuhost celého hřídele: $k_C := \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4}}$ $k_C = 1.874 \times 10^3$ Nm/radMomenty setrvačnosti: $I_M := 0.0888117$ kg.m² moment setrvačnosti pohybujících částí motoru $I_B := 0.29$ kg.m² moment setrvačnosti rotoru brzdy $I_{SH1} := 5.438 \cdot 10^{-2}$ kg.m² moment setrvačnosti vnějšího unášече (u motoru) $I_{SH2} := 2.686 \cdot 10^{-3}$ kg.m² moment setrvačnosti vnitřního unášече (u motoru) $I_{SH3} := 3.339 \cdot 10^{-3}$ kg.m² moment setrvačnosti vnitřního unášече (u brzdy) $I_{SH4} := 6.485 \cdot 10^{-3}$ kg.m² moment setrvačnosti vnějšího unášече (u brzdy)

$$I_1 := I_M + I_{SH1} \quad I_1 = 0.143 \quad \text{kg.m}^2$$

$$I_2 := I_{SH2} \quad I_2 = 2.686 \times 10^{-3} \quad \text{kg.m}^2$$

$$I_3 := I_{SH3} \quad I_3 = 3.339 \times 10^{-3} \quad \text{kg.m}^2$$

$$I_4 := I_B + I_{SH4} \quad I_4 = 0.296 \quad \text{kg.m}^2$$

Poměrný útlum:

pryž: ocel: pryž:

$$\psi_1 := 0.001 \quad \psi_2 := 0.25 \quad \psi_3 := 0.01 \quad \psi_4 := 0.25$$

Součinitel tlumení:

$$b_i := \psi_i \cdot 2 \cdot \sqrt{k_i \cdot I_i} \quad \text{vztah pro výpočet i-té hodnoty tlumení} \quad \text{N.m.s/rad}$$

$$b_1 = 0.573 \quad b_2 = 1.798 \quad b_3 = 0.327 \quad b_4 = 15.422$$

Budící moment:

$M_b :=$


D:\..\DATA_Mt_1500

Import dat ze souboru (**DATA_Mt_1500**):

Jsou zde harmonické složky budícího momentu motoru.

$M_b^T =$	1	2	3	4	5	6	
	182.293	89.412	52.735	27.611	16.122	10.981	[N.m]

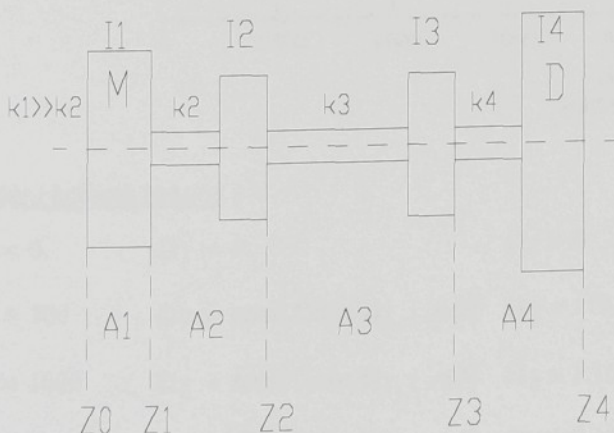
$$M_2 := 0 \quad M_3 := 0 \quad M_4 := 0 \quad \text{N.m}$$

Úhlová rychlost:

$$\omega_{\max} := 65000 \quad \text{rad/s} \quad \omega := 0, 5.236 \dots \omega_{\max} \quad \text{rad/s} \quad \text{úhlová rychlost (krok } 5.236 \text{ rad/s tj. po } 50 \text{ ot/min)}$$

$$n_{\max} := \frac{\omega_{\max}}{2 \cdot \pi} \cdot 60 \quad n_{\max} = 6.207 \times 10^5 \quad \text{ot/min} \quad \text{převod na otáčky}$$

Schema 4 hmotového modelu:

Přehled zadaných hodnot k, I :

$$k = \begin{pmatrix} 5.73 \times 10^5 \\ 4.813 \times 10^3 \\ 7.991 \times 10^4 \\ 3.209 \times 10^3 \end{pmatrix} \quad \text{Nm/rad}$$

$$I = \begin{pmatrix} 0.143 \\ 2.686 \times 10^{-3} \\ 3.339 \times 10^{-3} \\ 0.296 \end{pmatrix} \quad \text{kg.m}^2$$

☐ <vlastní frekvence>

Výpočet vlastních frekvencí metodou přenosových matic (MPM):

$$A_o(i, \omega) := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{k_i} \\ -l_i \cdot \omega^2 & 1 - \frac{l_i \cdot \omega^2}{k_i} \end{pmatrix}$$

přenosová matice (bez tlumení $b = 0$
a bez buzení)

$$C_o(\omega) := \prod_{i=4}^1 A_o(i, \omega)$$

roznásobení přenosových matic

Vyjádření prvku matice C, pro nalezení vlastních frekvencí systému:

Z matice **$C_o(\omega)$** naleznou řešení Ω_i , kdy $c_{mn} = 0$, ($m, n \dots$ jsou celá čísla 1, 2.)

Celkový přenos: **$Zo_4 = Ao_3 \cdot Ao_2 \cdot Ao_1 \cdot Zo_0 = Co \cdot Zo_0$**

$$\begin{pmatrix} c_{o11} & c_{o12} \\ c_{o21} & c_{o22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ M_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_4 \\ M_4 \end{pmatrix}$$

Pro okrajové podmínky $\varphi_0 \neq 0$, $\varphi_4 := 0$, $M_0 := 0$, $M_4 \neq 0$,

je nalezena frekvenční rovnice **$c_{o11} = 0$** .

$Co \dots$ matice roznásobených stavových vektorů

$\Omega_i \dots i$ -tá vlastní frekvence

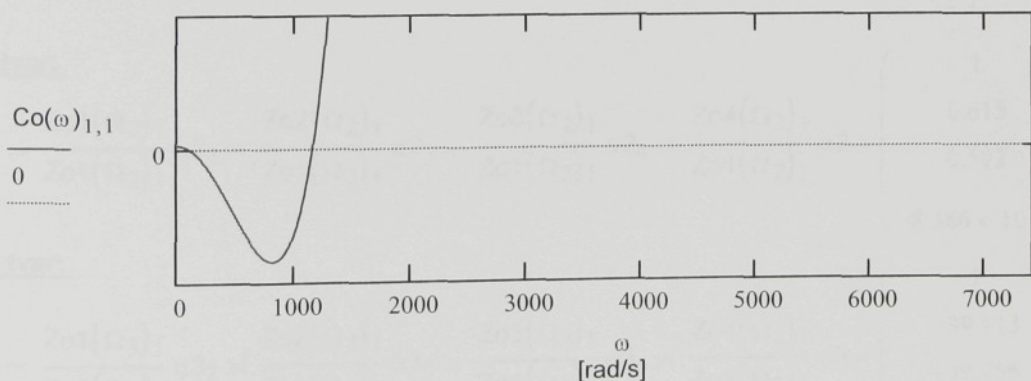
$Ao_i \dots$ i-tá přenosová matice

$\varphi_{oi} \dots i$ -tý úhel natočení

$Zo_i \dots$ i-tý stavový vektor

$Mo_i \dots i$ -tý moment

Zobrazení funkce $Co(\omega)_{1,1}$:



Hledání kořenů řešení:

$\omega_1 := 0$	$\Omega_1 := 0$	$\Omega_1 = 0$	rad/s	rotace - nekmitá
$\omega_2 := 200$	$\Omega_2 := \text{root}(Co(\omega_2)_{1,1}, \omega_2)$	$\Omega_2 = 113.727$	rad/s	jednouzlové kmitání
$\omega_3 := 1000$	$\Omega_3 := \text{root}(Co(\omega_3)_{1,1}, \omega_3)$	$\Omega_3 = 1.161 \times 10^3$	rad/s	dvouuzlové kmitání
$\omega_4 := 7 \cdot 10^3$	$\Omega_4 := \text{root}(Co(\omega_4)_{1,1}, \omega_4)$	$\Omega_4 = 7.424 \times 10^3$	rad/s	tříuzlové kmitání

Vlastní úhlová frekvence systému:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 \\ 113.727 \\ 1.161 \times 10^3 \\ 7.424 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{ rad/s}$$

Vlastní frekvence systému:

$$N := \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \cdot 60 \quad N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.086 \times 10^3 \\ 1.109 \times 10^4 \\ 7.089 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{ ot/min}$$

Vlastní hodnoty:

$$\phi_{o0} := 1 \quad Mo_0 := 0$$

úhel a moment - výchozí poměrné hodnoty

$$Zo_0 := \begin{pmatrix} \phi_{o0} \\ Mo_0 \end{pmatrix}$$

počáteční stavový vektor

$$Zo_1(\omega) := Ao(1, \omega) \cdot Zo_0 \quad \text{stavový vektor za 1. kotoučem}$$

$$Zo_2(\omega) := Ao(2, \omega) \cdot Zo_1(\omega) \quad \text{stavový vektor za 2. kotoučem}$$

$$Zo_3(\omega) := Ao(3, \omega) \cdot Zo_2(\omega) \quad \text{stavový vektor za 3. kotoučem}$$

$$Zo_4(\omega) := Ao(4, \omega) \cdot Zo_3(\omega) \quad \text{stavový vektor za 4. kotoučem}$$

Vlastní tvary kmitu:I. tvar:

$$\alpha_{11} := \frac{Zo_1(\Omega_1)_1}{Zo_1(\Omega_1)_1} \quad \alpha_{12} := \frac{Zo_2(\Omega_1)_1}{Zo_1(\Omega_1)_1} \quad \alpha_{13} := \frac{Zo_3(\Omega_1)_1}{Zo_1(\Omega_1)_1} \quad \alpha_{14} := \frac{Zo_4(\Omega_1)_1}{Zo_1(\Omega_1)_1} \quad \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

II. tvar:

$$\alpha_{21} := \frac{Zo_1(\Omega_2)_1}{Zo_1(\Omega_2)_1} \quad \alpha_{22} := \frac{Zo_2(\Omega_2)_1}{Zo_1(\Omega_2)_1} \quad \alpha_{23} := \frac{Zo_3(\Omega_2)_1}{Zo_1(\Omega_2)_1} \quad \alpha_{24} := \frac{Zo_4(\Omega_2)_1}{Zo_1(\Omega_2)_1} \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.615 \\ 0.592 \\ -8.386 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

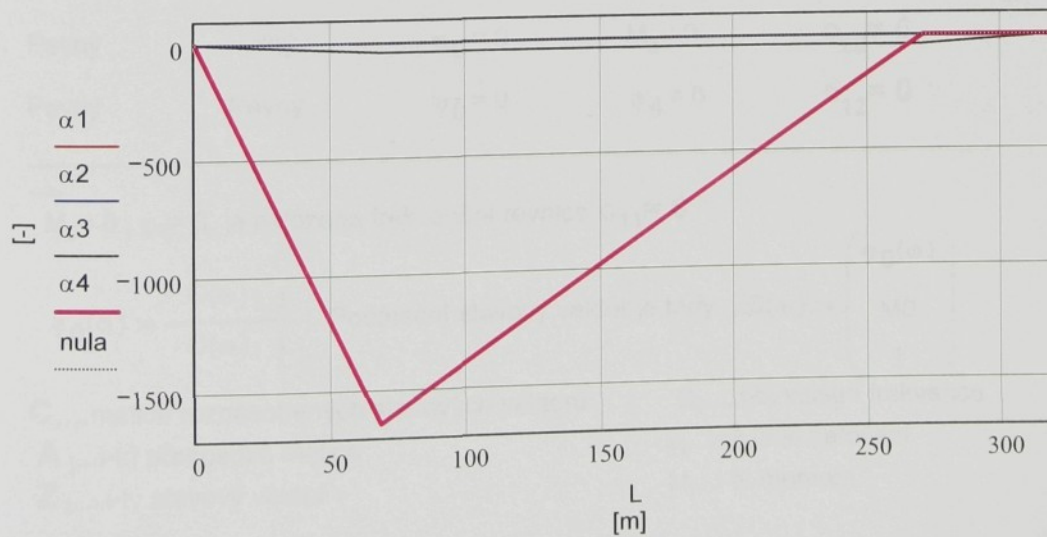
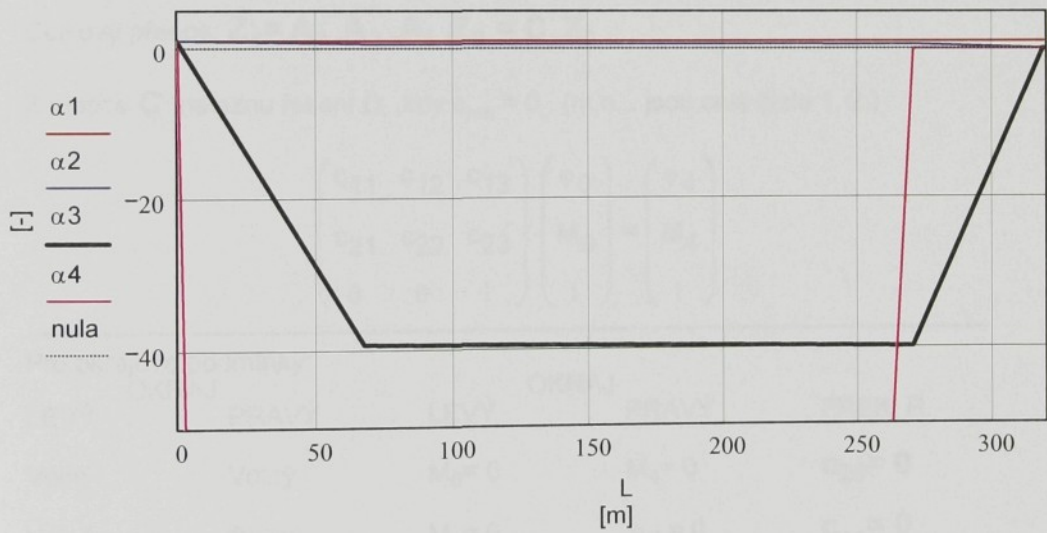
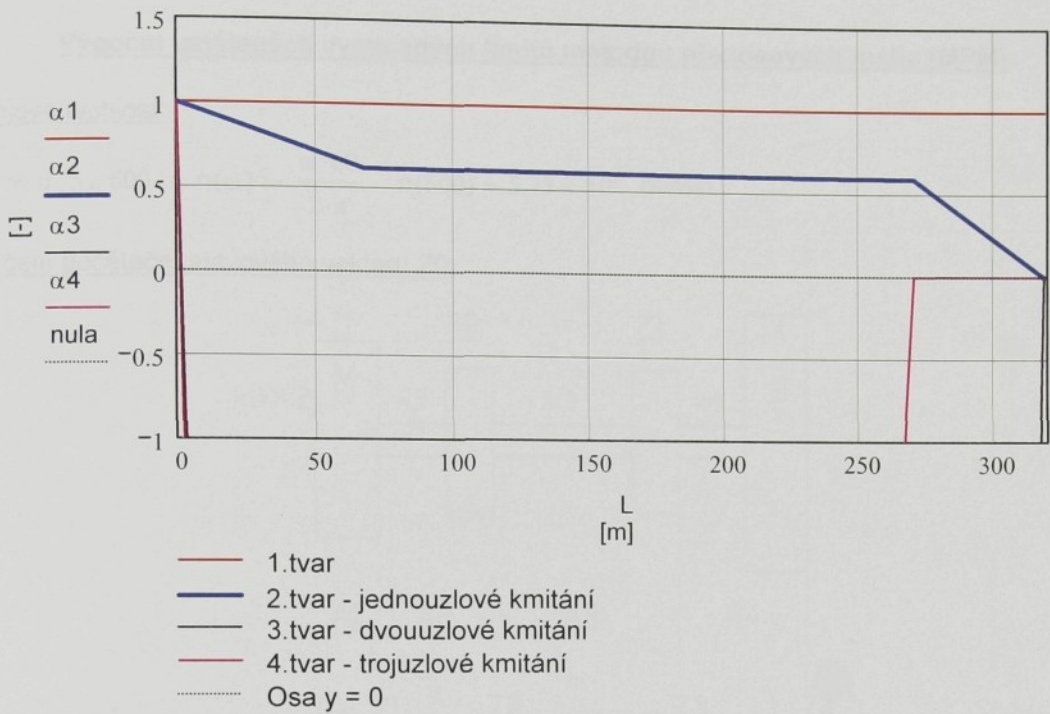
III. tvar:

$$\alpha_{31} := \frac{Zo_1(\Omega_3)_1}{Zo_1(\Omega_3)_1} \quad \alpha_{32} := \frac{Zo_2(\Omega_3)_1}{Zo_1(\Omega_3)_1} \quad \alpha_{33} := \frac{Zo_3(\Omega_3)_1}{Zo_1(\Omega_3)_1} \quad \alpha_{34} := \frac{Zo_4(\Omega_3)_1}{Zo_1(\Omega_3)_1} \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -39.113 \\ -39.756 \\ -2.806 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

IV. tvar:

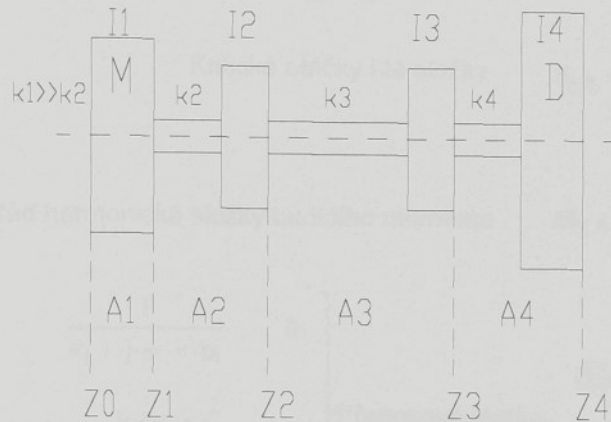
$$\alpha_{41} := \frac{Zo_1(\Omega_4)_1}{Zo_1(\Omega_4)_1} \quad \alpha_{42} := \frac{Zo_2(\Omega_4)_1}{Zo_1(\Omega_4)_1} \quad \alpha_{43} := \frac{Zo_3(\Omega_4)_1}{Zo_1(\Omega_4)_1} \quad \alpha_{44} := \frac{Zo_4(\Omega_4)_1}{Zo_1(\Omega_4)_1} \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1.639 \times 10^3 \\ 0 \\ 1.09 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$nula := (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$$



Výpočet ustálených vynucených kmitů metodou přenosových matic (MPM):Úhlová rychlost:

$$\omega := 0,5 \dots 600 \quad n(\omega) := \frac{\omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} \quad n(600) = 5,73 \times 10^3 \text{ ot/min}$$

Určení počáteční stavového vektoru Z_0 :

$$\text{Celkový přenos: } Z_4 = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot Z_0 = C \cdot Z_0$$

Z matice **C** naleznou řešení Ω_i , kdy $c_{mn} = 0$, (m, n... jsou celá čísla 1, 2.)

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi_0 \\ M_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_4 \\ M_4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Pro okrajové podmínky:

OKRAJ		OKRAJ		FREK. R.
LEVÝ	PRAVÝ	LEVÝ	PRAVÝ	
Volný	Volný	$M_0 = 0$	$M_4 = 0$	$c_{21} = 0$
Volný	Pevný	$M_0 = 0$	$\varphi_4 = 0$	$c_{11} = 0$
Pevný	Volný	$\varphi_0 = 0$	$M_4 = 0$	$c_{22} = 0$
Pevný	Pevný	$\varphi_0 = 0$	$\varphi_4 = 0$	$c_{12} = 0$

$M_0 = 0$, $\varphi_4 = 0$, je nalezena frekvenční rovnice $c_{11} = 0$

$$\varphi_0(\omega) := -\frac{C(\omega)_{1,3}}{C(\omega)_{1,1}}; \text{ Počáteční stavový vektor je tedy: } Z_0(\omega) := \begin{pmatrix} \varphi_0(\omega) \\ M_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

C....matice roznásobených stavových vektorů**A_i**...i-tá přenosová matice**Z_i**...i-tý stavový vektor Ω_i ...i-tá vlastní frekvence φ_i ...i-tý úhel natočení M_i ...i-tý moment

Zde je rozepsán výpočet 1.harmonické složky stavového vektoru tzn. úhel natočení φ a kroutící moment M :

1.harmonická složka:

$r := 1$... je celé číslo

$v := \frac{1}{2}r$ řád harmonické složky $v = 0.5$

$$n_{k1} := \frac{\Omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{v}$$

Kritické otáčky i-té složky

$$n_{k1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.172 \times 10^3 \\ 2.218 \times 10^4 \\ 1.418 \times 10^5 \end{pmatrix} \text{ 1/min}$$

$M_1 := Mb_r$ v -tý řád harmonické složky budícího momentu $M_1 = 182.293 \text{ N.m}$

$$A(i, \omega) := \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_i + j \cdot \omega \cdot v \cdot b_i} & 0 \\ -l_i \cdot (\omega \cdot v)^2 & 1 - \frac{l_i \cdot (\omega \cdot v)^2}{k_i + j \cdot \omega \cdot v \cdot b_i} & -M_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Přenosová matice}$$

$$C(\omega) := \prod_{i=4}^1 A(i, \omega) \text{ Roznásobení matic } A(i, \omega)$$

$$M_0 := 0 \quad \varphi_0(\omega) := -\frac{C(\omega)_{1,3}}{C(\omega)_{1,1}} \text{ Počáteční podmínky}$$

$$Z_0(\omega) := \begin{pmatrix} \varphi_0(\omega) \\ M_0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Počáteční stavový vektor}$$

$$Z(p, \omega) := \left(\prod_{i=p}^1 A(i, \omega) \right) \cdot Z_0(\omega) \quad p := 1 \dots 4 \text{ Stavový vektor v místě "p" (p=1 setrvačnick, p=2 vnitř. unašeč....)}$$

$$\varphi_{11}(\omega) := |Z(1, \omega)_1| \cdot \gamma$$

$$M_{11}(\omega) := |Z(1, \omega)_2|$$

$$\varphi_{12}(\omega) := |Z(2, \omega)_1| \cdot \gamma$$

$$M_{12}(\omega) := |Z(2, \omega)_2|$$

$$\varphi_{13}(\omega) := |Z(3, \omega)_1| \cdot \gamma$$

$$M_{13}(\omega) := |Z(3, \omega)_2|$$

$$\varphi_{14}(\omega) := |Z(4, \omega)_1| \cdot \gamma$$

$$M_{14}(\omega) := |Z(4, \omega)_2|$$

► <Harmonické složky 2÷9 skryté>

10.harmonická složka: $r := 10$

$$v := \frac{1}{2}r \quad v = 5 \quad M_1 := Mb_r \quad M_1 = 2.447 \quad \text{N.m}$$

$$A(i, \omega) := \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k_i + j \cdot \omega \cdot v \cdot b_i} & 0 \\ -l_i \cdot (\omega \cdot v)^2 & 1 - \frac{l_i \cdot (\omega \cdot v)^2}{k_i + j \cdot \omega \cdot v \cdot b_i} & -M_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C(\omega) := \prod_{i=4}^1 A(i, \omega)$$

$$\varphi_0(\omega) := -\frac{C(\omega)_{1,3}}{C(\omega)_{1,1}} \quad Z_0(\omega) := \begin{pmatrix} \varphi_0(\omega) \\ M_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$Z(p, \omega) := \left(\prod_{i=p}^1 A(i, \omega) \right) \cdot Z_0(\omega)$$

$$\varphi_{101}(\omega) := |Z(1, \omega)_1| \cdot \gamma \quad M_{101}(\omega) := |Z(1, \omega)_2|$$

$$\varphi_{102}(\omega) := |Z(2, \omega)_1| \cdot \gamma \quad M_{102}(\omega) := |Z(2, \omega)_2|$$

$$\varphi_{103}(\omega) := |Z(3, \omega)_1| \cdot \gamma \quad M_{103}(\omega) := |Z(3, \omega)_2|$$

$$\varphi_{104}(\omega) := |Z(4, \omega)_1| \cdot \gamma \quad M_{104}(\omega) := |Z(4, \omega)_2|$$

$$n_{k10} := \frac{\Omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{v} \quad n_{k10} = \begin{pmatrix} 0 \\ 217.202 \\ 2.218 \times 10^3 \\ 1.418 \times 10^4 \end{pmatrix} \quad 1/\text{min}$$

Součet jednotlivých harmonických složek:

-úhly natočení:

$$\varphi_1(\omega) := \varphi_{11}(\omega) + \varphi_{21}(\omega) + \varphi_{31}(\omega) + \varphi_{41}(\omega) + \varphi_{51}(\omega) + \varphi_{61}(\omega) + \varphi_{71}(\omega) + \varphi_{81}(\omega) + \varphi_{91}(\omega)$$

$$\varphi_2(\omega) := \varphi_{12}(\omega) + \varphi_{22}(\omega) + \varphi_{32}(\omega) + \varphi_{42}(\omega) + \varphi_{52}(\omega) + \varphi_{62}(\omega) + \varphi_{72}(\omega) + \varphi_{82}(\omega) + \varphi_{92}(\omega)$$

$$\varphi_3(\omega) := \varphi_{13}(\omega) + \varphi_{23}(\omega) + \varphi_{33}(\omega) + \varphi_{43}(\omega) + \varphi_{53}(\omega) + \varphi_{63}(\omega) + \varphi_{73}(\omega) + \varphi_{83}(\omega) + \varphi_{93}(\omega)$$

$$\varphi_4(\omega) := \varphi_{14}(\omega) + \varphi_{24}(\omega) + \varphi_{34}(\omega) + \varphi_{44}(\omega) + \varphi_{54}(\omega) + \varphi_{64}(\omega) + \varphi_{74}(\omega) + \varphi_{84}(\omega) + \varphi_{94}(\omega)$$

-Momentů:

$$M_1(\omega) := M_{11}(\omega) + M_{21}(\omega) + M_{31}(\omega) + M_{41}(\omega) + M_{51}(\omega) + M_{61}(\omega) + M_{71}(\omega) + M_{81}(\omega) + M_{91}(\omega)$$

$$M_2(\omega) := M_{12}(\omega) + M_{22}(\omega) + M_{32}(\omega) + M_{42}(\omega) + M_{52}(\omega) + M_{62}(\omega) + M_{72}(\omega) + M_{82}(\omega) + M_{92}(\omega)$$

$$M_3(\omega) := M_{13}(\omega) + M_{23}(\omega) + M_{33}(\omega) + M_{43}(\omega) + M_{53}(\omega) + M_{63}(\omega) + M_{73}(\omega) + M_{83}(\omega) + M_{93}(\omega)$$

$$M_4(\omega) := M_{14}(\omega) + M_{24}(\omega) + M_{34}(\omega) + M_{44}(\omega) + M_{54}(\omega) + M_{64}(\omega) + M_{74}(\omega) + M_{84}(\omega) + M_{94}(\omega)$$

Vzájemné

$$\text{natočení: } \Delta\varphi_{12}(\omega) := \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)$$

$$\Delta\varphi_{23}(\omega) := \varphi_3(\omega) - \varphi_2(\omega)$$

$$\Delta\varphi_{34}(\omega) := \varphi_4(\omega) - \varphi_3(\omega)$$

Rozdíl

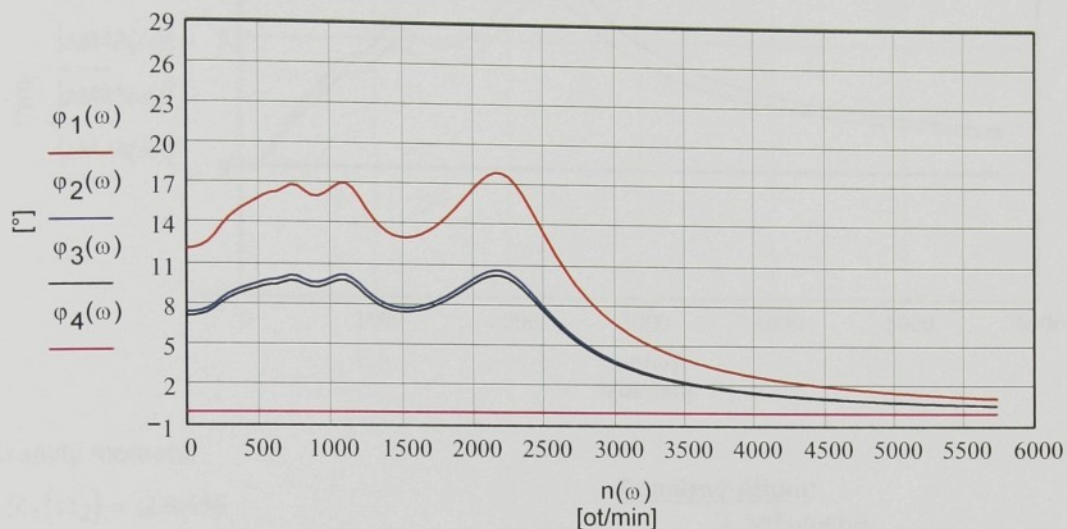
$$\text{momentů: } \Delta M_{12}(\omega) := M_2(\omega) - M_1(\omega)$$

$$\Delta M_{23}(\omega) := M_3(\omega) - M_2(\omega)$$

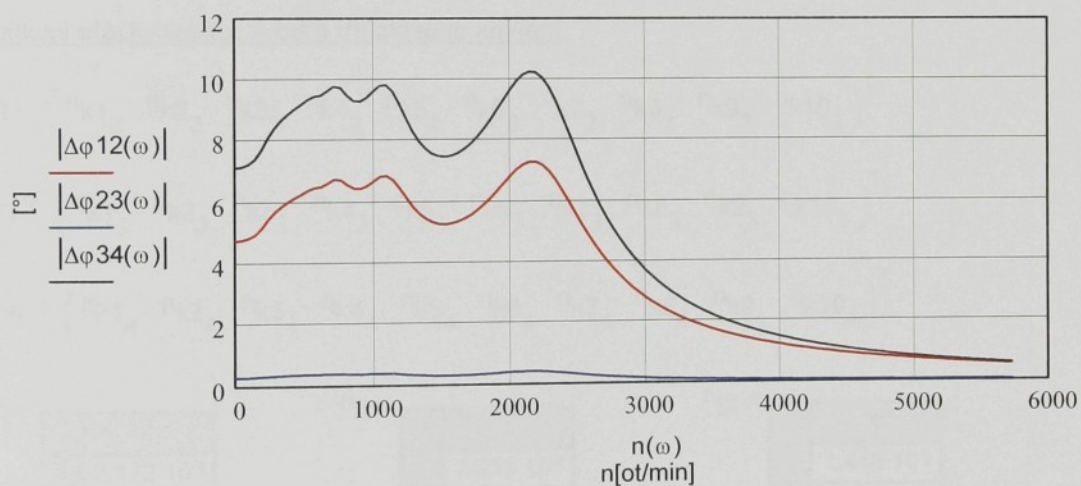
$$\Delta M_{34}(\omega) := M_4(\omega) - M_3(\omega)$$

Výsledné grafy:

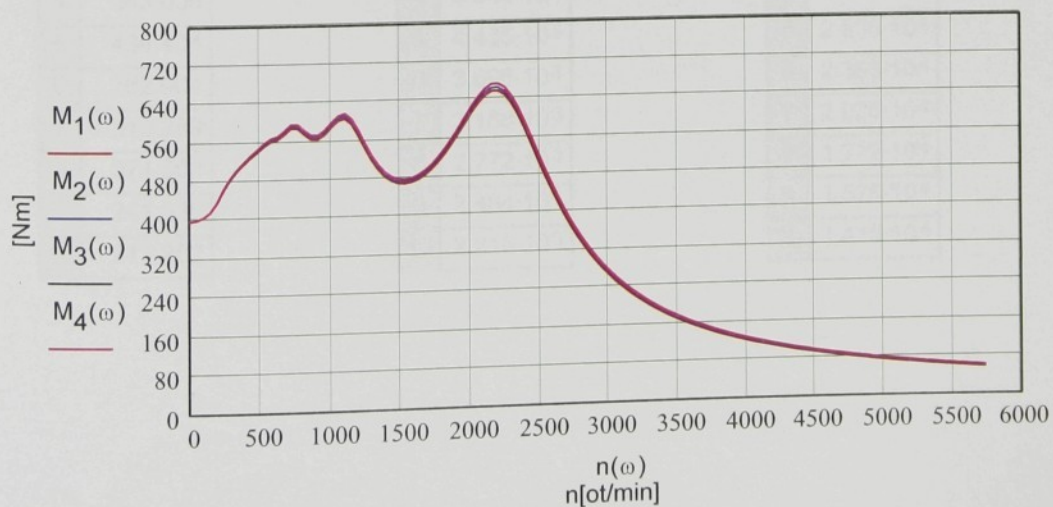
Absolutní úhlové výchylky jednotlivých členů v závislosti na otáčkách:

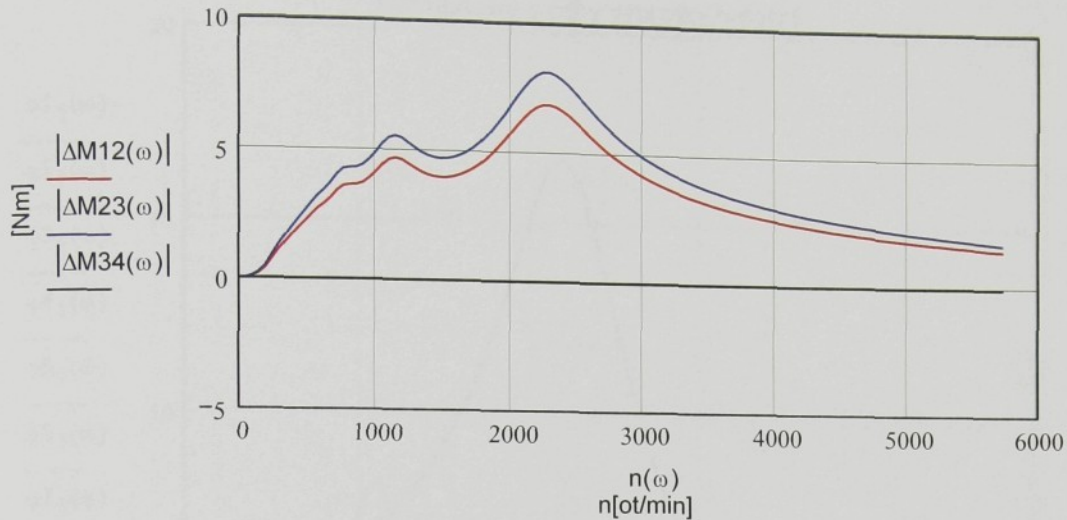


Úhlové výchylky mezi jednotlivými členy v závislosti na otáčkách:



Momenty jednotlivých členů v závislosti na otáčkách





Okamitý moment:

$$M_1(\Omega_2) = 606.656$$

$$M_1\left(3000 \cdot \frac{\pi}{30}\right) = 265.385$$

Poměrný útlum:

0..netlumené

0.9..tlumené

1..krit. tlumení

1<..nadkrit. tlumení

Kritické otáčky jedno, dvou a tříúhlového kmitání:

$$n_I := \left(n_{k1_2} \ n_{k2_2} \ n_{k3_2} \ n_{k4_2} \ n_{k5_2} \ n_{k6_2} \ n_{k7_2} \ n_{k8_2} \ n_{k9_2} \ n_{k10_2} \right)^T$$

$$n_{II} := \left(n_{k1_3} \ n_{k2_3} \ n_{k3_3} \ n_{k4_3} \ n_{k5_3} \ n_{k6_3} \ n_{k7_3} \ n_{k8_3} \ n_{k9_3} \ n_{k10_3} \right)^T$$

$$n_{III} := \left(n_{k1_4} \ n_{k2_4} \ n_{k3_4} \ n_{k4_4} \ n_{k5_4} \ n_{k6_4} \ n_{k7_4} \ n_{k8_4} \ n_{k9_4} \ n_{k10_4} \right)^T$$

$$n_I =$$

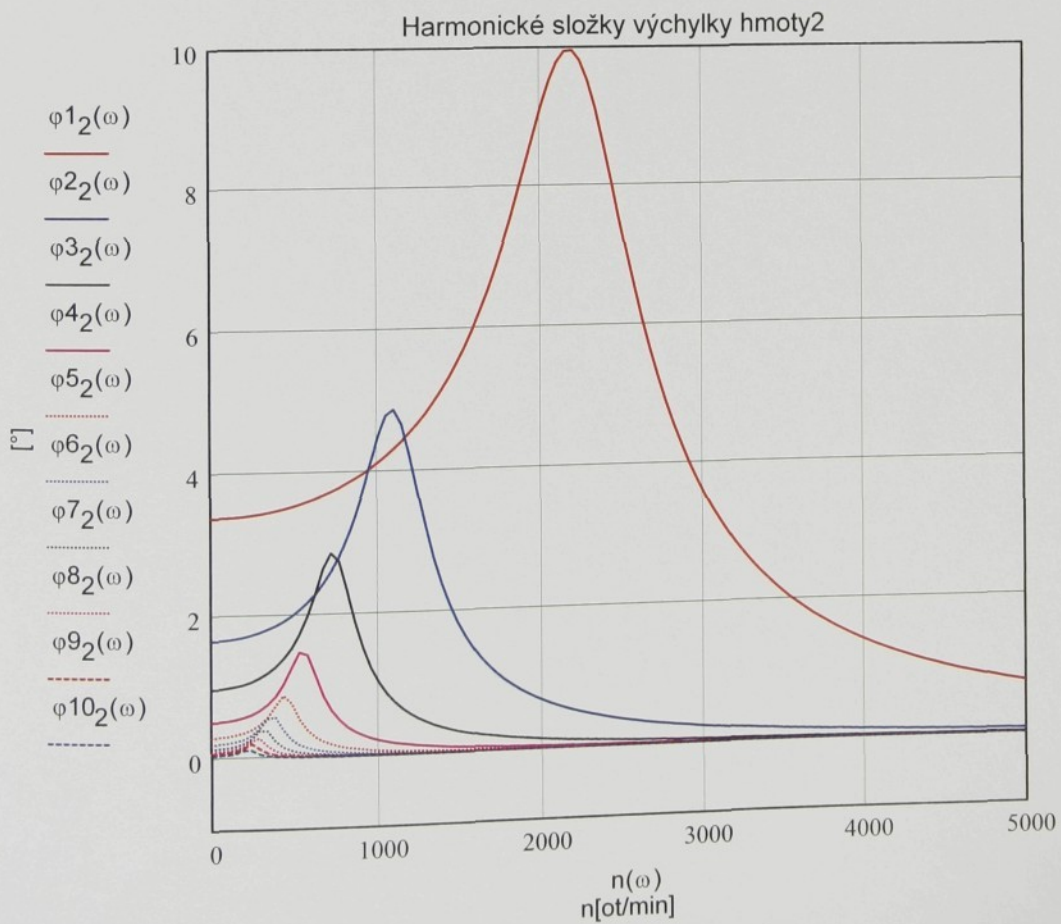
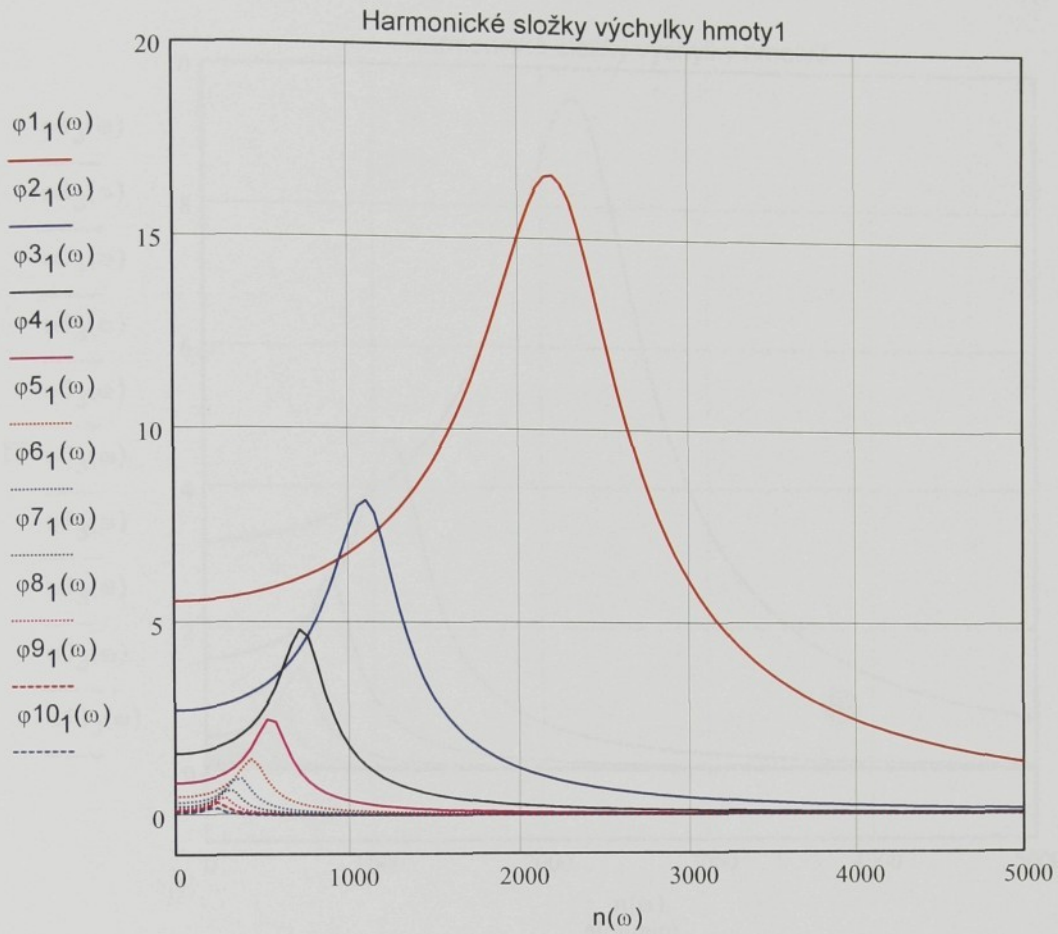
	1
1	$2.172 \cdot 10^3$
2	$1.086 \cdot 10^3$
3	724.007
4	543.006
5	434.404
6	362.004
7	310.289
8	271.503
9	241.336
10	217.202

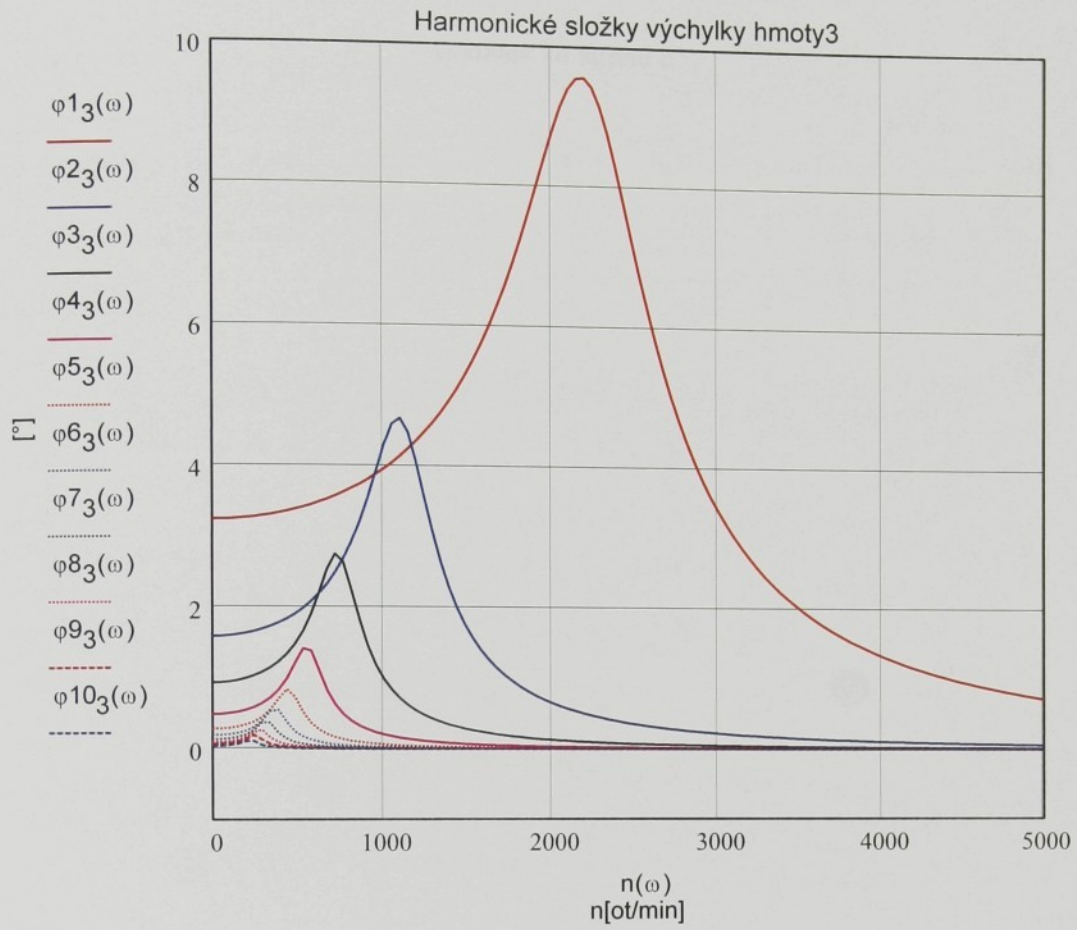
$$n_{II} =$$

	1
1	$2.218 \cdot 10^4$
2	$1.109 \cdot 10^4$
3	$7.392 \cdot 10^3$
4	$5.544 \cdot 10^3$
5	$4.435 \cdot 10^3$
6	$3.696 \cdot 10^3$
7	$3.168 \cdot 10^3$
8	$2.772 \cdot 10^3$
9	$2.464 \cdot 10^3$
10	$2.218 \cdot 10^3$

$$n_{III} =$$

	1
1	$1.418 \cdot 10^5$
2	$7.089 \cdot 10^4$
3	$4.726 \cdot 10^4$
4	$3.544 \cdot 10^4$
5	$2.836 \cdot 10^4$
6	$2.363 \cdot 10^4$
7	$2.025 \cdot 10^4$
8	$1.772 \cdot 10^4$
9	$1.575 \cdot 10^4$
10	$1.418 \cdot 10^4$





Dodatek ke straně 8

DATA
0.1.13_misto.xls

1	2	3	4	5	6
0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6

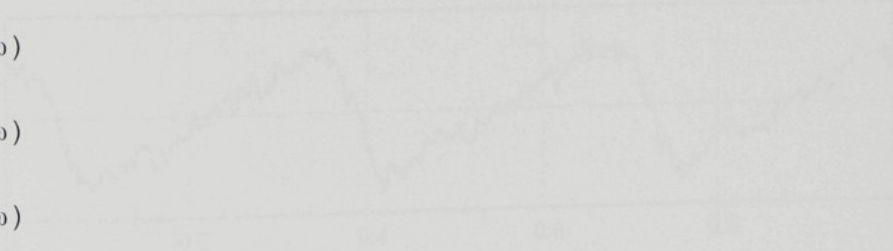


$\varphi + \varphi_{10_1}(\omega)$

$\varphi + \varphi_{10_2}(\omega)$

$\varphi + \varphi_{10_3}(\omega)$

$\varphi + \varphi_{10_4}(\omega)$



$\varphi_{10_1}(\omega) + M_{10_1}(\omega)$

$\varphi_{10_2}(\omega) + M_{10_2}(\omega)$

$\varphi_{10_3}(\omega) + M_{10_3}(\omega)$

$\varphi_{10_4}(\omega) + M_{10_4}(\omega)$

Příloha č.4

ORIGIN := 1

Zpracování naměřených dat úhlové rychlosti

Import naměřených dat ze souboru:

- výběr souboru dat, měřeného místa
- jednotky naměřených dat: [°/s]

DATA :=

D:\..\3_misto.xls

Zobrazení dat:

DATA =

	1	2	3	4	5	6
1	0	250.518	-15.276	-140.813	156.597	29.692

Pozn.:

Data v importovaném souboru jsou uspořádána:

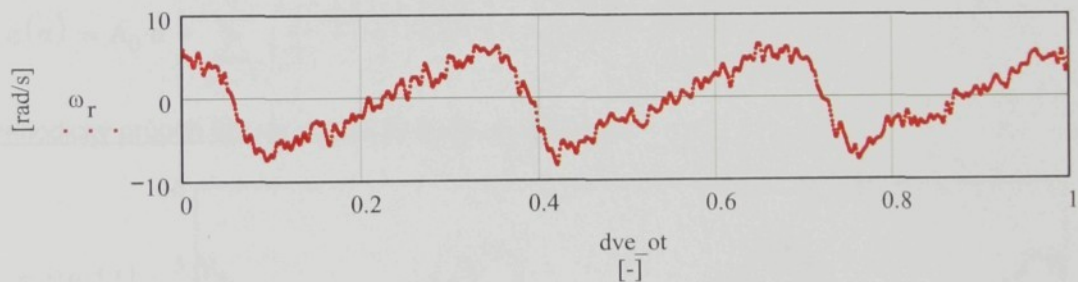
1. sloupec-průběh periody 0...1 (dvě otáčky)

2.-16. sloupec jsou hodnoty ω pro otáčky: 2000, 1950, ..., 1300 1/min.

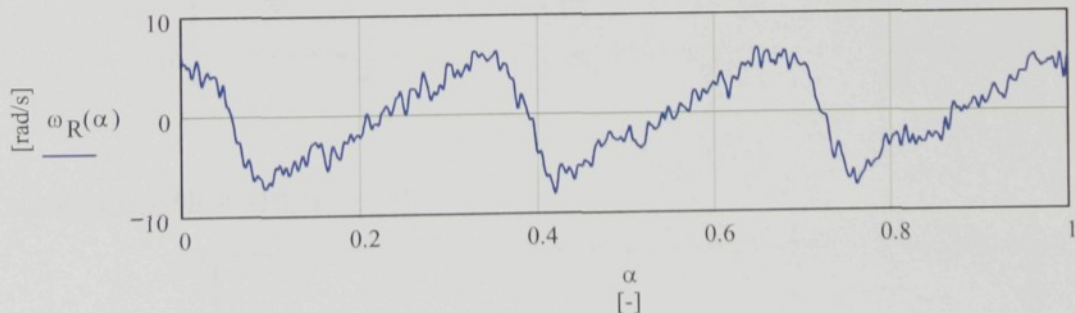
Pracovní cykl:

 $dve_ot := DATA^{(1)}$

Průběh periody

 $\omega_r := DATA^{(12)} \cdot \frac{\pi}{180}$ [rad/s] Hodnoty úhlové rychlosti pro dané otáčky (sloupec 12...1500ot/min).


Interpolace spline funkcí:

 $S := cspline(dve_ot, \omega_r)$
 $\omega_R(\alpha) := interp(S, dve_ot, \omega_r, \alpha)$
 $\alpha := 0, \frac{1}{1023} .. 1$


Fourierova řada:

 $T := 1$
 $\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T}$
 $\omega = 6.283$
 $ORIGIN := 1$
 $n := 24$
 $k := 1, 2 .. n$
 Pořadové číslo

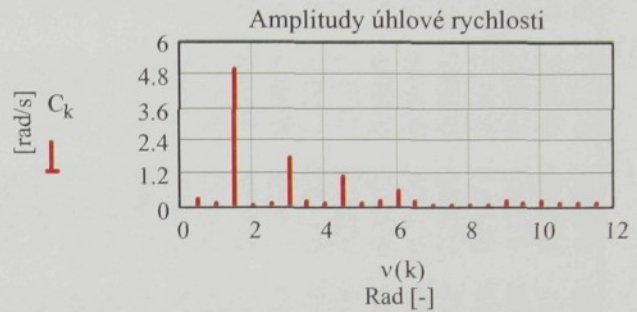
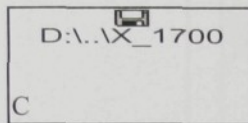
 $v(k) := 0.5 \cdot k$
 Řád nebo-li v-tá periodická složka

Výpočet koeficientů:

$$A_0 := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \omega_R(\alpha) d\alpha \quad \text{střední hodnota}$$

$$A_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \omega_R(\alpha) \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha \quad B_k := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T \omega_R(\alpha) \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha) d\alpha \quad C_k := \sqrt{(A_k)^2 + (B_k)^2}$$

Uložení amplitud úhlové rychlosti do souboru:



Funkce rozvinutá ve Fourierovu řadu:

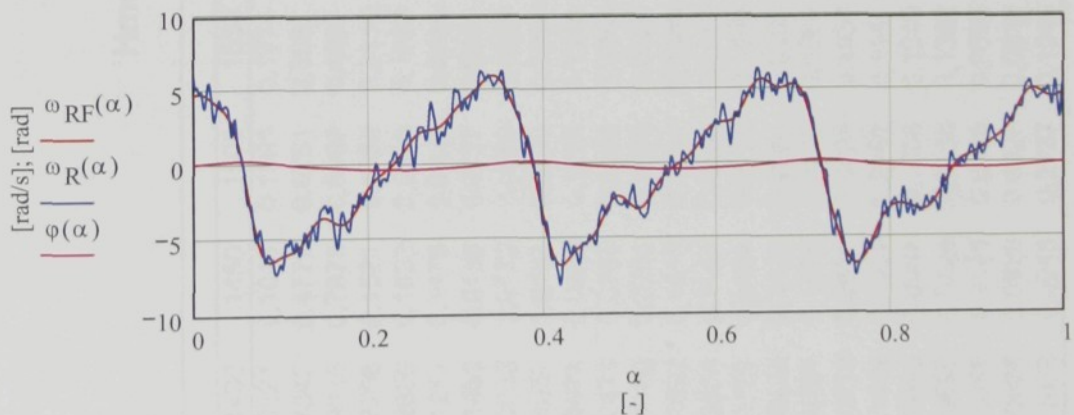
$$\omega_{RF}(\alpha) := A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cdot \cos(k \cdot \omega \cdot \alpha) + B_k \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot \alpha))$$

Úhlová výchylka:

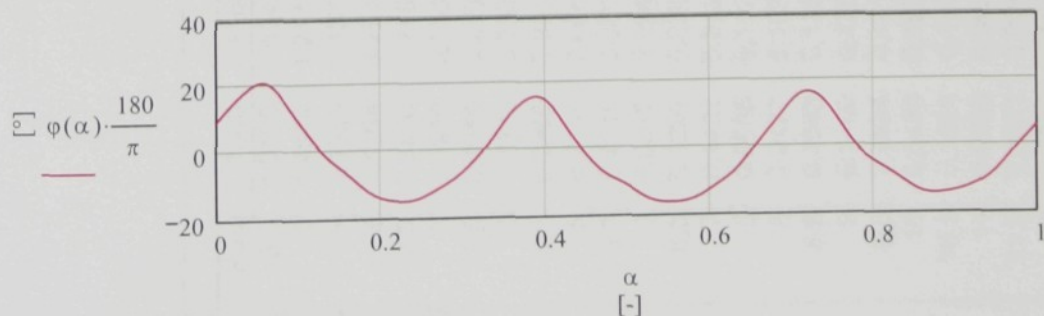
Výraz pro úhlovou výchylku se provede integrováním členů Fourierovy řady:

$$\varphi(\alpha) := A_0 \cdot \alpha + \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(2 \cdot v \cdot \pi \cdot \alpha)}{v \cdot \pi} \cdot A_v - \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos(2 \cdot v \cdot \pi \cdot \alpha)}{v \cdot \pi} \cdot B_v \right)$$

Periodický průběh úhlové rychlosti a úhlové výchylky:



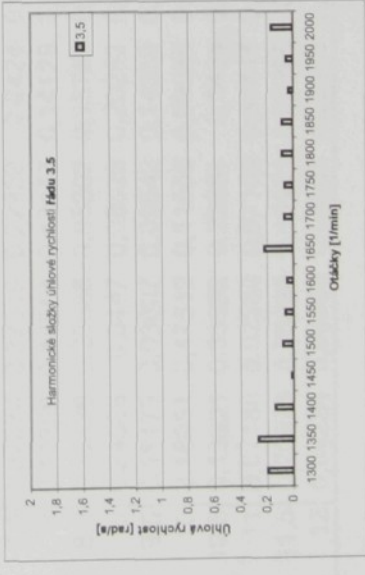
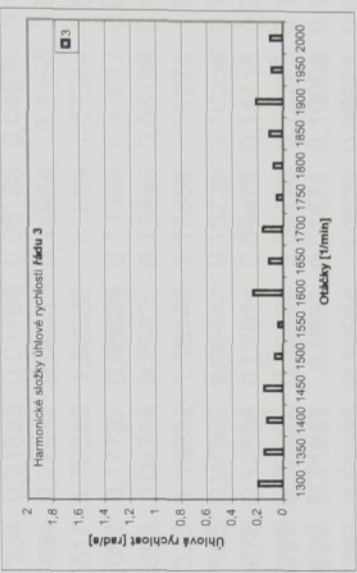
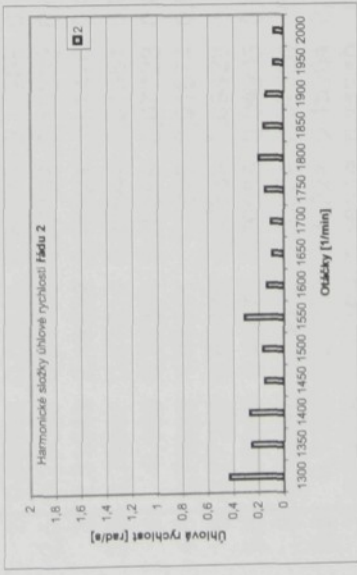
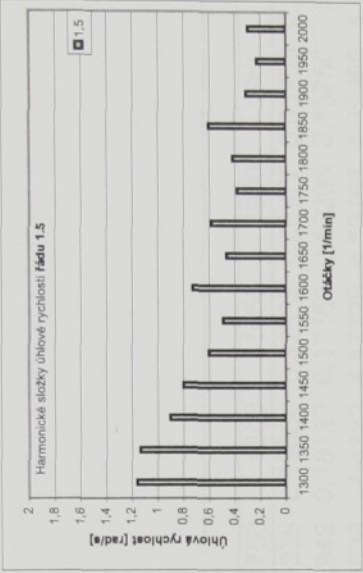
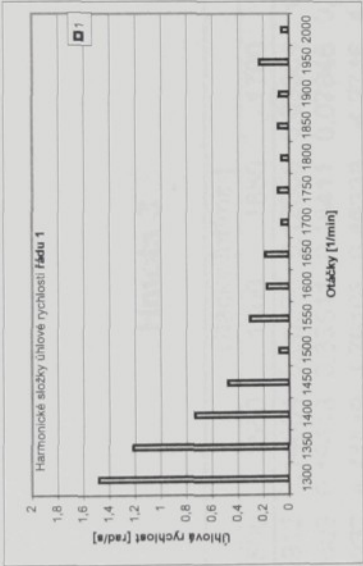
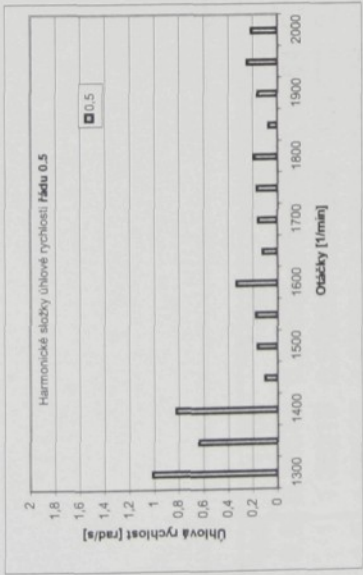
Periodický průběh úhlové výchylky [°]:



Příloha 5

Hmotá 4 (blíže k brzdě)

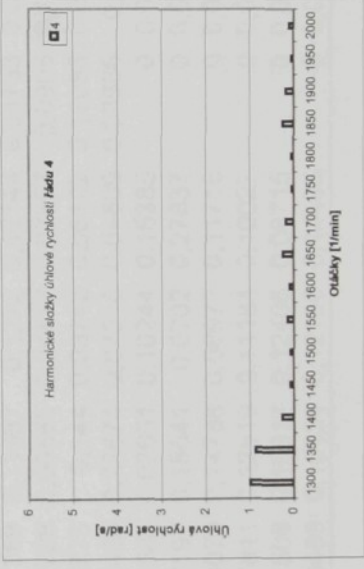
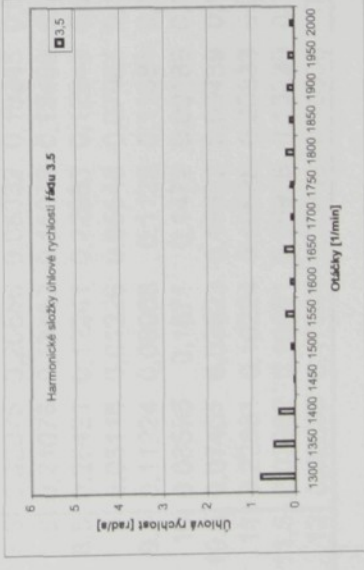
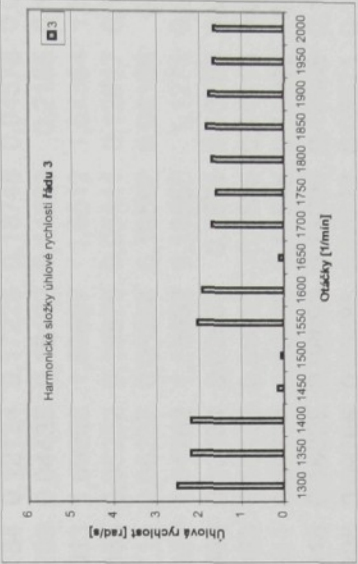
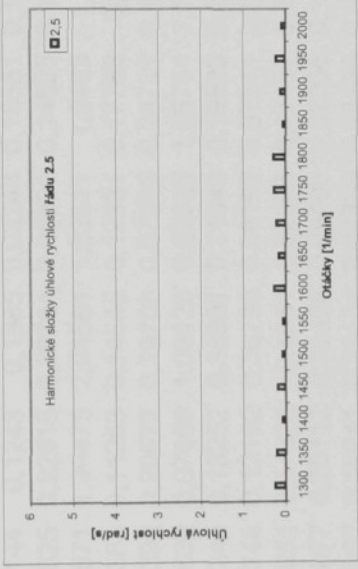
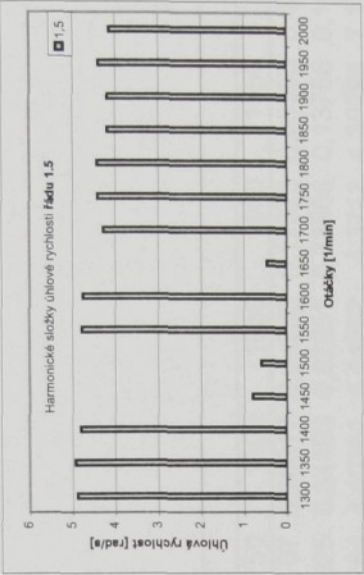
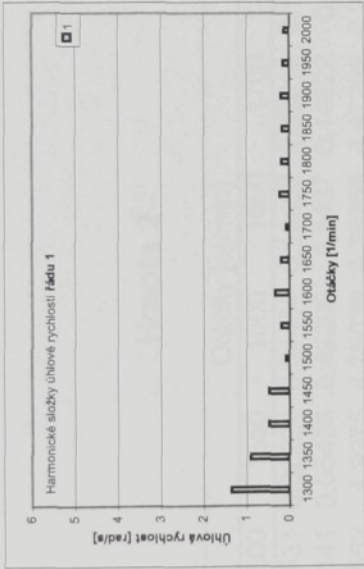
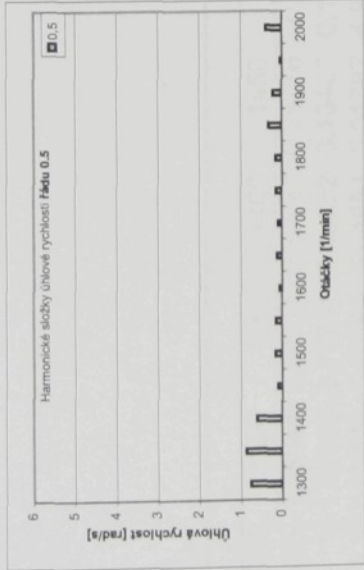
Řád	Otáčky [ot/min]														
	1300	1350	1400	1450	1500	1550	1600	1650	1700	1750	1800	1850	1900	1950	2000
0,5	1,0100	0,6342	0,8221	0,1016	0,1591	0,1774	0,3338	0,1206	0,1560	0,1691	0,1937	0,0705	0,1596	0,2470	0,2127
1	1,4814	1,2115	0,7342	0,4772	0,0761	0,3087	0,1753	0,1841	0,0571	0,0889	0,0602	0,0847	0,0786	0,2320	0,0579
1,5	1,1586	1,1372	0,9015	0,7978	0,5993	0,4907	0,7261	0,4634	0,5828	0,3807	0,4153	0,6023	0,3148	0,2273	0,2948
2	0,4294	0,2539	0,2706	0,1521	0,1650	0,3116	0,1361	0,0902	0,0992	0,1476	0,1992	0,1575	0,1420	0,0818	0,0747
2,5	0,3810	0,2169	0,2630	0,1833	0,0693	0,1633	0,1221	0,1578	0,1349	0,0332	0,1458	0,0597	0,0611	0,0316	0,0948
3	0,1930	0,1502	0,1277	0,1476	0,0623	0,0389	0,2348	0,1092	0,1560	0,0496	0,0733	0,1033	0,2124	0,0880	0,0985
3,5	0,1956	0,2704	0,1400	0,0136	0,0777	0,0624	0,0473	0,2177	0,0648	0,0658	0,0858	0,0824	0,0344	0,0523	0,1631
4	0,3311	0,2505	0,2038	0,0772	0,0669	0,0804	0,0683	0,2360	0,0885	0,0967	0,0552	0,1581	0,0840	0,1284	0,0144
4,5	0,2956	0,0358	0,1057	0,0167	0,0140	0,1086	0,1151	0,0453	0,0887	0,0864	0,1578	0,1447	0,1511	0,2361	0,2308
5	0,2150	0,0567	0,0674	0,0943	0,1205	0,1100	0,0703	0,0410	0,0328	0,0967	0,0567	0,1009	0,1523	0,0795	0,1004
5,5	0,2119	0,0717	0,0474	0,0990	0,0196	0,1268	0,1605	0,0280	0,1663	0,0814	0,0346	0,1763	0,1484	0,1096	0,0682
6	0,0975	0,0949	0,1100	0,0753	0,1686	0,0523	0,1241	0,1245	0,0945	0,1702	0,1653	0,0226	0,0747	0,1907	0,1636
6,5	0,1287	0,0342	0,1897	0,1510	0,1911	0,1288	0,1556	0,1664	0,0969	0,1654	0,1862	0,1212	0,2942	0,1367	0,1227
7	0,1422	0,2136	0,0561	0,1135	0,0466	0,1513	0,1340	0,0924	0,1884	0,1315	0,0139	0,0283	0,0563	0,1062	0,1494
7,5	0,0885	0,1370	0,1729	0,0424	0,0722	0,1565	0,0633	0,1283	0,1097	0,0908	0,1348	0,0611	0,1368	0,0392	0,0721
8	0,0477	0,1832	0,0458	0,1413	0,2984	0,0962	0,1047	0,2064	0,0214	0,0394	0,1322	0,0351	0,2197	0,1783	0,1239
8,5	0,3043	0,1327	0,0751	0,1578	0,2130	0,0668	0,0801	0,1008	0,0225	0,1703	0,0626	0,0361	0,1186	0,0829	0,0596
9	0,1100	0,1751	0,0712	0,2028	0,0429	0,1934	0,0377	0,1051	0,1275	0,0444	0,1072	0,0680	0,0690	0,1413	0,0550
9,5	0,2634	0,1719	0,1419	0,1434	0,2198	0,1441	0,1164	0,0386	0,0569	0,0434	0,1354	0,0914	0,0718	0,0115	0,0317
10	0,0486	0,1654	0,0698	0,0967	0,1008	0,1640	0,0781	0,0942	0,1996	0,0442	0,0578	0,0880	0,0746	0,0795	0,1301
10,5	0,1881	0,1760	0,0699	0,0424	0,0236	0,1392	0,0855	0,1490	0,0693	0,0486	0,0973	0,0351	0,0528	0,0528	0,0999
11	0,0509	0,0631	0,0885	0,3144	0,0585	0,0696	0,0362	0,1361	0,0334	0,1889	0,0488	0,0985	0,1513	0,0346	0,1817
11,5	0,0961	0,0645	0,0888	0,0826	0,0828	0,0636	0,1254	0,1289	0,0845	0,1017	0,0970	0,0840	0,0222	0,1111	0,0437
12	0,2087	0,1548	0,1078	0,0948	0,2137	0,1046	0,0896	0,1227	0,0509	0,1709	0,0908	0,0712	0,1176	0,0723	0,1185



řád	n_rez	N_1	amplit.
0,5	1300	650	1,01
1	1300	1300	1,48
1,5	1300	1950	1,15
2	1300	2600	0,42
2,5	1300	3250	0,38
3	1600	4800	0,23
3,5	1350	4725	0,27
4	1300	5200	0,33

Hmota 3

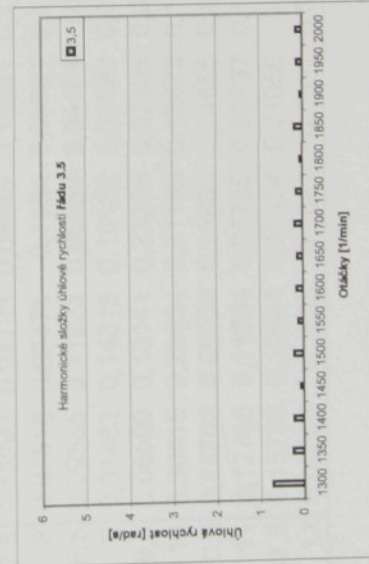
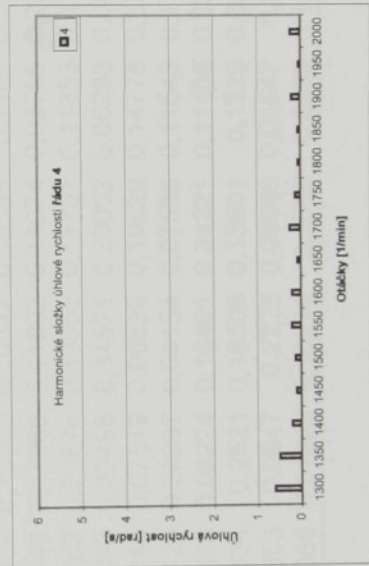
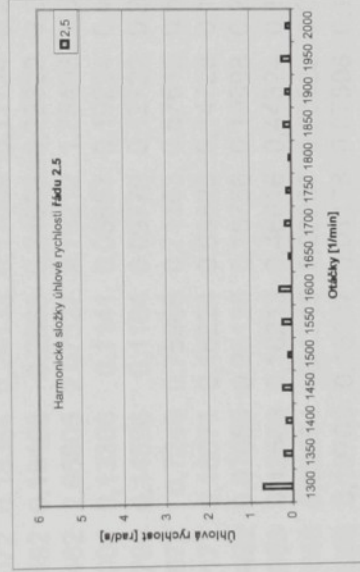
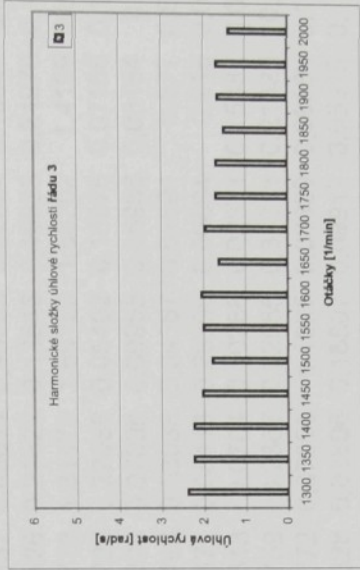
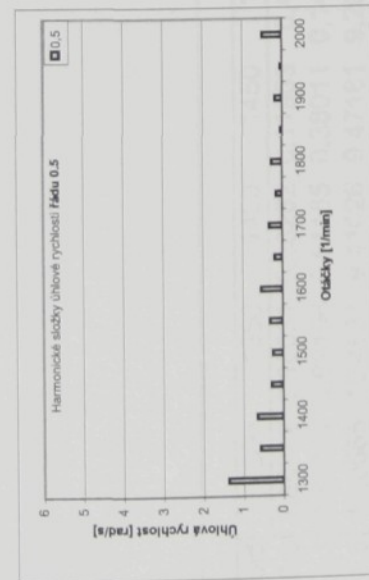
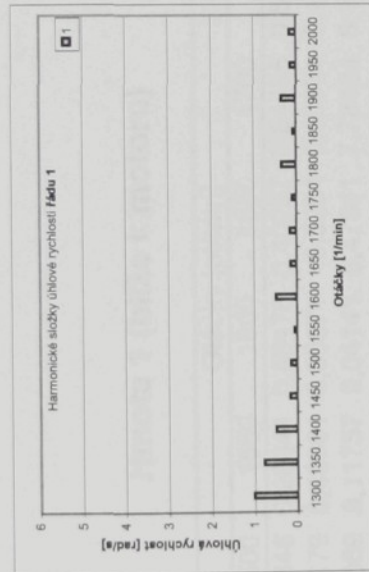
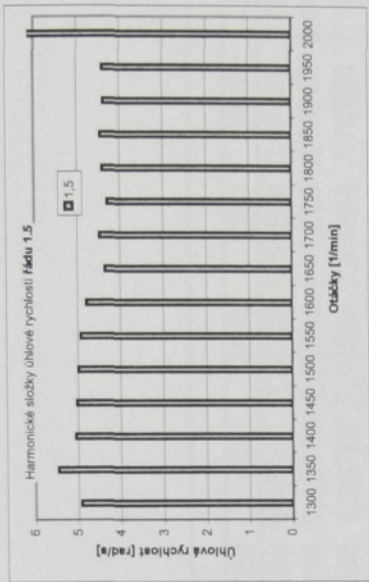
Řád	Otáčky [ot/min]														
	1300	1350	1400	1450	1500	1550	1600	1650	1700	1750	1800	1850	1900	1950	2000
0,5	0,76574	0,86608	0,60504	0,10164	0,15912	0,14664	0,06376	0,12058	0,09304	0,1339	0,15684	0,32832	0,20977	0,03958	0,38694
1	1,36319	0,90939	0,48652	0,4772	0,07609	0,19418	0,33511	0,18411	0,07646	0,22942	0,18122	0,17162	0,19206	0,13756	0,1177
1,5	4,88593	4,92952	4,79805	0,79776	0,59932	4,77449	4,76106	0,46339	4,2746	4,41838	4,4223	4,17725	4,18163	4,39296	4,13106
2	0,85089	0,56335	0,24776	0,15208	0,16502	0,0554	0,07702	0,09021	0,08156	0,07334	0,21835	0,01796	0,06188	0,04578	0,12619
2,5	0,25085	0,21704	0,07437	0,18332	0,06926	0,0684	0,26877	0,15776	0,22035	0,27484	0,27937	0,06015	0,11964	0,2155	0,09635
3	2,51543	2,19322	2,18121	0,1476	0,06225	2,03981	1,92662	0,1092	1,69059	1,59517	1,70242	1,82929	1,7669	1,67384	1,65538
3,5	0,78967	0,47914	0,35944	0,01361	0,07769	0,18752	0,08715	0,21771	0,06052	0,081	0,17737	0,08628	0,13369	0,12617	0,08182
4	0,989	0,88361	0,26689	0,07723	0,06689	0,14422	0,08891	0,23597	0,17666	0,03893	0,04794	0,25326	0,17695	0,04186	0,10446
4,5	0,78933	1,03911	1,1845	0,01674	0,01395	1,07689	1,25666	0,04533	1,01242	1,07333	1,16232	1,16146	1,17886	1,1274	1,19371
5	0,77298	0,65475	0,37838	0,09428	0,12047	0,11155	0,13413	0,04101	0,23764	0,02658	0,07502	0,08447	0,15225	0,10558	0,18943
5,5	0,69057	0,49072	0,50055	0,09905	0,01964	0,1239	0,17263	0,02796	0,22111	0,09078	0,12535	0,07011	0,09475	0,14116	0,07304
6	0,43497	0,29629	0,36364	0,07528	0,1686	0,67258	0,47785	0,12455	0,4153	0,35298	0,37228	0,32494	0,30196	0,15282	0,10243
6,5	0,1285	0,22939	0,23924	0,15104	0,19109	0,04773	0,09882	0,16635	0,13667	0,03923	0,11931	0,0633	0,03671	0,10908	0,11179
7	0,22856	0,07163	0,16319	0,11349	0,0466	0,06935	0,11547	0,09238	0,04805	0,07787	0,11025	0,19584	0,0626	0,05571	0,09374
7,5	0,37074	0,37319	0,22938	0,0424	0,07223	0,28797	0,17836	0,12833	0,09478	0,12736	0,17907	0,10461	0,25941	0,03266	0,20364
8	0,13389	0,18566	0,13177	0,14128	0,29835	0,11629	0,13724	0,20642	0,06786	0,13908	0,25397	0,16497	0,0741	0,18563	0,10065
8,5	0,10828	0,25686	0,05302	0,15783	0,21303	0,17409	0,02876	0,10082	0,0944	0,15057	0,12921	0,01608	0,08325	0,1413	0,11727
9	0,24586	0,0447	0,08028	0,20283	0,04286	0,254	0,12751	0,10508	0,05191	0,02136	0,0303	0,07667	0,10435	0,14501	0,10473
9,5	0,18173	0,03607	0,09542	0,14339	0,21976	0,01675	0,06898	0,03859	0,06184	0,11468	0,04734	0,12818	0,02571	0,08187	0,04571
10	0,18951	0,17519	0,11556	0,09666	0,10084	0,08258	0,08011	0,09423	0,26673	0,08721	0,0525	0,21764	0,14401	0,05248	0,07923
10,5	0,13921	0,33992	0,22384	0,0424	0,02363	0,16317	0,02722	0,14898	0,03092	0,20408	0,06336	0,19249	0,1141	0,11934	0,20705
11	0,07188	0,02282	0,07109	0,31444	0,05854	0,07221	0,03861	0,13615	0,09476	0,12014	0,09164	0,11835	0,0459	0,12186	0,1966
11,5	0,20876	0,25428	0,15131	0,08265	0,0828	0,09853	0,19739	0,12892	0,16105	0,0931	0,06636	0,13432	0,10454	0,08794	0,08389
12	0,04254	0,09068	0,05866	0,09483	0,21367	0,10636	0,15269	0,12271	0,05623	0,02303	0,19634	0,13438	0,03263	0,07878	0,09669



řád	n_rez	N_1	amplit.
0,5	1350	675	0,86
1	1300	1300	1,36
1,5	1350	2025	4,90
2	1300	2600	0,85
2,5	1800	4500	0,28
3	1300	3900	2,52
3,5	1300	4550	0,79
4	1300	5200	0,99

Hmota 2

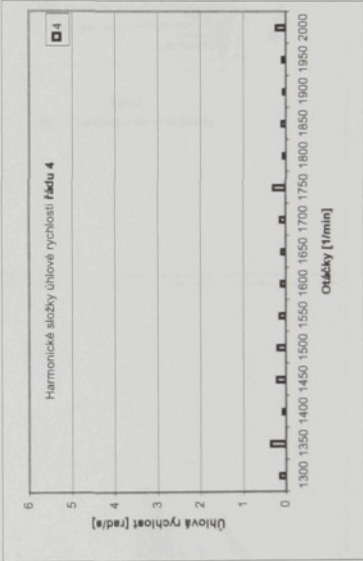
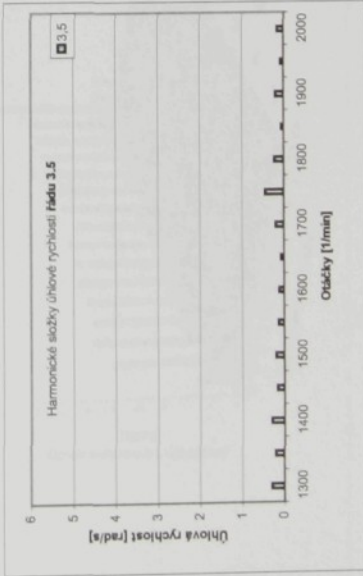
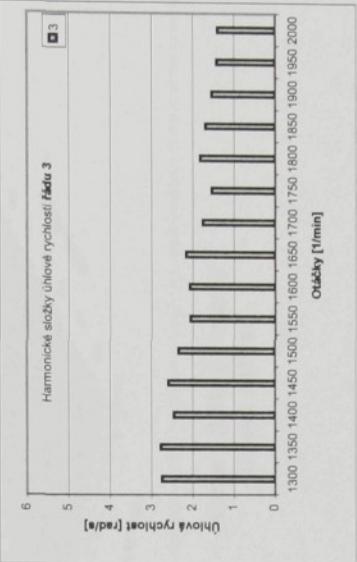
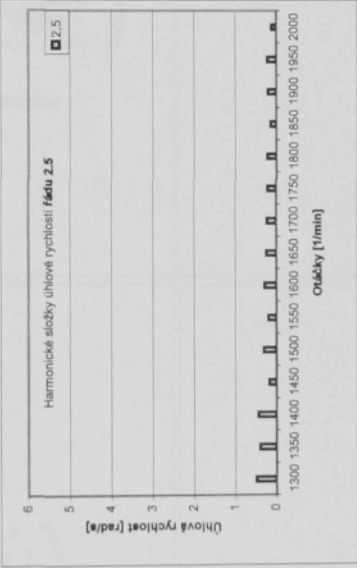
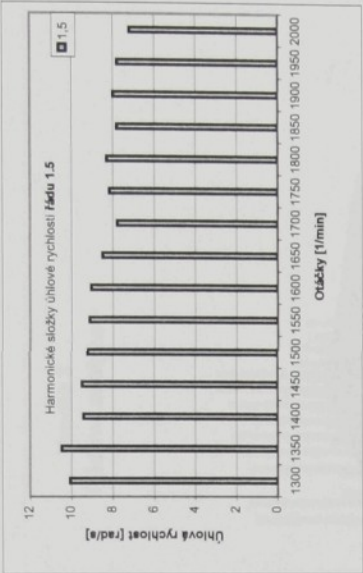
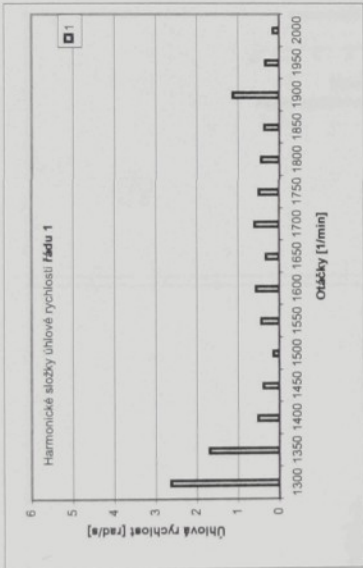
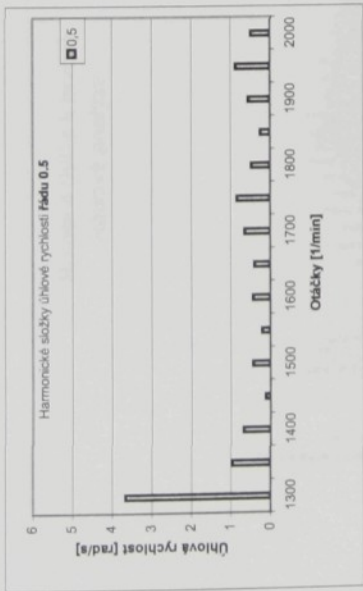
Řád	Otáčky [ot/min]															
	1300	1350	1400	1450	1500	1550	1600	1650	1700	1750	1800	1850	1900	1950	2000	
0,5	1,38044	0,57211	0,65227	0,28776	0,2531	0,32224	0,54454	0,19462	0,33019	0,15107	0,26617	0,04236	0,17373	0,03958	0,48748	
1	1,01726	0,77791	0,49362	0,16407	0,14141	0,05436	0,49209	0,1437	0,14622	0,0925	0,34103	0,07251	0,33906	0,13756	0,14745	
1,5	4,92775	5,46362	5,04984	5,01797	4,98552	4,9275	4,79036	4,35255	4,47292	4,29764	4,40161	4,44252	4,3712	4,39296	7,17327	
2	0,38466	0,18988	0,09064	0,11228	0,05144	0,1243	0,1985	0,03244	0,18551	0,11134	0,12124	0,17225	0,18748	0,04578	0,08824	
2,5	0,70573	0,20432	0,14496	0,22348	0,09025	0,22918	0,29704	0,06091	0,14525	0,11209	0,04435	0,16102	0,11863	0,2155	0,10948	
3	2,38483	2,23197	2,23551	2,01793	1,78571	1,99473	2,04561	1,62611	1,9493	1,7013	1,69268	1,50697	1,6512	1,67384	1,39523	
3,5	0,72718	0,25473	0,22576	0,06522	0,21383	0,11263	0,14645	0,12331	0,17788	0,1355	0,05252	0,18875	0,05411	0,12617	0,14441	
4	0,60588	0,49354	0,20509	0,10602	0,12392	0,20672	0,19708	0,07269	0,24721	0,11714	0,05237	0,05256	0,19562	0,04186	0,2283	
4,5	0,92684	1,49639	1,13081	1,31381	1,08632	0,97665	1,08128	0,92526	1,05764	1,13627	1,01762	1,18632	1,18556	1,1274	0,61756	
5	0,59427	0,3443	0,11729	0,15241	0,11243	0,13252	0,35901	0,11849	0,19523	0,21983	0,13134	0,02683	0,1671	0,10558	0,09243	
5,5	0,68623	0,54989	0,15361	0,02655	0,15744	0,12162	0,36739	0,08199	0,07611	0,13453	0,10419	0,06615	0,1586	0,14116	0,05636	
6	0,33814	0,36745	0,43777	0,51692	0,56251	0,54328	0,4551	0,52305	0,41437	0,26311	0,39774	0,10038	0,11545	0,15282	0,2493	
6,5	0,19157	0,22196	0,50209	0,03872	0,20077	0,25112	0,10898	0,09405	0,09206	0,12418	0,16028	0,08093	0,13094	0,10908	0,13454	
7	0,16561	0,27595	0,25283	0,20403	0,03097	0,19241	0,23104	0,07355	0,13136	0,28298	0,09766	0,05485	0,20727	0,05571	0,16844	
7,5	0,32075	0,20856	0,08332	0,19245	0,07369	0,11987	0,1272	0,12144	0,04733	0,05659	0,27021	0,08446	0,12447	0,03266	0,01799	
8	0,21076	0,13483	0,15076	0,13489	0,02788	0,06565	0,04416	0,07857	0,0905	0,11194	0,06068	0,07941	0,02445	0,18563	0,11343	
8,5	0,26421	0,12241	0,22983	0,12943	0,01773	0,144	0,03742	0,06122	0,17083	0,06015	0,03444	0,12122	0,02972	0,1413	0,08067	
9	0,03116	0,01226	0,06548	0,07064	0,19465	0,22674	0,07518	0,04609	0,03986	0,0197	0,1677	0,17588	0,04174	0,14501	0,03214	
9,5	0,11224	0,09008	0,1128	0,11681	0,12588	0,07651	0,10244	0,16385	0	0,07908	0,11283	0,09511	0,04349	0,08187	0,13921	
10	0,08595	0,1871	0,1472	0,09186	0,18197	0,18541	0,0702	0,27837	0	0,06038	0,15803	0,10666	0,0588	0,05248	0,23392	
10,5	0,07401	0,03623	0,19322	0,09489	0,14079	0,14788	0,08977	0,11715	0	0,03661	0,1406	0,05688	0,05842	0,11934	0,23198	
11	0,22881	0,10224	0,10628	0,20833	0,07811	0,12519	0,11184	0,10027	0	0,09683	0,09035	0,07071	0,10647	0,12186	0,04779	
11,5	0,03982	0,10651	0,05976	0,16239	0,11588	0,16917	0,12406	0,08715	0	0,09769	0,0432	0,11535	0,2155	0,08794	0,06254	
12	0,02835	0,17741	0,05843	0,10306	0,0489	0,16131	0,12106	0,14495	0	0,07763	0,14862	0,12661	0,02156	0,07878	0,14202	



řád	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
n_rez	1300	1300	2000	1300	1300	1300	1300	1300
N_1	650	1300	3000	2600	3250	3900	4550	5200
amplit.	1,38	1,02	7,17	0,38	0,71	2,38	0,73	0,61

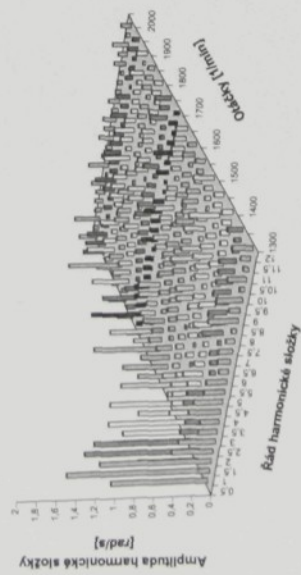
Hmota 1 (blíže k motoru)

Řád	Otáčky [ot/min]															
	1300	1350	1400	1450	1500	1550	1600	1650	1700	1750	1800	1850	1900	1950	2000	
0,5	3,66382	0,96031	0,68262	0,11963	0,4346	0,20041	0,43476	0,40257	0,64485	0,84102	0,47458	0,24733	0,55528	0,87829	0,48748	
1	2,62934	1,69106	0,51165	0,38011	0,14179	0,43081	0,55871	0,3204	0,59674	0,49224	0,43879	0,35595	1,125	0,33783	0,14745	
1,5	10,0565	10,4637	9,41026	9,47181	9,20069	9,11757	9,04141	8,47541	7,78484	8,16065	8,28773	7,79586	7,98234	7,78785	7,17327	
2	0,28263	0,41017	0,027	0,46068	0,36072	0,18364	0,24133	0,17099	0,11724	0,21137	0,49014	0,40299	0,22824	0,10542	0,08824	
2,5	0,49007	0,40127	0,43907	0,17445	0,30492	0,19408	0,2868	0,24068	0,22322	0,20826	0,21622	0,13546	0,19826	0,21976	0,10948	
3	2,74757	2,77589	2,45455	2,58532	2,33482	2,05805	2,07327	2,16212	1,75408	1,53773	1,81479	1,69126	1,53202	1,4199	1,39523	
3,5	0,28986	0,19969	0,29719	0,16241	0,19004	0,13306	0,1141	0,06687	0,19224	0,44295	0,22068	0,05402	0,18975	0,07166	0,14441	
4	0,14552	0,35838	0,07382	0,20979	0,19799	0,14696	0,1104	0,09779	0,12722	0,29024	0,07098	0,09955	0,05966	0,08164	0,2283	
4,5	0,93827	0,95582	0,59985	0,85557	0,73972	0,7249	0,75966	0,71163	0,57615	0,58766	0,53038	0,64567	0,61691	0,577	0,61756	
5	0,17975	0,1987	0,16	0,14921	0,10177	0,18071	0,16224	0,09825	0,14728	0,17371	0,08413	0,28396	0,06694	0,218	0,09243	
5,5	0,07241	0,1737	0,13389	0,09955	0,26492	0,07689	0,25126	0,16756	0,19998	0,24613	0,0704	0,10286	0,02371	0,15387	0,05636	
6	0,31022	0,19103	0,3452	0,4224	0,38953	0,42569	0,18213	0,46616	0,44324	0,18759	0,2367	0,22555	0,31311	0,21029	0,2493	
6,5	0,08488	0,17161	0,36455	0,07726	0,11648	0,03554	0,1215	0,22257	0,23582	0,07872	0,07395	0,1025	0,08939	0,09586	0,13454	
7	0,13644	0,24694	0,06883	0,04345	0,22066	0,19708	0,16307	0,01178	0,07508	0,10828	0,03806	0,16807	0,09917	0,05915	0,16844	
7,5	0,12243	0,24783	0,08945	0,18081	0,12302	0,15002	0,10347	0,16596	0,1165	0,29348	0,03966	0,1045	0,35235	0,04959	0,01799	
8	0,07516	0,07474	0,1184	0,09021	0,12748	0,17966	0,11602	0,14074	0,08755	0,23104	0,04491	0,05998	0,14673	0,11583	0,11343	
8,5	0,09885	0,11823	0,05659	0,04108	0,0762	0,21678	0,13055	0,11701	0,11353	0,11125	0,05628	0,01739	0,08611	0,07241	0,08067	
9	0,31462	0,14318	0,10163	0,09192	0,07093	0,20498	0,34521	0,20002	0,06298	0,08173	0,12536	0,23216	0,06749	0,05252	0,03214	
9,5	0,06599	0,13141	0,23269	0,03308	0,04744	0,07519	0,06629	0,19629	0,14778	0,02877	0,08091	0,08387	0,13137	0,18783	0,13921	
10	0,30416	0,26634	0,01199	0,12873	0,17423	0,28037	0,04154	0,07568	0,11643	0,17363	0,05422	0,18076	0,24442	0,12027	0,23392	
10,5	0,14702	0,09002	0,13899	0,24665	0,16673	0,08224	0,16401	0,34221	0,11408	0,03974	0,07996	0,17048	0,10363	0,26774	0,23198	
11	0,12785	0,11264	0,06735	0,03737	0,10834	0,2521	0,18509	0,13601	0,1325	0,06155	0,01515	0,20075	0,13221	0,13534	0,04779	
11,5	0,15783	0,10541	0,18174	0,21056	0,0553	0,0647	0,2228	0,08688	0,06647	0,2023	0,16277	0,1167	0,02364	0,11594	0,06254	
12	0,09695	0,1888	0,1081	0,1887	0,07988	0,01088	0,10216	0,1516	0,0635	0,17876	0,07414	0,13489	0,16609	0,20122	0,14202	

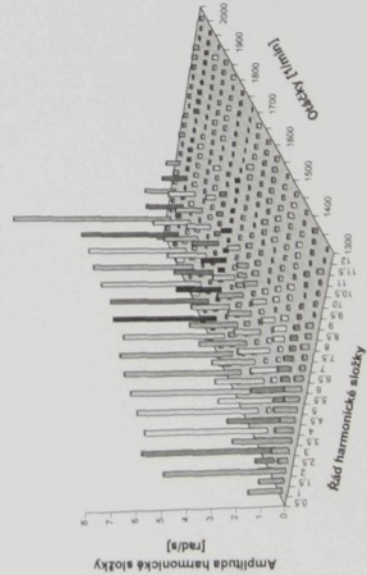


řád	n_rez	N_1	amplit.
0,5	1300	650	3,66
1	1300	1300	2,63
1,5	1350	2025	10,46
2	1800	3600	0,49
2,5	1300	3250	0,49
3	1350	4050	2,78
3,5	1750	6125	0,44
4	1350	5400	0,36

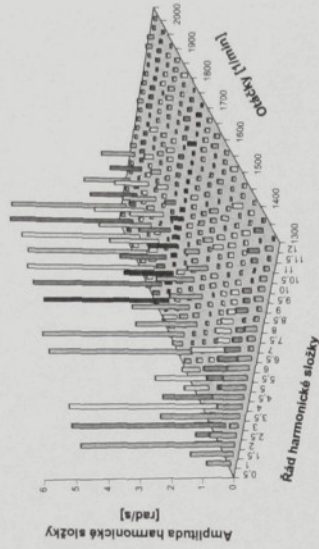
Hmota 4 (blíže k brzde)
Řádová analýza



Hmota 2
Řádová analýza



Hmota 3
Řádová analýza



Hmota 1 (blíže k motoru)
Řádová analýza

