VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ V LIBERCI

NOSITELKA ŘÁDU PRÁCE

Fakulta strojní

Obor 23-40-8

Automatizované systémy řízení

výrobních procesů ve strojírenství

Katedra technické kybernetiky

OVĚŘOVÁNÍ VLASTNOSTÍ IDENTIFIKACE SE SMĚROVÝM ZAPOMÍNÁNÍM

Vladislav Sauer

Vedoucí práce : Ing. Josef Janeček

Katedra technické kybernetiky VŠST

KTK ASŘ - SF 099

Rozsah práce a příloh

Počet stran	55
Počet příloh a tabulek	10
Počet obrázků	1

V Liberci 24. 5. 1985

Vysoká škola: VŠST Liberec Fakulta: strojní

Katedra: technické kybernetiky Školní rok: 1984/85

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

pro s. Vladislava Sauera

obor 23-40-8 ASŘ výrobních procesů ve strojírenství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu nařízení vlády ČSSR č. 90/1980 Sb., o státních závěrečných zkouškách a státních rigorózních zkouškách, určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: Ověřování vlastností identifikace se směrovým zapomínáním

Zásady pro vypracování:

1) Prostudujte problematiku identifikační metody nejmenších čtverců, pracující na principu LU rozkladu s exponenciálním zapomínáním
2) Prostudujte problematiku identifikační metody nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním
3) Proveďte potřebné ověřovací výpočty na konkrétní soustavě
4) Srovnejte výsledky obou metod, proveďte jejich analýzu a zhodnocení

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ
Ústřední knihovna
LIBEREC 1, STUDENTSKÁ 5
PSČ 461 17

V 23/85 S

Rozsah grafických prací:

Rozsah průvodní zprávy: 50 stran

Seznam odborné literatury:

/1/ Kulhavý,R., Kárný,M.: Tracking of Slouwly Varying Parameters by Directional Forgetting. Praha, ÚTIA 1983.

/2/ Hirš,V.: Ověřování vlastností identifikace se směrovým zapomínáním. (Dipl.práce KTK ASŘ SF - 067.) Liberec, VŠST 1984.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Josef Janeček

Datum zadání diplomové práce: 8.10.1984

Termín odevzdání diplomové práce: 24.5.1985

VYSOKÁ ŠKOLA STROJNÍ A TEXTILNÍ LIBEREC fakulta strojního inženýrství 302

Doc.Ing.Ján Alaxin,CSc.
Vedoucí katedry

Doc.RNDr Bohuslav Sviříž,CSc.
Děkan

V Liberci dne 5.10. 19 84

Místopřísežně prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury.

V Liberci, dne 24. 5. 1985 Sauer Vladislav

P O D Ě K O V Á N Í

V úvodu diplomové práce bych rád poděkoval s. ing. Josefu Janečkovi za odborné vedení, ochotu a čas, který mi věnoval v průběhu plnění diplomového zadání.

Zároveň děkuji operátorskému a technickému týmu počítače RPP-16S.

Obsah

1.	ÚVOD	7
2.	TEORETICKÁ ČÁST	10
2.1.	Identifikace	10
2.2.	Metoda nejmenších čtverců, exponenciální zapomínání	11
2.3.	L-U rozklad	13
2.4.	Pravděpodobnostní přístup k problému identifikace neznámých parametrů	17
2.4.1	Vliv exponenciálního zapomínání	20
2.5.	Směrové zapomínání	21
2.5.1	Matematické prostředky	21
2.5.2	Princip směrového zapomínání	23
2.5.3	Odvození rekurentních formulí směrového zapomínání pro regresní model	23
2.5.4	Rekurentní formule pro identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním	33
2.6.	Rozdíl mezi směrovým a exponenciálním zapomínáním	34
2.7.	Stabilita impulsních systémů	34
3.	EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	38
3.1.	Popis zvolené soustavy	38
3.2.	Simulační program	40
3.2.1	Popis podprogramu pro identifikaci metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním - UDFILU	42
3.2.2	Popis podprogramu pro identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním - LDDIC	43
3.3.	Volba ověřovacích příkladů	43

3.4. Hodnocení výsledků 48

4. ZÁVĚR 50

4.1. Návrh na pokračování práce 50

Seznam literatury 52

Seznam příloh 54

1. ÚVOD

Světový vývoj v posledních desetiletích zaznamenává rychlý rozvoj nových výrobních odvětví a oborů, mezi které patří v prvé řadě mikroelektrotechnika, optoelektronika, robotika, jaderná energetika, mikrobiologie apod. Ty pak vyvolávají neustálý tlak na změny ve výrobě i v životě společnosti. V souladu s obsahem základního ekonomického zákona socialismu musí být zajištěn harmonický rozvoj všech oblastí společenského života, rozvoj a upevňování socialistických výrobních vztahů, spojování vymožeností vědecko technické revoluce s přednostmi socialismu, růst hmotné a kulturní úrovně života lidu. To vše pak vyžaduje vysoké tempo ekonomického rozvoje a efektivnosti společenské výroby.

K základním úkolům vědecko technického rozvoje patří orientace výzkumné a vývojové práce k řešení úkolů zaměřených na uplatňování vyššího stupně mechanizace, automatizace a robotizace výrobních procesů. Pro zvýšení a zkvalitnění úrovně řízení všech stupňů a k automatizaci řízení jako prostředku racionalizace a efektivnosti výroby je zvláštní pozornost věnována budování automatizovaných systémů řízení. To vše souvisí s intenzivním nasazováním elektronických počítačů do všech oblastí lidské činnosti.

K správnému projektování a realizaci automatizovaných systémů řízení, k zajištění optimálního řízení technologických procesů je především nutné poznat vlastní technologický proces a to zejména z hlediska možnosti jeho automatizace, tzn. jeho statické a dynamické vlastnosti, provozní režimy, havarijní stavy apod. Předběžné určení chování (na základě výpočtu a konstrukčních a projektových dat) nebývá vždy pro

účely řešení problému optimálního řízení dostatečně přesné a proto je nutné zjistit vlastnosti technologického procesu přesněji identifikací.

Identifikací soustav zjišťujeme vlastnosti soustav. Výsledkem identifikace jsou pak obvykle statické a dynamické charakteristiky soustav, matematický či logický popis chování soustavy apod. Na základě výsledků identifikace je možné stanovit modely soustav a celých zařízení (fyzikální či jen matematické) a řešit potřebné problémy mimo vlastní zařízení. Je možno vyzkoušet všechny varianty provozu bez nákladného a často i nebezpečného experimentování a vybrat z hlediska technického i ekonomického nejvýhodnější variantu řešení./2/

Tato diplomová práce se zabývá ověřováním průběžné identifikace soustav metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním a metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním. Je sledován vliv koeficientu zapomínání a vliv charakteru vstupního signálu do soustavy na průběh identifikace (ve smyslu konvergence odhadů parametrů soustavy) a na přesnost identifikace. Pro zvolené podmínky identifikace (pro konkrétní koeficient zapomínání a vstupní signál do soustavy) byla též sledována poloha kořenů charakteristické rovnice v jednotlivých krocích identifikace. Obě metody identifikace jsou ověřovány v otevřeném regulačním obvodu.

V teoretické části v kapitolách 2.1-2.4 je popsán princip metody nejmenších čtverců, pracující na principu L-U rozkladu, a exponenciální zapomínání. Je zde také věnována pozornost pravděpodobnostnímu přístupu k problému identifikace neznámých parametrů.Kapitoly 2.5 a 2.6 se zabývají směrovým zapomínáním. Jsou zde odvozeny rekurentní formule pro identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním

a uveden rozdíl mezi směrovým a exponenciálním zapomínáním. Kapitola 2.7 se zabývá stabilitou impulsních systémů.

Experimentální část (kapitoly 3.1-3.4) obsahuje popis zvolené soustavy, popis simulačního programu, volbu ověřovacích příkladů a hodnocení výsledků.

Poslední částí diplomové práce je závěr obsahující celkové shrnutí výsledků a návrh na pokračování práce.

2. TEORETICKÁ ČÁST

2.1. Identifikace

Každý návrh optimálního řídícího algoritmu předpokládá znalost dynamického chování objektu řízení. Existují dva možné přístupy k určování matematických modelů daných procesů:

1. analytický - matematicko fyzikální analýza
2. experimentální.

V prvém případě rovnice matematického modelu objektu řízení sestavujeme na základě konstrukčních údajů, tabelovaných parametrů, fyzikálních a chemických zákonů, analytických a intuitivních aproximací.

Experimentální způsob přístupu vyžaduje provozní měření vstupů a výstupů objektu. K vyhodnocování matematického modelu nebo k určování chybějících parametrů analytického modelu pak využíváme získané záznamy.

Experimentální metody lze dále rozdělit do dvou skupin:

a) deterministické - zanedbávají vliv poruchových veličin
b) statistické - umožňují kvalitativní ohodnocení chyb podle statistických hledisek.

Při statistických přístupech chápeme parametry jako neznámé konstanty a úlohou je stanovit jejich odhady na základě měřených veličin procesu. Kromě těchto přístupů nacházejí v současnosti uplatnění pravděpodobnostní přístupy, kde neznámé parametry uvažujeme jako náhodný proces s daným apriorním rozložením. Identifikace pak znamená určování aposteriorních rozložení těchto veličin podmíněných pozorováním na soustavě. V obou jmenovaných případech předpokládáme, že popis systému

je znám až na konečný počet neznámých parametrů./8/

Největšího aplikačního rozšíření doznala metoda nejmenších čtverců.

2.2. Metoda nejmenších čtverců, exponenciální zapomínání

Uvažujme model soustavy ve tvaru diferenční rovnice:

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} = b_0 u_{k-r} + \dots + b_m u_{k-r-m} \tag{2.2-1}$$

kde: r je diskrétní dopravní zpoždění

y_{k-i} jsou hodnoty výstupu ze soustavy v okamžicích $k-i$, $i = 0, 1, \dots, n$

u_{k-r-i} jsou hodnoty vstupu do soustavy v okamžicích $k-r-i$, $i = 0, 1, \dots, m$

Diferenční rovnici (2.2-1) přepíšeme na tvar:

$$y_k = \underline{P}^T \underline{Z}_k \tag{2.2-2}$$

kde: $\underline{Z}_k^T = [y_{k-1}, \dots, y_{k-n}, u_{k-r}, \dots, u_{k-r-m}]$ vektor dat

$\underline{P}^T = [a_1, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m]$ vektor koeficientů (parametrů)

Dále definujme reziduální odchylku vztahem

$$l_k = y_k - \underline{P}^T \underline{Z}_k \tag{2.2-3}$$

Princip metody nejmenších čtverců je založen na minimalizaci součtu čtverců reziduálních odchylek ve všech okamžicích měření.

$$J = \sum_{k=1}^{N} l_k^2 \longrightarrow min \tag{2.2-4}$$

Doposud jsme předpokládali, že neznámé parametry modelu soustavy jsou na čase nezávislé konstanty. U reálných průmyslových procesů však bývá tento předpoklad splněn přibližně

nebo dočasně. Během dlouhodobého provozu zařízení dochází obvykle k pomalým změnám hodnot parametrů, přičemž příčiny těchto změn bývají často neznámé a nezjistitelné nebo kvantitativně těžko vyjádřitelné (např. stárnutí, opotřebovávání, změny provozních režimů apod.). Pro takové situace byla navržena technika tzv. exponenciálního zapomínání, jejíž princip spočívá v potlačování resp. zapomínání staré, a tedy méně spolehlivé zkušenosti./7/

Minimalizujeme geometricky vážený součet čtverců reziduálních odchylek

$$J = \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} \ell_k^2 \longrightarrow min \qquad (2.2\text{-}5)$$

kde: φ je koeficient exponenciálního zapomínání, který zajišťuje zmenšování váhy starších dat $(0 < \varphi \leq 1)$

Je-li $\varphi = 1$, jde o prostou metodu nejmenších čtverců.

Po dosazení (2.2-3) do (2.2-5) dostaneme

$$J = \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} [y_k - \underline{P}^T \underline{z}_k][y_k - \underline{P}^T \underline{z}_k] \qquad (2.2\text{-}6)$$

Po rozepsání do vektorového tvaru

$$J = \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} \left([y_k, \underline{z}_k^T] \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{P} \end{bmatrix} \right) \left([y_k, \underline{z}_k^T] \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{P} \end{bmatrix} \right) \qquad (2.2\text{-}7)$$

a po úpravě

$$J = \sum \varphi^{N-k} [1, -\underline{P}^T] \begin{bmatrix} y_k \\ \underline{z}_k \end{bmatrix} [y_k, \underline{z}_k^T] \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{P} \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}8)$$

a označení

$$\underline{d}_k = \begin{bmatrix} y_k \\ \underline{z}_k \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}9)$$

$$\underline{V}_N = \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} \begin{bmatrix} y_k \\ \underline{z}_k \end{bmatrix} [y_k, \underline{z}_k^T] = \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} \underline{d}_k \underline{d}_k^T \qquad (2.2\text{-}10)$$

přechází vztach (2.2-5) na

$$J = [1, -\underline{P}^T]\underline{V}_N \begin{bmatrix} 1 \\ -\underline{P} \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}11)$$

V_N je symetrická matice, kterou v zápisu můžeme rozdělit na pole

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_y & V_{zy}^T \\ V_{zy} & V_z \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}12)$$

a dosadíme ji takto rozdělenou do (2.2-11) .Po úpravě dostaneme

$$J = V_y - \underline{P}^T V_{zy} - V_{zy}^T \underline{P} + \underline{P}^T V_z \underline{P} \qquad (2.2\text{-}13)$$

Minimalizujeme součet geometricky vážených čtverců reziduálních odchylek vzhledem k vektoru parametru $\underline{P}$

$$\frac{dJ}{d\underline{P}} = V_{zy} - V_z \underline{P} = 0 \qquad (2.2\text{-}14)$$

Odtud odhad koeficientů diferenční rovnice je

$$\hat{\underline{P}} = V_z^{-1} V_{zy} \qquad (2.2\text{-}15)$$

2.3. L - U rozklad

Z hlediska přesnosti výpočtu $\underline{V}$ na číslicovém počítači je výhodné matici $\underline{V}^{-1}$ rozložit./8/ Při použití L-U rozkladu rozložíme symetrickou matici $\underline{V}^{-1}$ na součin trojúhelnikové matice, která má na diagonále jedničky, matice diagonální a uvedené trojúhelnikové matice transponované.

$$\underline{V}^{-1} = \underline{L}\,\underline{U}\,\underline{L}^T \qquad (2.3\text{-}1)$$

kde: $\underline{L}$ je dolní trojúhelniková matice s jedničkami na hlavní diagonále

$\underline{U}$ je diagonální matice

Matici $\underline{L}$ a $\underline{U}$ můžeme obdobně jako matici $\underline{V}$ viz (2.2-12) rozdělit na pole

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} L_y & 0 \\ L_{zy} & L_z \end{bmatrix} \qquad (2.3\text{-}2)$$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} U_y & 0 \\ 0 & U_z \end{bmatrix} \qquad (2.3\text{-}3)$$

Provedeme-li inverzi rovnice (2.3-1), dostaneme

$$\underline{V} = \underline{L}^{-T}\underline{U}^{-1}\underline{L}^{-1} \qquad (2.3\text{-}4)$$

Matici $\underline{L}^{-1}$ určíme ze vztahu

$$\underline{L}\,\underline{L}^{-1} = \underline{E} \qquad (2.3\text{-}5)$$

kde: $\underline{E}$ je jednotková matice

$$\begin{bmatrix} L_y & 0 \\ L_{zy} & L_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}$$

po výpočtu

$$X_{11} = L_y^{-1}$$
$$X_{12} = 0$$
$$X_{21} = -L_z^{-1} L_{zy} L_y^{-1}$$
$$X_{22} = L_z^{-1}$$

dostaneme

$$\underline{L}^{-1} = \begin{bmatrix} L_y^{-1} & 0 \\ -L_z^{-1} L_{zy} L_y^{-1} & L_z^{-1} \end{bmatrix} \qquad (2.3\text{-}6)$$

Dosadíme nyní (2.3-6) do (2.3-4)

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} L_y^{-T} & -L_y^{-T} L_{zy}^T L_z^{-T} \\ 0 & L_z^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_y^{-1} & 0 \\ 0 & U_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_y^{-1} & 0 \\ -L_z^{-1} L_{zy} L_y^{-1} & L_z^{-1} \end{bmatrix} \tag{2.3-7}$$

Po roznásobení a porovnání se zápisem (2.2-12) můžeme psát

$$V_z = L_z^{-T} U_z^{-1} L_z^{-1} \tag{2.3-8}$$

$$V_{zy} = -L_z^T U_z^{-1} L_z^{-1} L_{zy} L_y^{-1} \tag{2.3-9}$$

Dosadíme (2.3-8) a (2.3-9) do (2.2-15)

$$\underline{\hat{P}} = V_z^{-1} V_{zy} = -L_z U_z L_z^T L_z^{-T} U_z^{-1} L_z^{-1} L_{zy} L_y^{-1} \tag{2.3-10}$$

a po úpravě dostaneme nový vztah pro odhad parametrů diferenční rovnice (2.2-1)

$$\underline{\hat{P}} = -L_{zy} L_y^{-1} \tag{2.3-11}$$

Dále určíme rekurentní vztahy pro výpočet matic $\underline{L}$ a $\underline{U}$

Ze vztahu (2.2-10) odvodíme rekurentní vztah

$$\begin{aligned} \underline{V_N} &= \sum_{k=1}^{N} \varphi^{N-k} \underline{d_k} \underline{d_k}^T = \sum_{k=1}^{N-1} \varphi^{N-k} \underline{d_k} \underline{d_k}^T + \underline{d_N} \underline{d_N}^T = \\ &= \sum_{k=1}^{N-1} \varphi^{N-1-k+1} \underline{d_k} \underline{d_k}^T + \underline{d_N} \underline{d_N}^T = \varphi \sum_{k=1}^{N-1} \varphi^{N-1-k} \underline{d_k} \underline{d_k}^T + \underline{d_N} \underline{d_N}^T = \\ &= \varphi \underline{V_{N-1}} + \underline{d_N} \underline{d_N}^T \end{aligned} \tag{2.3-12}$$

Provedeme inverzi tohoto vztahu, přičemž za matici $\underline{V_{N-1}}$ dosadíme dle (2.3-4)

$$\begin{aligned} \underline{V_N}^{-1} &= \left(\varphi \underline{V_{N-1}} + \underline{d_N} \underline{d_N}^T\right)^{-1} = \left(\varphi \underline{L_{N-1}}^{-T} \underline{U_{N-1}}^{-1} \underline{L_{N-1}}^{-1} + \underline{d_N} \underline{d_N}^T\right)^{-1} = \\ &= \underline{L_{N-1}} \left(\varphi \underline{U_{N-1}}^{-1} + \underline{L_{N-1}}^T \underline{d_N} \underline{d_N}^T . \underline{L_{N-1}}\right)^{-1} \underline{L_{N-1}}^T = \\ &= \underline{L_{N-1}} \varphi^{-1} \left(\underline{U_{N-1}}^{-1} + \underline{h_N} \varphi^{-1} \underline{h_N}^T\right)^{-1} \underline{L_{N-1}}^T \end{aligned} \tag{2.3-13}$$

kde vektor $\underline{h} = \underline{L}_{N-1}^T \underline{d}_N$ (2.3-14)

Pro úpravu inverze v (2.3-13) použijeme maticové identity/6/

$$(\underline{A} + \underline{B}\underline{C}\underline{B}^T)^{-1} = \underline{A}^{-1} - \underline{A}^{-1}\underline{B}(\underline{C}^{-1} + \underline{B}^T\underline{A}^{-1}\underline{B})^{-1}\underline{B}^T\underline{A}^{-1} \qquad (2.3\text{-}15)$$

Z porovnání vztahu (2.3-13) a (2.3-15) je zřejmé, že matici $\underline{C}$ ve vztahu (2.3-15) odpovídá ve vztahu (2.3-13) skalár, což je výhodné, neboť potom $(\underline{C}^{-1} + \underline{B}^T\underline{A}^{-1}\underline{B})$ je také skalár a jeho inverzi získáme dělením.

Tedy

$$(\underline{U}_{N-1}^{-1} + \underline{h}_N \varphi^{-1} \underline{h}_N^T)^{-1} = \underline{U}_{N-1} - \frac{\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N\underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}}{\varphi + \underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N} \qquad (2.3\text{-}16)$$

Vztah (2.3-13) přejde na tvar

$$\underline{V}_N^{-1} = \underline{L}_N\underline{U}_N\underline{L}_N^T = \underline{L}_{N-1}\varphi^{-1}\left(\underline{U}_{N-1} - \frac{\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N\underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}}{\varphi + \underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N}\right)\underline{L}_{N-1}^T \qquad (2.3\text{-}17)$$

Vzhledem k tomu, že matice

$$\varphi^{-1}\left(\underline{U}_{N-1} - \frac{\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N\underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}}{\varphi + \underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N}\right) \qquad (2.3\text{-}18)$$

je symetrická, můžeme ji opět rozložit na součin matice trojúhelníkové s jedničkami na diagonále, matice diagonální a uvedené trojúhelníkové matice transponované.

Jestliže uvedenou diagonální matici označíme jako $\underline{U}$ a trojúhelníkovou jako $\underline{H}, \underline{H}^T$, potom

$$\varphi^{-1}\left(\underline{U}_{N-1} - \frac{\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N\underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}}{\varphi + \underline{h}_N^T\underline{U}_{N-1}\underline{h}_N}\right) = \underline{H}_N\underline{U}_N\underline{H}_N^T \qquad (2.3\text{-}19)$$

Po dosazení (2.3-19) do (2.3-17) dostaneme

$$\underline{L}_N\underline{U}_N\underline{L}_N^T = \underline{L}_{N-1}\underline{H}_N\underline{U}_N\underline{H}_N^T\underline{L}_{N-1}^T \qquad (2.3\text{-}20)$$

Vzhledem k tomu, že součin dvou dolních trojúhelníkových matic s jedničkami na diagonále je opět dolní trojúhelníková matice s jedničkami na diagonále, z porovnání levé a pravé strany rovnice (2.3-20) plyne rekurentní vztah:

$$\underline{L}_N = \underline{L}_{N-1}\,\underline{H}_N \qquad (2.3\text{-}21)$$

Toto je podstata uvedeného algoritmu průběžného výpočtu metodou nejmenších čtverců s L-U rozkladem.

Pro odhad vektoru koeficientů parametrů diferenční rovnice (2.2-2) můžeme vztah (2.3-11) zapsat

$$\underline{\hat{P}} = -L_{zy} \qquad (2.3\text{-}22)$$

neboť $L_y = 1$ a odhad koeficientů (parametrů) $\underline{P}$ diferenční rovnice v N-tém kroku identifikace je uložen na prvním sloupci matice $\underline{L}_N$ počínaje od druhého řádku ale s opačným znaménkem./3/,/6/

2.4. Pravděpodobnostní přístup k problému identifikace neznámých parametrů

Pravděpodobnostní přístup k problému identifikace neznámých parametrů uvažuje neznámý parametr jako náhodnou proměnnou, jejíž hustota pravděpodobnosti charakterizuje neurčitost parametru./7/

V matematické statistice má velkou důležitost tzv. normální rozdělení. Toto rozdělení bylo pozorováno při opakovaném měření téže veličiny za stejných podmínek. Jednotlivé

naměřené hodnoty se v důsledku působení náhodných vlivů odchylovaly od skutečné hodnoty měřené veličiny, byly zatíženy tzv. náhodnými chybami. Náhodné chyby jsou při velkém počtu měření rozloženy podle tzv. Gaussova normálního zákona četnosti, který říká, že výskyt velkých chyb je méně četný než výskyt malých chyb (není ale vyloučena chyba nekonečné velikosti) , a chyby stejné absolutní hodnoty, ale opačného znaménka se vyskytují stejně často.

Normální rozdělení náhodné veličiny y je dáno hustotou pravděpodobnosti:

$$f(y) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(y-\mu)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (2.4\text{-}1)$$

kde:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y)\,dy$$ je střední hodnota náhodné veličiny

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (y-\mu)^2 f(y)\,dy$$ je rozptyl náhodné veličiny

$$\sigma = (\sigma^2)^{\frac{1}{2}}$$ je směrodatná odchylka

Normální rozdělení označujeme $N(\mu, \sigma^2)$

Soustava je popsána regresním modelem

$$y_k = -a_1 y_{k-1} - \ldots - a_n y_{k-n} + b_0 u_{k-r} + \ldots + b_m u_{k-m-r} + e_k \qquad (2.4\text{-}2)$$

kde: e_k je normální náhodná veličina.

Regresní model lze zapsat jako

$$p(y_k / y_{k-1}, \ldots, y_0, u_{k-r}, \ldots, u_0, a_1, \ldots, a_n, b_0, \ldots, b_m) = N(\underline{P}^T \underline{Z}_k, \sigma^2) \qquad (2.4\text{-}3)$$

Vzhledem k (2.4-1) a (2.4-3) je hustota rozdělení veličiny y

$$f(y_k / y_{k-i}, u_{k-j}, \underline{P}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{1}{2}\frac{(y_k - \underline{P}^T \underline{Z}_k)^2}{\sigma^2}\right\} \qquad (2.4\text{-}4)$$

$$i = 1, 2, \ldots, k$$
$$j = r, r+1, \ldots, k$$

Označme $\underline{U}=[u_{k-r},\dots,u_0]$ a vyjádřeme simultánní rozdělení datového vektoru $\underline{D}=[y_k,\dots,y_0]$ dle pravidla

$$p(y_k,\dots,y_0)=p(y_k/y_{k-1},\dots,y_0)p(y_{k-1}/y_{k-2},\dots,y_0)\dots p(y_1/y_0)p(y_0) \quad (2.4\text{-}5)$$

vztahem

$$f(\underline{D}/\underline{U},\underline{P})=(2\pi\sigma^2)^{-\frac{N}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{k=1}^{N}(y_k-\underline{P}^T\underline{Z}_k)(y_k-\underline{P}^T\underline{Z}_k)\right\} \quad (2.4\text{-}6)$$

Je-li dána nějaká apriorní informace o parametru P rozdělením $q(P)$, tj. rozdělením před tím, než byla napozorována data D, potom podle Bayesova principu je aposteriorní rozdělení vektoru $\underline{P}$, tj. rozdělení poté, co byla napozorována data D

$$p(P/D)=\frac{p(D/P)q(P)}{\int p(D/P)q(P)dP}=\alpha p(D/P)q(P) \quad (2.4\text{-}7)$$

kde: α je vhodná normovací konstanta.

Při prakticky nulové apriorní informaci, tj. kdy rozdělení $q(P)$ je na nějaké velké oblasti rovnoměrné, tj. konstantní dostáváme jednoduše /4/

$$p(P/D)=\alpha p(D/P) \quad (2.4\text{-}8)$$

Vzhledem k (2.4-6) a (2.4-8) a rozepsáním exponentu do vektorového tvaru dostaneme

$$f(\underline{P}/\underline{U},\underline{D})=\alpha\sigma^{-N}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{K=1}^{N}\left([1,-\underline{P}^T]\begin{bmatrix}y_K\\ \underline{Z}_K\end{bmatrix}[y_K,\underline{Z}_K^T]\begin{bmatrix}1\\ -\underline{P}\end{bmatrix}\right)\right\} \quad (2.4\text{-}9)$$

Po označení

$$\underline{V}_N=\sum_{K=1}^{N}\underline{d}_K\underline{d}_K^T=\underline{V}_{N-1}+\underline{d}_N\underline{d}_N^T \quad (2.4\text{-}10)$$

$$\underline{d}_K=\begin{bmatrix}y_K\\ \underline{Z}_K\end{bmatrix} \quad (2.4\text{-}11)$$

přejde exponent v (2.4-9) na

$$\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[1,\ -\underline{P}^T\right]\underline{V}_N\begin{bmatrix}1\\ -\underline{P}\end{bmatrix}\right\} \qquad (2.4\text{-}12)$$

Rozčleněním symetrické matice $\underline{V}_N$ dle (2.2-12) na bloky dostaneme

$$\left[1,-\underline{P}^T\right]\begin{bmatrix}V_y & V_{zy}^T\\ V_{zy} & V_z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ -\underline{P}\end{bmatrix}=V_y-\underline{P}^TV_{zy}-V_{zy}^T\underline{P}+\underline{P}^TV_z\underline{P} \qquad (2.4\text{-}13)$$

a po uvedení na čtverce

$$(\underline{P}^T-V_{zy}^TV_z^{-1})V_z(\underline{P}-V_z^{-1}V_{zy})+V_y-V_{zy}^TV_z^{-1}V_{zy} \qquad (2.4\text{-}14)$$

Pravděpodobnost rozdělení parametrů $\underline{P}$ bude největší, pokud součet čtverců v exponentu výrazu bude minimální, tj. pokud odhad parametrů bude

$$\underline{\hat{P}}=V_z^{-1}V_{zy} \qquad (2.4\text{-}15)$$

kde: $\underline{\hat{P}}$ je maximálně věrohodný odhad vektoru $\underline{P}$ (což je v daném případě totéž jako odhad metodou nejmenších čtverců) .

2.4.1 Vliv exponenciálního zapomínání

Exponenciální zapomínání znamená vlastně zmenšení disproporcí v rozdělení pravděpodobnosti.

Uvažujme diskrétní rozdělení pravděpodobnosti p_k, $k=1,\dots,N$ Rozdělení se zmenšenými disproporcemi- „vyžehlené" rozdělení definujeme

$$\frac{p_k^{\varphi}}{\sum_{k=1}^{N}p_k^{\varphi}}\ ;\quad 0\le\varphi\le 1$$

Uvažujme například podíl $\frac{\max p_k}{\min p_k}\ge 1$, potom pro „vyžehlené" rozdělení dostaneme

$$\frac{(\max p_k)^{\varphi}}{(\min p_k)^{\varphi}}=\left(\frac{\max p_k}{\min p_k}\right)^{\varphi}\le\frac{\max p_k}{\min p_k}$$

neboli disproporce v rozdělení se snižují. Pro $\varphi \longrightarrow 0$ se „vyžehlené" rozdělení blíží k rovnoměrnému. Pro spojitý případ, je-li hustota pravděpodobnosti $f(y)$, je nová hustota

$$\frac{f^{\varphi}(y)}{\int f^{\varphi}(y)dy}$$

Pokud hustotu pravděpodobnosti umocňujeme na φ, v exponentu hustoty se násobí φ. Při tomto globálním zapomínání ovšem také zapomínáme i apriorní informaci./4/

2.5. Směrové zapomínání

2.5.1 Matematické prostředky

Ortogonální transformace

Ortogonální transformace $\underline{T}$ zachovává euklidovskou normu délku každého vektoru, tj. je-li $\underline{y} = \underline{T}\underline{x}$, potom

$$\underline{y}^T\underline{y} = \underline{x}^T\underline{T}^T\underline{T}\underline{x} = \underline{x}^T\underline{x} \qquad (2.5.1\text{-}1)$$

a tedy nutně $\underline{T}^T\underline{T} = \underline{E}$.

Odtud plyne, že transpozice u ortogonální matice je shodná s inverzí.

Ortogonální matice je tvořena vzájemně kolmými sloupci jednotkové délky. Stejná vlastnost vyplývá také pro řádky.

Utvoříme-li v (2.5.1-1) determinant, dostáváme

$$|\underline{T}|^2 = 1 \qquad (2.5.1\text{-}2)$$

a tedy $|\underline{T}| = \pm 1$

Pro analýzu normálního rozdělení pravděpodobnosti je důležitý následující odstavec.

Uvažujme kvadratickou formu tj.

$$g(\underline{x}) = \underline{x}^T\underline{A}\underline{x} \qquad (2.5.1\text{-}3)$$

kde: $\underline{A}$ je symetrická matice $(n \times n)$.

Lze ukázat, že $\underline{A}$ má n navzájem kolmých vlastních vektorů, kde vlastní vektor $\underline{v}$ splňuje

$$\underline{A}\,\underline{v} = \lambda\,\underline{v} \qquad (2.5.1\text{-}4)$$

kde: λ se nazývá vlastní číslo matice $\underline{A}$.

Vlastní čísla symetrické matice jsou reálná. Jsou-li kladná, nazývá se matice (nebo i forma) pozitivně definitní.

Každému k-násobnému vlastnímu číslu odpovídá k (navzájem kolmých) vlastních vektorů.

Utvořme nyní transformaci $\underline{T}$, jejíž sloupce jsou jednotkové vlastní vektory matice $\underline{A}$, $\underline{T}$ je tedy ortogonální a položme

$$\underline{x} = \underline{T}\,\underline{u} \qquad (2.5.1\text{-}5)$$

potom forma (2.5.1-3) přejde na

$$g(\underline{u}) = \underline{u}^T\underline{T}^T\underline{A}\,\underline{T}\,\underline{u}$$

Vzhledem k zavedení $\underline{T}$ je zřejmě $\underline{A}\,\underline{T} = [\lambda_1\underline{v}_1, \lambda_2\underline{v}_2, \ldots, \lambda_n\underline{v}_n]$, tj. matice, která vznikne z $\underline{T}$ násobením sloupců postupně příslušnými vlastními čísly. Potom zřejmě

$$\underline{T}^T\underline{A}\,\underline{T} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ 0 & & \ddots \; \lambda_n \end{bmatrix} \qquad (2.5.1\text{-}6)$$

a konečně

$$g(\underline{u}) = \lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 + \ldots + \lambda_n u_n^2 \qquad (2.5.1\text{-}7)$$

a tedy po této transformaci přejde g na součet čtverců. (Platí: vlastní vektory matice $\underline{A}^{-1}$ jsou rovny vlastním vektorům matice $\underline{A}$ a vlastní čísla matice $\underline{A}^{-1}$ jsou převrácená vlastní čísla matice $\underline{A}$).[4]

2.5.2 Princip směrového zapomínání

Označme: $\underline{D}_i$ data v i - tém kroku

$\underline{D}^i = \bigcup_{j=1}^{i} \underline{D}_j$ všechna naměřená data do i - tého kroku včetně.

V kroku n určíme aposteriorní rozdělení porametrického vektoru $p(\underline{P}/\underline{D}^n)$. Vhodnou regulární transformací získáme rozdělení transformovaného vektoru $\underline{R}$ s nezávislými složkami R_i.

Nechť rozdělení je ve tvaru součinu

$$p_1(\underline{R}_1/\underline{D}_n)\,p_2(\underline{R}_2/\underline{D}^{n-1}) \qquad (2.5.2\text{-}1)$$

kde: $\underline{R}_1$ značí jistou množinu složek $\underline{R}$, $\underline{R}_2$ její doplněk a první rozdělení závisí na datech v kroku n, kdežto druhé nezávisí. Provedeme zapomínání pouze u prvního rozdělení, tj. celkové rozdělení (2.5.2-1) nahradíme rozdělením

$$\alpha\, p_1(\underline{R}_1/\underline{D}_n)^{\varphi}\, p_2(\underline{R}_2/\underline{D}^{n-1}) \qquad (2.5.2\text{-}2)$$

Potom přetransformujeme zpět vektor $\underline{R}$ na $\underline{P}$ a dostaneme

$$\tilde{p}(\underline{P}/\underline{D}^n) \qquad (2.5.2\text{-}3)$$

Statistiky tohoto rozdělení jsou ovšem funkcí statistik rozdělení $p(\underline{P}/\underline{D}^{n-1})$ a tím jsou dány potřebné rekurentní vztahy./4/

2.5.3 Odvození rekurentních formulí směrového zapomínání pro regresní model

Aposteriorní rozdělení parametrů regresního modelu je podle (2.4-9) a (2.4-12)

$$p(\underline{P}/\underline{D}^n) = \alpha\,\sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left[-1, \underline{P}^T\right] \underline{V}_n \begin{bmatrix} -1 \\ \underline{P} \end{bmatrix}\right\} \qquad (2.5.3\text{-}1)$$

V průběhu výpočtu budeme aktualizovat statistiky V_y, V_z, V_{zy}.

Upravujme exponent v (2.5.3-1)

Stanovme Choleského odmocniny $\underline{G}$, ω

$$\underline{V}_{n-1}^{-1} = \underline{G}\,\underline{G}^T \tag{2.5.3-2}$$

$$\frac{1}{\sigma^2} = \omega\,\omega \tag{2.5.3-3}$$

kde: $\underline{G}$ je dolní trojúhelníková matice.

Použitím (2.4-10), (2.5.3-2) a (2.5.3-3) dostaneme

$$\omega^2[-1,\underline{P}^T]\underline{V}_n[-1,\underline{P}^T]^T = \omega^2[-1,\underline{P}^T][\underline{V}_{n-1}+\underline{d}_n\underline{d}_n^T][-1,\underline{P}^T]^T =$$

$$= \omega[-1,\underline{P}^T][\underline{G}^{-T}(\underline{E}+\underline{G}^T\underline{d}_n\underline{d}_n^T\underline{G})\underline{G}^{-1}][-1,\underline{P}^T]^T\omega \tag{2.5.3-4}$$

Označíme-li

$$\underline{h} = \underline{G}^T\underline{d}_n \tag{2.5.3-5}$$

a zavedeme-li transformaci

$$\underline{Q} = \underline{G}^{-1}\begin{bmatrix}-1\\ \underline{P}\end{bmatrix}\omega \tag{2.5.3-6}$$

bude v exponentu

$$\underline{Q}^T(\underline{E}+\underline{h}\,\underline{h}^T)\underline{Q} \tag{2.5.3-7}$$

Hledejme dále inverzní transformaci k (2.5.3-6).

Z (2.5.3-6) snadno dostaneme

$$\underline{G}\,\underline{Q} = \begin{bmatrix}-1\\ \underline{P}\end{bmatrix}\omega \tag{2.5.3-8}$$

Znázorněme poslední rovnici v blocích

$$\begin{bmatrix}G_{11} & 0\\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Q_y\\ Q_\varphi\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\ \underline{P}\end{bmatrix}\omega \tag{2.5.3-9}$$

odtud plyne

$$\underline{P}\omega = G_{21}Q_\gamma + G_{22}Q_\rho$$

$$\omega = -G_{11}Q_\gamma$$

Dosadíme-li z druhé rovnice za ω do první a druhou rovnici vynásobíme ω dostaneme

$$\omega^2 = G_{11}Q_\gamma Q_\gamma G_{11}$$

$$\underline{P} = -(G_{21}G_{11}^{-1} + G_{22}Q_\rho Q_\gamma^{-1}G_{11}^{-1}) \qquad (2.5.3\text{-}10)$$

(2.5.3-11)

Po transformaci (2.5.3-6) bude rozdělení (2.5.3-1) transformováno na tvar

$$p(\underline{Q}/\underline{D}^n) = \alpha\,\sigma^{-n}\exp\left\{-\frac{1}{2}\underline{Q}^T(\underline{E}+\underline{h}\underline{h}^T)\underline{Q}\right\} \qquad (2.5.3\text{-}12)$$

Další postup spočívá ve využití skutečnosti, že matice $\underline{h}\underline{h}^T$ má hodnost 1 a tudíž zavedením vhodné ortogonální transformace ji lze uvést na diagonální matici, kde pouze jeden prvek bude nenulový.

Naším dílčím cílem je transformovat $\underline{Q}$ na matici nových proměnných, které bychom mohli rozdělit na dvě skupiny tak, aby každá veličina jedné skupiny byla nezávislá na veličině druhé skupiny (tj. rozdělení celkové bude součinem rozdělení pro první a druhou skupinu (2.5.2-1)) a aby rozdělení první skupiny se v n - tém kroku inovovalo, kdežto rozdělení druhé skupiny bylo na n nezávislé.

Z (2.5.3-9) vzhledem k (2.2-9), (2.2-12), (2.5.3-2), (2.5.3-6) je vidět, že rozdělení Q_γ závisí na n. Zvolíme tedy transformaci, která ponechá Q_γ identické a bude vhodně ortogonálně transformovat Q_ρ. /3/

Zvolíme transformaci

$$\underline{Q} = \underline{T}\,\underline{\Psi} \qquad (2.5.3\text{-}13)$$

kde: $\underline{T}$ má následující strukturu

$$\underline{T} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & T_{12} \end{array}\right] \begin{array}{l} \}1 \\ \}\rho \end{array} \\ \begin{array}{ccc} \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{array} \end{array} \tag{2.5.3-14}$$

kde: $\tau =$ jednotkový vektor (2.5.3-15)

$$= \xi^{-\frac{1}{2}} h_\rho$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} h_\gamma \\ h_\rho \end{bmatrix} \begin{array}{l} \}1 \\ \}\rho \end{array} \tag{2.5.3-16}$$

$$\xi = |h_\rho|^2 = h_\rho^T h_\rho \tag{2.5.3-17}$$

Matice $\underline{T}_{12}$ je tvořena sloupci navzájem kolmými (jednotkové délky) a kolmými k τ. Jelikož tato transformace je ortogonální, je její jakobián roven 1. V exponentu (2.5.3-7) potom bude

$$\underline{Q}^T(\underline{E}+\underline{h}\underline{h}^T)\underline{Q} = \underline{\Psi}\,\underline{T}^T\left(\underline{E}+\begin{bmatrix} h_\gamma \\ h_\rho \end{bmatrix}[h_\gamma, h_\rho^T]\right)\underline{T}\,\underline{\Psi} = \underline{\Psi}^T\underline{M}\,\underline{\Psi} \tag{2.5.3-18}$$

Zřejmě je

$$[h_\gamma, h_\rho^T]\underline{T} = [\underbrace{h_\gamma}_{1}, \underbrace{h_\rho^T\tau}_{1}, \underbrace{0}_{\rho-1}] = [h_\gamma, \xi^{\frac{1}{2}}, 0] \tag{2.5.3-19}$$

a tedy

$$\underline{T}^T\begin{bmatrix} h_\gamma \\ h_\rho \end{bmatrix}[h_\gamma, h_\rho^T]\underline{T} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} h_\gamma^2, & \xi^{\frac{1}{2}}h_\gamma, & 0 \\ \xi^{\frac{1}{2}}h_\gamma, & \xi, & 0 \\ \underbrace{0}_{1}, & \underbrace{0}_{1}, & \underbrace{0}_{\rho-1} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \}1 \\ \}1 \\ \}\rho-1 \end{array} \end{array} \tag{2.5.3-20}$$

a potom

$$\underline{M} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1+h_\gamma^2, & \xi^{\frac{1}{2}}h_\gamma, & 0 \\ \xi^{\frac{1}{2}}h_\gamma, & 1+\xi, & 0 \\ \underbrace{0}_{1} & \underbrace{0}_{1} & \underbrace{E}_{\rho-1} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \}1 \\ \}1 \\ \}\rho-1 \end{array} \end{array} \tag{2.5.3-21}$$

Po transformacích (2.5.3-6) a (2.5.3-13) bude tedy rozdělení proměnných $\underline{\Psi}$

$$p(\underline{\Psi}/\underline{D}^n) = \alpha\,\sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\underline{\Psi}^T \underline{M}\,\underline{\Psi}\right\} \tag{2.5.3-22}$$

Výraz v exponentu upravíme

$$\underline{\Psi}^T\underline{M}\,\underline{\Psi} = [\Psi_{\gamma+1}^T, \Psi_{\rho-1}^T] \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{matrix} \}2 \\ \}\rho-1 \end{matrix} \begin{bmatrix} \Psi_{\gamma+1} \\ \Psi_{\rho-1} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}2 \\ \}\rho-1 \end{matrix} = \Psi_{\gamma+1}^T M_{11} \Psi_{\gamma+1} + \Psi_{\rho-1}^T \Psi_{\rho-1}$$

$$\begin{matrix} \underbrace{}_{2} & \underbrace{}_{\rho-1} \end{matrix}$$

kde: $M_{11} = \begin{bmatrix} 1+h_\gamma, & \xi^{\frac{1}{2}} h_\gamma \\ \xi^{\frac{1}{2}} h_\gamma, & 1+\xi \end{bmatrix}$

a dostaneme

$$p(\underline{\Psi}/\underline{D}^n) = \alpha\,.\,\sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\Psi_{\gamma+1}^T M_{11} \Psi_{\gamma+1}\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2}\Psi_{\rho-1}^T \Psi_{\rho-1}\right\} \tag{2.5.3-23}$$

Je vidět, že $\Psi_{\gamma+1}$, $\Psi_{\rho-1}$ jsou nezávislé, přičemž rozdělení $\Psi_{\gamma+1}$ závisí na n, resp. nových datech D^n, zatímco rozdělení $\Psi_{\rho-1}$ je na n nezávislé. A tedy podle (2.5.2-2) provedeme operaci zapomínání a dostaneme rozdělení

$$p(\underline{\Psi}/\underline{D}^n) = \alpha\,.\,\sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\Psi_{\gamma+1}^T \varphi M_{11} \Psi_{\gamma+1} + \Psi_{\rho-1}^T \Psi_{\rho-1}\right)\right\} =$$

$$= \alpha\,.\,\sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2}\underline{\Psi}^T \underline{\tilde{M}}\,\underline{\Psi}\right\} \tag{2.5.3-24}$$

Na rozdělení (2.5.3-24) provedeme nyní zpětnou transformaci do původních souřadnic $\underline{P}$, ω.

Ze vztahu (2.5.3-13) je

$$\underline{\Psi} = \underline{T}^T \underline{Q} \tag{2.5.3-25}$$

Matici $\underline{\tilde{M}}$ kvadratické formy v exponentu (2.5.3-24) zapíšeme

$$\underline{\tilde{M}} = \varphi\left(\underline{E}_{\gamma+1} + \underline{T}^T \begin{bmatrix} h_\gamma \\ h_\rho \end{bmatrix} [h_\gamma, h_\rho]\,\underline{T}\right) + \underline{E}_{\rho-1} \tag{2.5.3-26}$$

kde: $\underline{E}_{r+1} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \}2 \\ \}\rho-1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{2} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{matrix} \end{array}$ $\qquad \underline{E}_{\rho-1} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{matrix} \}2 \\ \}\rho-1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{2} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{matrix} \end{array}$

Po transformaci (2.5.3-25) přejde maticový výraz v exponentu (2.5.3-24) na tvar

$$\underline{\Psi}^T \underline{\tilde{M}} \underline{\Psi} = \underline{Q}^T \underline{T} \underline{\tilde{M}} \underline{T}^T \underline{Q} \tag{2.5.3-27}$$

kde:

$$\underline{T} \underline{\tilde{M}} \underline{T}^T = \underline{T} (\varphi \underline{E}_{r+1} + \underline{E}_{\rho-1}) \underline{T}^T + \varphi \begin{bmatrix} h_r \\ h_\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_r & h_\rho^T \end{bmatrix} \tag{2.5.3-28}$$

ale

$$\varphi \underline{E}_{r+1} + \underline{E}_{\rho-1} = \varphi \underline{E}_{r+1} + (\varphi + 1 - \varphi) \underline{E}_{\rho-1} =$$

$$= \varphi \underline{E}_{r+\rho} + (1-\varphi) \underline{E}_{\rho-1} \tag{2.5.3-29}$$

Dosazením (2.5.3-29) do (2.5.3-28) a vzhledem k ortogonalitě matice $\underline{T}$ po úpravě dostaneme

$$\underline{T} \underline{\tilde{M}} \underline{T}^T = \varphi \underline{E}_{r+\rho} + (1-\varphi) \underline{T} \underline{E}_{\rho-1} \underline{T}^T + \varphi \underline{h} \underline{h}^T \tag{2.5.3-30}$$

Protože matice $\begin{array}{c} \begin{bmatrix} \tau, & T_{12} \end{bmatrix} \}\rho \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{matrix} \end{array}$ je tvořena navzájem kolmými vektory jednotkové délky, platí

$$[\tau, T_{12}][\tau, T_{12}]^T = \tau \tau^T + T_{12} T_{12}^T = \underline{E} \tag{2.5.3-31}$$

Upravme ještě

$$\underline{T} \underline{E}_{\rho-1} \underline{T}^T = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & \tau, & T_{12} \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{matrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & E \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{2} & \underbrace{\quad}_{\rho-1} \end{matrix} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1, & 0 \\ 0 & \tau^T \\ 0 & T_{12}^T \end{bmatrix} \\ \begin{matrix} \underbrace{\quad}_{1} & \underbrace{\quad}_{\rho} \end{matrix} \end{array} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & T_{12} T_{12}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & E - \tau \tau^T \end{bmatrix}$$

a použitím

$$\underline{h}\,\underline{h}^T = \begin{bmatrix} h_\gamma \\ h_\rho \end{bmatrix} \left[h_\gamma , h_\rho^T \right] = \begin{bmatrix} h_\gamma^2 , & h_\gamma h_\rho \\ h_\rho h_\gamma , & h_\rho h_\rho^T \end{bmatrix} \tag{2.5.3-32}$$

přejde (2.5.3-30) na

$$\underline{T}\,\underline{\tilde{M}}\,\underline{T}^T = \begin{bmatrix} \varphi(1+h_\gamma^2) , & \varphi h_\gamma h_\rho \\ \varphi h_\rho h_\gamma , & \varphi E + (1-\varphi)(E - \tau\tau^T) + \varphi h_\rho h_\rho^T \end{bmatrix} \tag{2.5.3-33}$$

Vzhledem k tomu, že $\tau\tau^T = h_\rho h_\rho^T \xi^{-1}$ je konečně (2.5.3-30)

$$\underline{T}\,\underline{\tilde{M}}\,\underline{T}^T = \begin{bmatrix} \varphi(1+h_\gamma^2) , & \varphi h_\gamma h_\rho^T \\ \varphi h_\rho h_\gamma , & E + \varepsilon h_\rho h_\rho^T \end{bmatrix} = \underline{N} \tag{2.5.3-34}$$

kde: $$\varepsilon = \varphi - \frac{1-\varphi}{\xi} \tag{2.5.3-35}$$

Dále na rozdělení

$$\alpha\, \sigma^{-n} \exp\left\{ -\frac{1}{2} \underline{Q}^T \underline{N}\, \underline{Q} \right\} \tag{2.5.3-36}$$

provedeme transformaci (2.5.3-6), tj.

$$\underline{Q} = \underline{G}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ \underline{P} \end{bmatrix} \omega = \underline{G}^{-1} \left[-1, \underline{P}^T \right]^T \omega$$

a v exponentu (2.5.3-36) po transformaci bude

$$\underline{Q}^T \underline{N}\, \underline{Q} = \omega^2 \left[-1, \underline{P}^T \right] \underline{G}^{-T} \underline{N}\, \underline{G}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ \underline{P} \end{bmatrix} \tag{2.5.3-37}$$

a srovnáním s (2.5.3-4) dostaneme

$$\underline{V}_m = \underline{G}^{-T} \underline{N}\, \underline{G}^{-1} \tag{2.5.3-38}$$

a tedy

$$\underline{V}_m = \underline{G}^{-T} \begin{bmatrix} \varphi & 0 \\ 0 & E_\rho \end{bmatrix} \underline{G}^{-1} + \underline{G}^{-T} \begin{bmatrix} \varphi h_\gamma^2 , & \varphi h_\gamma h_\rho^T \\ \varphi h_\rho h_\gamma , & \varepsilon h_\rho h_\rho^T \end{bmatrix} \underline{G}^{-1} \tag{2.5.3-39}$$

Upravme dále s použitím (2.5.3-32) výraz (2.5.3-39)

$$\underline{V_m} = \varphi\, \underline{G}^{-T}\underline{G}^{-1} + (1-\varphi)\underline{G}^{-T}\underline{E_\rho}\,\underline{G}^{-1} + \varphi\, \underline{G}^{-T}\underline{h}\,\underline{h}^{T}\underline{G}^{-1} +$$

$$+ (\varepsilon - \varphi)\underline{G}^{-T}\begin{bmatrix} 0 \\ h_\rho \end{bmatrix}\left[0,\ h_\rho^T\right]\underline{G}^{-1} \qquad (2.5.3\text{-}40)$$

Po rozdělení $\underline{G}$ na bloky

$$\underline{G} = \begin{bmatrix} G_{11}, & 0 \\ G_{21}, & G_{22} \end{bmatrix}\begin{matrix} \}1 \\ \}\rho \end{matrix} \qquad (2.5.3\text{-}41)$$

je podle (2.3-6)

$$\underline{G}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}^{-1}, & 0 \\ -G_{22}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1}, & G_{22}^{-1} \end{bmatrix} \qquad (2.5.3\text{-}42)$$

a dále z (2.5.3-2)

$$\underline{V_{m-1}} = \underline{G}^{-T}\underline{G}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}^{-T}, & -G_{11}^{-T}G_{21}^{T}G_{22}^{-T} \\ 0, & G_{22}^{-T} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G_{11}^{-1}, & 0 \\ -G_{22}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1}, & G_{22}^{-1} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} G_{11}^{-T}G_{21}^{T}G_{22}^{-T}G_{22}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1} + G_{11}^{-T}G_{11}^{-1}, & -G_{11}^{-T}G_{21}^{T}G_{22}^{-T}G_{22}^{-1} \\ -G_{22}^{-T}G_{22}^{-1}G_{21}G_{11}^{-1}, & G_{22}^{-T}G_{22}^{-1} \end{bmatrix} \qquad (2.5.3\text{-}43)$$

Srovnáním s (2.2-12) dostaneme

$$V_z = G_{22}^{-T}G_{22}^{-1} \qquad (2.5.3\text{-}44a)$$

$$V_{zy} = -V_z^{T}G_{21}G_{11}^{-1} \qquad (2.5.3\text{-}44b)$$

$$V_y = G_{11}^{-T}G_{21}^{T}V_z G_{21}G_{11}^{-1} + G_{11}^{-T}G_{11}^{-1} \qquad (2.5.3\text{-}44c)$$

Vzhledem k tomu, že V_z je symetrická, je z (2.5.2-2) (2.5.3-44b) a (2.5.3-44c)

$$G_{22}^{-T}G_{22}^{-1} = V_z \qquad (2.5.3\text{-}45a)$$

$$\underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{21}^{T} = -\underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1} = -\underline{\hat{P}}^{T} \qquad (2.5.3\text{-}45b)$$

$$\underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{11}^{-1} = \underline{V}_{y} - \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{V}_{zy} \qquad (2.5.3\text{-}45c)$$

Uveďme pomocný vztah ($\underline{B}$ je symetrická matice rozměru $(\rho \times \rho)$).

$$\underline{G}^{-T}\begin{bmatrix} \underbrace{0}_{1} & \underbrace{0}_{\rho} \\ \underbrace{0}_{1} & \underbrace{B}_{\rho} \end{bmatrix}\underline{G}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{21}^{T}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{B}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{G}_{21}\underline{G}_{11}^{-1}, & -\underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{21}^{T}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{B}\underline{G}_{22}^{-1} \\ -\underline{G}_{22}^{-T}\underline{B}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{G}_{21}\underline{G}_{11}^{-1}, & \underline{G}_{22}^{-T}\underline{B}\underline{G}_{22}^{-1} \end{bmatrix} \qquad (2.5.3\text{-}46)$$

Upravujme dále výraz (2.5.3-40)

Vzhledem k (2.5.3-2), (2.5.3-4), (2.5.3-5)

a $\underline{E}_{\rho} = \begin{bmatrix} \underbrace{0}_{1} & \underbrace{0}_{\rho} \\ \underbrace{0}_{1} & \underbrace{E}_{\rho} \end{bmatrix}$, $\underline{d} = \begin{bmatrix} y \\ \underline{z} \end{bmatrix}\begin{matrix}\}1 \\ \}\rho\end{matrix}$

a užitím (2.5.3-46) pro $\underline{B} = \underline{E}_{\rho}$, resp. $\underline{B} = \underline{h}_{\rho}\underline{h}_{\rho}^{T}$, $\underline{h} = \underline{G}^{T}\underline{d}$, $\underline{h}_{\rho} = \underline{G}_{22}^{T}\underline{z}$ dostaneme

$$\underline{V}_{n} = \varphi\underline{V}_{n-1} + (1-\varphi)\begin{bmatrix} \underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{21}^{T}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{G}_{21}\underline{G}_{11}^{-1}, & -\underline{G}_{11}^{-T}\underline{G}_{21}^{T}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{-1} \\ -\underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{G}_{21}\underline{G}_{11}^{-1}, & \underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{-1} \end{bmatrix} +$$

$$+\varphi\underline{G}^{-T}\underline{G}^{T}\underline{d}\underline{d}^{T}\underline{G}\underline{G}^{-1} + (\varepsilon-\varphi)\begin{bmatrix} \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{T}\underline{z}\underline{z}^{T}\underline{G}_{22}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{V}_{z}^{-T}\underline{V}_{zy}, & \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{T}\underline{z}\underline{z}^{T}\underline{G}_{22}\underline{G}_{22}^{-1} \\ \underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{T}\underline{z}\underline{z}^{T}\underline{G}_{22}\underline{G}_{22}^{-1}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{V}_{zy}, & \underline{G}_{22}^{-T}\underline{G}_{22}^{T}\underline{z}\underline{z}^{T}\underline{G}_{22}\underline{G}_{22}^{-1} \end{bmatrix}$$

a po úpravě s použitím (2.5.3-45a), (2.5.3-45b), (2.5.3-45c) dostaneme

$$\underline{V}_{n} = \varphi\underline{V}_{n-1} + (1-\varphi)\begin{bmatrix} \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{V}_{zy}, & -\underline{V}_{zy}^{T} \\ \underline{V}_{zy} & \underline{V}_{z} \end{bmatrix} + \varphi\underline{d}_{n}\underline{d}_{n}^{T} +$$

$$+ (\varepsilon-\varphi)\begin{bmatrix} \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{z}\underline{z}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{V}_{zy}, & \underline{V}_{zy}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{z}\underline{z}^{T} \\ \underline{z}\underline{z}^{T}\underline{V}_{z}^{-1}\underline{V}_{zy}, & \underline{z}\underline{z}^{T} \end{bmatrix} \qquad (2.5.3\text{-}47)$$

Odtud pak srovnáním s (2.2-12) a vzhledem

k $\underline{d}\underline{d}^{T} = \begin{bmatrix} \underbrace{y^{2}}_{1} & \underbrace{y\underline{z}^{T}}_{\rho} \\ \underbrace{y\underline{z}}_{1} & \underbrace{\underline{z}\underline{z}^{T}}_{\rho} \end{bmatrix}\begin{matrix}\}1 \\ \}\rho\end{matrix}$

vyplývají inovační formule pro V_y , V_{yz} , V_z .

$$V_y(\text{nové}) = \varphi V_y + (1-\varphi) V_{zy}^T V_z^{-1} V_{zy} + \varphi y y^T + (\varepsilon - \varphi) V_{zy}^T V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy} \qquad (2.5.3\text{-}48a)$$

$$V_{zy}(\text{nové}) = V_{zy} + \varphi y \underline{z} + (\varepsilon - \varphi) \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy} \qquad (2.5.3\text{-}48b)$$

$$V_z(\text{nové}) = V_z + \varepsilon \underline{z}\,\underline{z}^T \qquad (2.5.3\text{-}48c)$$

Nyní odvodíme inovační formuli pro odhad vektoru parametrů.

Podle (2.4-15) dostaneme

$$\underline{\hat{P}}(\text{nové}) = V_z^{-1}(\text{nové})\, V_{zy}(\text{nové}) = \qquad (2.5.3\text{-}49)$$
$$[V_z + \varepsilon \underline{z}\,\underline{z}^T]^{-1} [V_{zy} + \varphi y \underline{z} + (\varepsilon - \varphi) \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy}]$$

a s pomocí maticové identity (2.3-15)

$$\underline{\hat{P}}(\text{nové}) = [V_z^{-1} - (\varepsilon^{-1} + \underline{z}^T V_z^{-1} \underline{z})^{-1} V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1}][V_{zy} + \varphi y \underline{z} + (\varepsilon - \varphi) \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy}] =$$
$$= [V_z^{-1} V_{zy} + V_z^{-1} \varphi y \underline{z} + V_z^{-1} (\varepsilon - \varphi) \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy}] -$$
$$- (\varepsilon^{-1} + \underline{z}^T V_z^{-1} \underline{z})^{-1} [V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy} + \varphi V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} \underline{z} y +$$
$$+ (\varepsilon - \varphi) V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T V_z^{-1} V_{zy}]$$

Vzhledem k (2.4-15) ,(2.5.3-17) , (2.5.3-35) , tj.

$$\varepsilon = \varphi - \frac{1-\varphi}{\xi}$$

$$\xi = h_p^T h_p = \underline{z}^T G_{22} G_{22}^T \underline{z} = \underline{z}^T V_z^{-1} \underline{z}$$

můžeme dále upravit

$$\underline{\hat{P}}(\text{nové}) = \underline{\hat{P}} + V_z^{-1} \varphi y \underline{z} + (\varepsilon - \varphi) V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{\hat{P}} -$$
$$- (\varepsilon^{-1} + \xi)^{-1} [V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{\hat{P}} + \varphi \xi V_z^{-1} y \underline{z} + (\varepsilon - \varphi) \xi V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{\hat{P}}] =$$
$$= \underline{\hat{P}} + [\varepsilon - \varphi - (\varepsilon^{-1} + \xi)^{-1} (1 + (\varepsilon - \varphi)\xi)]\, V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{\hat{P}} +$$
$$+ [\varphi - \varphi \xi (\varepsilon^{-1} + \xi)^{-1}]\, V_z^{-1} y \underline{z} =$$
$$= \underline{\hat{P}} - (1 + \xi)^{-1} V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{P} + (1 + \xi)^{-1} V_z^{-1} y \underline{z} =$$

$$= \underline{\hat{P}} + (1+\xi)^{-1}(V_z^{-1} y \underline{z} - V_z^{-1} \underline{z}\,\underline{z}^T \underline{\hat{P}}) =$$

$$= \underline{\hat{P}} + (1+\xi)^{-1}(V_z^{-1} \underline{z}(y - \underline{z}^T \underline{\hat{P}}))$$

Dále zavedeme chybu predikce

$$\hat{\ell} = y - \underline{z}^T \underline{\hat{P}} \qquad (2.5.3\text{-}50)$$

a dostaneme inovační formuli pro odhad vektoru parametrů ve tvaru

$$\underline{\hat{P}}(\text{nové}) = \underline{\hat{P}} + (1+\xi)^{-1} \hat{\ell}\, V_z^{-1} \underline{z} \qquad (2.5.3\text{-}51)$$

Označme vzhledem k (2.4-10) a (2.4-11)

$$V_z^{-1} = \left(\sum_{i=1}^{N} \underline{z}_i \underline{z}_i^T\right)^{-1} = \underline{C} \qquad (2.5.3\text{-}52)$$

2.5.4 Rekurentní formule pro identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním

$$\underline{\hat{P}}_K = \underline{\hat{P}}_{K-1} + \hat{\ell}_K (1+\xi_K)^{-1} \underline{C}_K \underline{z}_K \qquad (2.5.4\text{-}1)$$

$$\hat{\ell}_K = y_K - \underline{z}_K^T \underline{\hat{P}}_{K-1} \qquad (2.5.4\text{-}2)$$

$$\xi_K = \underline{z}_K^T \underline{C}_{K-1} \underline{z}_K \qquad (2.5.4\text{-}3)$$

$$\underline{C}_K = \underline{C}_{K-1} - (\varepsilon_K^{-1} + \xi_K)^{-1} \underline{C}_{K-1} \underline{z}_K \underline{z}_K^T \underline{C}_{K-1} \qquad (2.5.4\text{-}4)$$

$$\varepsilon_K = \varphi - (1-\varphi)\xi_K^{-1} \qquad (2.5.4\text{-}5)$$

Pro inovaci matice $\underline{C}_K$ s výhodou použijeme L-U rozklad (viz. kap. 2.3 , $\varphi = 1$).

Poznámka: při výskytu nulových dat $\underline{z}$ v k - tém kroku, tj. $\xi_K = 0$, budou (2.5.4-1) , (2.5.4-4) , (tzv. singulární případ) .

$$\underline{\hat{P}}_K = \underline{\hat{P}}_{K-1} \qquad (2.5.4\text{-}6)$$

$$\underline{C}_K = \underline{C}_{K-1} \qquad (2.5.4\text{-}7)$$

2.6. Rozdíl mezi směrovým a exponenciálním zapomínáním

Tento rozdíl je zřejmý z rozdílu rekurentních formulí (pro $\underline{C}_K$), (2.5.4-4), směrové zapomínání a z formule pro exponenciální zapomínání

$$\underline{C}_K = \varphi^{-1}(\underline{C}_{K-1} - (1+\xi_K)^{-1}\underline{C}_{K-1}\underline{Z}_K\underline{Z}_K^T\underline{C}_{K-1} \qquad (2.6\text{-}1)$$

Tuto formuli lze získat snadnou úvahou. Pro nulové zapomínání, tj. $\varphi = 1$, dostaneme z (2.5.4-4) výraz v závorce (2.6-1) a při exponenciálním zapomínání se celý exponent rozdělení pravděpodobnosti násobí φ, tedy $\underline{C}_K$ se násobí φ^{-1}. /4/

2.7. Stabilita impulsních systémů

Stabilita soustavy je dána podmínkou, aby její výstupní veličina se ustálila na konečné hodnotě, jestliže i porucha je konečná a ustaluje se. Je definována jako vlastnost samotné soustavy, nezávisí tudíž na vstupujícím signálu.

U lineárních spojitých sostav se dosáhne stability, jestliže soustava je popsána takovou diferenciální rovnicí, že kořeny p_i příslušné charakteristické rovnice jsou obecně komplexní s vesměs zápornou reálnou částí, tj. leží vesměs v levé polorovině Gaussovy roviny /2/

$$Re\, p_i < 0 \qquad (2.7\text{-}1)$$

Podobně jako u soustav spojitých vyplývá z polohy kořenů charakteristické rovnice v rovině p, zda soustava je stabilní či nestabilní, lze podobné závěry učinit i u soustav impulsních z polohy kořenů z_i charakteristické rovnice v rovině z. Podmínky na polohu kořenů z_i pro impulsní soustavy a podmínka (2.7-1) pro spojité soustavy spolu přímo souvisejí.

Uvažujme model soustavy ve tvaru diferenční rovnice

$$a_0 y_k + a_1 y_{k-1} + \dots a_n y_{k-n} = b_0 u_k + b_1 u_{k-1} + \dots + b_m u_{k-m} \quad (2.7\text{-}2)$$

Dále uvažujme nulové počáteční podmínky

$$y_k = 0$$
$$u_k = 0$$

pro $k < 0$

Pro lineární dynamické soustavy bez i s dopravním zpožděním je impulsní přenos racionální lomenou funkcí

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

kde $A(z)$, $B(z)$ jsou polynomy proměnné z s reálnými koeficienty. Tedy

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2.7\text{-}3)$$

Bez ztráty na obecnosti můžeme předpokládat, že ve vztazích (2.7-2) a (2.7-3) koeficient $b_0 = 0$ a koeficient $a_0 = 1$. Rovnost $b_0 = 0$ znamená, že vliv vstupní veličiny u_{k-1} do soustavy se projeví až na výstupní veličině y_k.

Vztah (2.7-3) můžeme potom přepsat na

$$G(z) = \frac{b_1 z^{m-1} + b_2 z^{m-2} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2.7\text{-}4)$$

a z charakteristické rovnice

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0 \qquad (2.7\text{-}5)$$

lze určit kořeny z_i.

Dále dle definice Z-transformace/1/

$$\mathcal{L}\{y^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)\, e^{-pkT} \qquad (2.7\text{-}6)$$

kde: $y^*(t)$ je posloupnost impulsů, jejichž hodnota odpovídá vždy hodnotě vstupního signálu do vzorkovače v okamžiku vzorkování $y(kT)$

$y(kT)$ je hodnota spojité funkce $y(t)$ v okamžicích vzorkování $t = kT$

k je nezáporné celé číslo

T je interval vzorkování

p je komplexní proměnná

a po zavedení nové proměnné

$$z = e^{pT} \qquad (2.7\text{-}7)$$

získáme z Laplaceova obrazu $\mathcal{L}\{y^*(t)\}$ impulsního signálu transformaci

$$Z[y^*(t)] = Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT)\, z^{-k} \qquad (2.7\text{-}8)$$

Dle (2.7-7) je

$$z = e^{pT}, \quad p = \frac{1}{T} \ln z$$

Tímto vztahem se převádí Laplaceův obraz nekonečné řady (2.7-6) na její Z-transformaci (2.7-8) a obráceně.

Platí proto také

$$z_i = e^{p_i T}$$

a podmínka zápornosti reálné části kořenů p_i je shodná s podmínkou na velikost absolutní hodnoty menší než jednotkovou

$$|z_i| < 1 \tag{2.7-9}$$

Hranici stability u lineární spojité soustavy tvoří imaginární osa, u lineární impulsní soustavy jednotkotková kružnice./2/

3. EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Ověřovací výpočty identifikace metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním a identifikace metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním byly prováděny simulacemi na číslicovém počítači RPP-16S. Identifikační algoritmy byly ověřovány v otevřeném regulačním obvodu, s lineární dynamickou soustavou druhého řádu, stabilní, aperiodickou.

Do otevřeného regulačního obvodu vstupuje buďto:

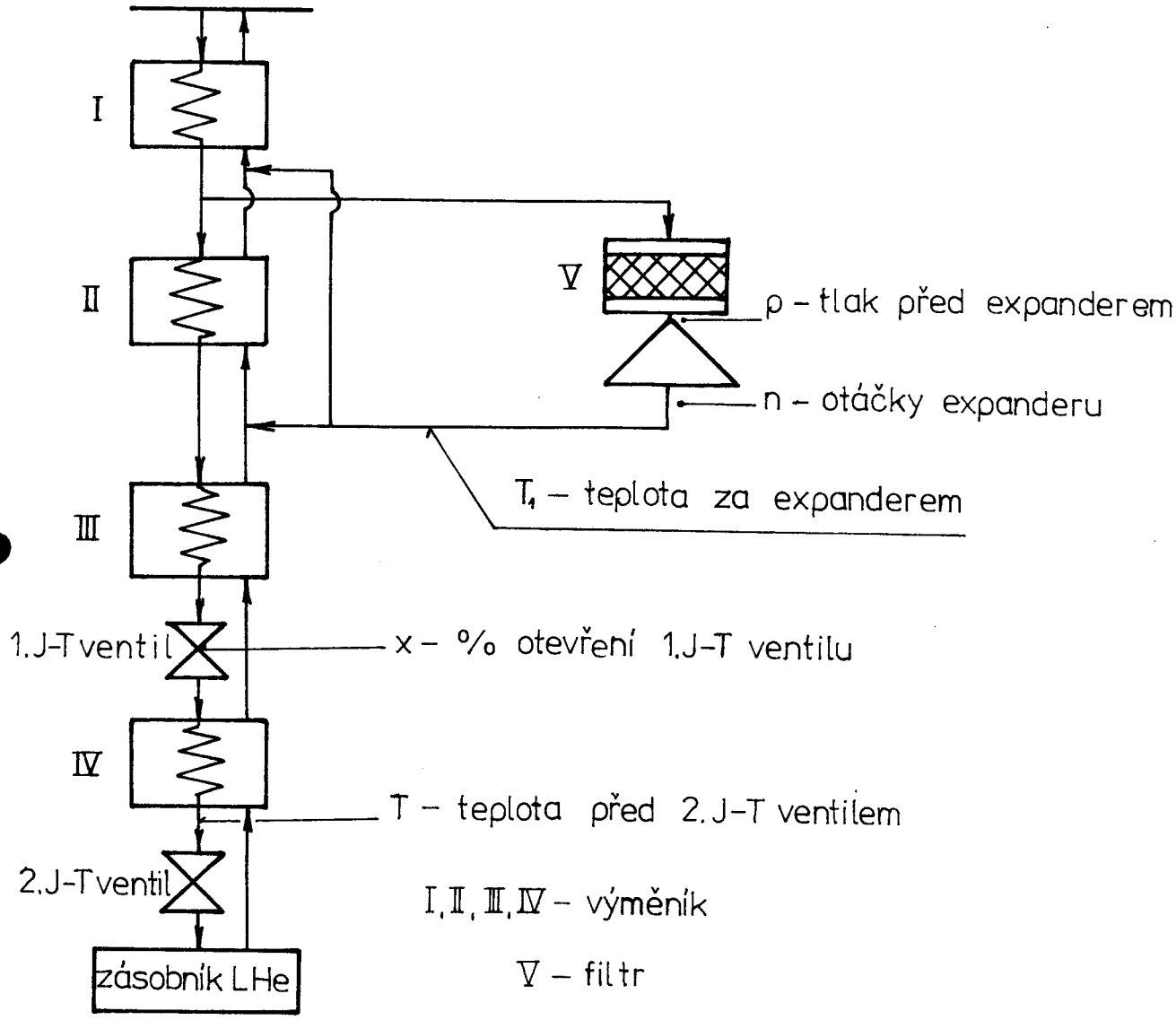
a) realizace diskrétního bílého šumu d s nulovou střední hodnotou $Ed=0$ a rozptylem σ_d^2, $Ed^2=\sigma_d^2$, která je získávána z generátoru náhodných čísel s normálním rozložením pravděpodobnosti v intervalu $(-1,1)$.

b) realizace diskrétního šumu charakteru náhodné procházky d^*,
$$d_k^* = d_{k-1}^* + d_k = \sum_{i=0}^{k} d_i \quad , \quad k \geq 0$$
s nulovou střední hodnotou $Ed^*=0$ a rozptylem
$$E\{d_k^*\}^2 = (k+1)\sigma_d^2$$
(jedná se o nestacionární náhodný proces).

3.1. Popis zvolené soustavy

Ve spolupráci s n. p. Ferox Děčín byla na VŠST v Liberci v r. 1984 řešena problematika číslicové regulace zkapalňovače hélia, viz/11/. V n. p. Ferox Děčín byla provedena na zkapalňovači hélia měření. Výsledky měření byly dodány na VŠST v Liberci na děrných páskách ve formě přechodových charakteristik.

Regulovanou část technologické soustavy můžeme znázornit tímto jednoduchým schematem:



obr. 1

Úkolem bylo navržení dvou regulátorů a to regulátoru otáček expanderu při sledování veličiny tlak před expanderem a regulátor nastavení 1. J-T ventilu při sledování veličiny teplota za expanderem.

Výsledkem uvedené spolupráce byl návrh několika variant číslicových regulátorů typu PID pro regulování dané technologické soustavy.

Pro ověření obou metod identifikace byla z dodaných

přechodových charakteristik vybrána přechodová charakteristika p/x (tlak před expanderem/% otevření 1. J-T ventilu) a pomocí programu uvedeného v /12/ byla určena diferenční rovnice modelu soustavy:

$$y_k - 1{,}742692\, y_{k-1} + 0{,}7553200\, y_{k-2} = \\ = -0{,}02455828\, u_{k-1} + 0{,}02493221\, u_{k-2} \qquad (3.1\text{-}1)$$

Srovnáním s rovnicí (2.7-2) je

$$a_1 = -1{,}742692 \qquad b_1 = -0{,}02455828$$

$$a_2 = 0{,}7553200 \qquad b_2 = 0{,}02493221$$

a kořeny charakteristické rovnice dle (2.7-5) jsou

$$Z_1 = 0{,}8087017 \qquad Z_2 = 0{,}9339909$$

Jedná se o lineární dynamickou soustavu druhého řádu, stabilní, aperiodickou.

3.2. Simulační program

Pro simulaci identifikace v otevřeném regulačním obvodu byl vypracován program v programovacím jazyku RPP-FORTRAN pro počítač RPP-16S (příloha č. 1). Jeho struktura je následující:

hlavní program: obsahuje popis k použití programu, provádí simulaci soustavy, zajišťuje čtení a tisk vstupních dat pro simulaci, tisk výsledků identifikace v jednotlivých krocích identifikace

podprogramy:

UDFILU k identifikaci metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním.

LDDIC k identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním.

PRCHD spolu s PRIP zajišťuje vytvoření pole hodnot pro tisk grafu přechodových charakteristik.

GRAF zajišťuje tisk grafu.

TI slouží pro tisk vstupních a výstupních hodnot.

ALIN spolu s SQAR a TIRO zajišťují výpočet a tisk kořenů charakteristické rovnice Linovou metodou.

BAIR zajišťuje výpočet kořenů charakteristické rovnice v případě selhání Linovy metody.

RAD spolu s TECKY zajišťují zvolenou grafickou upravu tisku.

jednopříkazová funkce NAH má funkci generátoru náhodných čísel s normálním rozložením v intervalu (-1,1).

Činnost programu (které výsledky požadujeme) je řízena klíči (popis činnosti proveden pro zapnutý klíč).

Klíč:

1...zajišťuje ukončení výpočtu v libovolném identifikačním kroku.

2...provádí se stránkování grafu.

3...zadání data výpočtu.

4...zajišťuje grafický výstup přechodových charakteristik pro devět za sebou následujících identifikačních kroků. Pro porovnání se do grafu tiskne i přechodová charakteristika simulované soustavy.

5...potlačení tisku v jednotlivých identifikačních krocích.

6...provádí se výpočet kořenů charakteristické rovnice.

7...zajišťuje grafický výstup přechodové charakteristiky simulované soustavy.

8...provádí se grafický výstup reálných částí kořenů charak-

teristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním zapomínáním.

9...viz klíč 8 pro identifikaci se směrovým zapomínáním.

10...provádí se tisk kořenů charakteristické rovnice v jednotlivých identifikačních krocích.

11...na vstupu do soustavy je realizace diskrétního bílého šumu. Je-li tento klíč vypnut, je na vstupu do soustavy diskrétní šum charakteru náhodné procházky.

3.2.1 Popis podprogramu pro identifikaci metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním - UDFILU

Formální parametry SUBROUTINE UDFILU (DA, P, NV, NV1, FRG, INIT) mají při volání podprogramu následující význam/3/

Vstup: DA vektor dat

NV rozměr vektoru dat

NV1=NV-1 rozměr vektoru parametrů

FRG koeficient exponenciálního zapomínání (0,1)

INIT zajišťuje v prvním kroku zadání počátečních podmínek. V prvním kroku identifikace musí být INIT = 0.

Výstup: P vektor identifikovaných parametrů

Příklad:

Pro soustavu popsanou diferenční rovnicí

$$y_k + a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} = b_1 u_{k-1}$$

má vektor dat hodnoty

$$DA = [y_k, -y_{k-1}, -y_{k-2}, u_{k-1}]$$

rozměr vektoru dat

NV = 4

a tedy rozměr vektoru parametrů

NV1 = 3

výsledkem identifikace pak bude vektor parametrů

$$P = [a_1, a_2, b_1]$$

3.2.2 Popis podprogramu pro identifikaci metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním - LDDIC

Formální parametry SUBROUTINE LDDIC (D,P,ND,NP,FI,INIT) mají při volání podprogramu následující význam

Vstup: D vektor dat

ND rozměr vektoru dat

NP=ND-1 rozměr vektoru parametrů

FI koeficient směrového zapomínání (0,1)

INIT zajišťuje v prvním kroku zadání počátečních podmínek. V prvním kroku identifikace musí být INIT = 0.

Výstup: P vektor identifikovaných parametrů

Příklad: viz kap. 3.2.1

Poznámka: Pokud koeficienty zapomínání FI = FRG = 1, pak jde v obou případech o stejnou metodu nejmenších čtverců s L-U rozkladem.

3.3. Volba ověřovacích příkladů

Aby se simulační výpočty co nejvíce přiblížily skutečným podmínkám, byla pro ověřování identifikace se směrovým zapomínáním i identifikace s exponenciálním zapomínáním zvolena soustava, jejíž diferenční rovnice byla získána z přechodo-

dové charakteristiky naměřené v n.p. Ferox Děčín na zkapalňovači hélia. Identifikovaná soustava byla buďto buzena diskrétním šumem charakteru náhodné procházky, nebo diskrétním bílým šumem. Pro tyto vstupní signály do soustavy byl měněn koeficient zapomínání, sledován vliv jeho velikosti na rychlost konvergence odhadů identifikovaných parametrů a přesnost identifikace. Zvláštní pozornost byla věnována poloze kořenů charakteristické rovnice v jednotlivých krocích identifikace pro konkrétní podmínky identifikace (pro konkrétní koeficient zapomínání a vstupní signál do soustavy).

Průběhy odhadů identifikovaných parametrů a hodnoty kořenů charakteristické rovnice ve zvolených identifikačních krocích pro soustavu popsanou diferenční rovnicí (3.1-1), pro konkrétní vstupní signál a koeficient zapomínání, jsou pro obě ověřované metody identifikace uvedeny v tabulkách č. 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b.

Pro větší názornost jsou pro obě metody identifikace v příloze též připojeny grafické výstupy kořenů charakteristické rovnice zvolené soustavy, které byly vypočteny v jednotlivých krocích identifikace z příslušných odhadů parametrů pro zvolený koeficient zapomínání a konkrétní vstupní signál do soustavy (viz příloha 2,3,...,7).

Poznámka: V tabulkách č. 1a,.....,3b značí:

$\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2$ - identifikované parametry soustavy popsané diferenční rovnicí (3.1-1)

kořeny - kořeny charakteristické rovnice soustavy popsané diferenční rovnicí (3.1-1) vypočítané z odhadů parametrů soustavy v uvedených identifikačních krocích.

tabulka č. 1a

EXPONENCIÁLNÍ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.998						
Ident. krok	Výsledky identifikace					
	Nah. proch. na vstupu do soust.			Šum na vstupu do soust.		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.5761040	-0.0247706	0.5919310	-0.3286589	-0.0247334	-0.3591060
	0.5825630	0.0250678	0.9841740	-0.2469805	-0.0101936	0.6877649
300	-1.6917310	-0.0246125	0.7466465	-0.6649643	-0.0248142	-0.0618510
	0.7056450	0.2484031	0.9450859	-0.0449542	-0.0017642	0.7268156
500	-1.7187250	-0.0245554	0.7750669	-0.9745075	-0.0247107	0.2433566
	0.7313984	0.0249315	0.9436588	0.1779305	0.0059105	0.7311512
1000	-1.7349995	-0.0245554	0.7971785	-1.2971360	-0.0246598	0.6485683
	0.7476076	0.0249178	0.9378170	0.4225580	0.0138659	0.6485683
2000	-1.7419480	-0.0245582	0.8076221	-1.7129090	0.0245516	0.8248825
	0.7545832	0.0249322	0.9332469	0.7325182	0.0242063	0.8880276

tabulka č. 1b

SMĚROVÉ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.998						
Ident. krok	Výsledky identifikace					
	Nah. proch. na vstupu do soust.			Šum na vstupu do soustavy		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.5576170	-0.0247030	0.5715620	-0.3145144	-0.0247096	-0.3719630
	0.5635921	0.0250139	0.9860561	-0.2553441	-0.0105379	0.6864780
300	-1.6775580	-0.0246022	0.7291874	-0.5763113	-0.0248432	-0.1511592
	0.6915401	0.0248336	0.9483707	-0.1099638	-0.0039732	0.7274710
500	-1.7060840	-0.0245569	0.7591019	-0.7953899	-0.0247576	0.0598362
	0.7188569	0.0249361	0.9469830	0.0440128	0.0014727	0.7355541
1000	-1.7251580	-0.0245302	0.7838888	-0.9957504	-0.0247392	0.2718368
	0.7378508	0.0249042	0.9412697	0.1967865	0.0063805	0.7239141
2000	-1.7419480	-0.0245515	0.8026936	-1.5205640	-0.0245029	0.7602823
	0.7512007	0.0249264	0.9358501	0.5860416	0.0195400	0.7602823

tabulka č. 2a

EXPONENCIÁLNÍ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.980						
Ident. krok	Výsledky identifikace					
	Nah. proch. na vstupu do soust.			Šum na vstupu do soust.		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.6923410	-0.0248428	0.7311817	-0.5910723	-0.0249430	-0.0950303
	0.7027824	0.0252247	0.9611599	-0.0652005	-0.0037729	0.6861027
300	-1.7415880	-0.0245626	0.8077381	-1.6867250	-0.0245674	0.8433632
	0.7543072	0.0249277	0.9338509	0.7136974	0.0235596	0.8433632
500	-1.7426730	-0.0245583	0.8086731	-1.7410350	-0.0245589	0.8094498
	0.7553011	0.0249322	0.9340004	0.7540722	0.0248908	0.9315861
1000	-1.7426930	-0.0245583	0.8087021	-1.7426900	-0.0245583	0.8087044
	0.7553209	0.0249322	0.9339912	0.7553186	0.0249321	0.9339863
2000	-1.7426920	-0.0245583	0.8087074	-1.7426900	-0.0245583	0.8087044
	0.7553205	0.0249322	0.9339851	0.7553186	0.0249322	0.9339863

tabulka č. 2b

SMĚROVÉ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.980						
Ident. krok	Výsledky identifikace					
	Náh. proch. na vstupu do soust.			Šum na vstupu do soust.		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.5701900	-0.0246303	0.5838236	-0.3159844	-0.0248181	-0.3728665
	0.5758648	0.0252964	0.9863678	-0.2568495	-0.0105303	0.6888512
300	-1.7020730	-0.0245708	0.7541960	-0.6992340	-0.0248332	-0.1335824
	0.7148855	0.0250055	0.9478783	-0.0978915	-0.0033516	0.7328167
500	-1.7258060	-0.0245749	0.7874105	-0.8739437	-0.0247203	0.1310239
	0.7389029	0.0249601	0.9383961	0.0973402	0.0034639	0.7429199
1000	-1.7389690	-0.0245478	0.8043438	-1.1393210	-0.0246665	0.4343563
	0.7517611	0.0245478	0.9346264	0.3062062	0.0099653	0.7049654
2000	-1.7426010	-0.0245585	0.8085217	-1.7009220	-0.0245133	0.8338600
	0.7552246	0.0249328	0.9340809	0.7230089	0.0239662	0.8670631

tabulka č. 3a

EXPONENCIÁLNÍ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.965						
Ident krok	Výsledky identifikace					
	Nah. proch. na vstupu do soust.			Šum na vstupu do soust.		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.7272420	-0.0247044	0.7821634	-1.0519920	-0.0249103	0.4225897
	0.7392063	0.0250829	0.9450794	0.2659793	0.0076432	0.6294029
300	-1.7426700	-0.0245584	0.8086868	-1.7418930	-0.0245583	0.8091202
	0.7553009	0.0249321	0.9339840	0.7547264	0.0249128	0.9327740
500	-1.7426900	-0.0245582	0.8087044	-1.7426860	-0.0245583	0.8087105
	0.7553186	0.0249321	0.9339863	0.7553167	0.0249321	0.9339767
1000	-1.7426910	-0.0245583	0.8086975	-1.7426910	-0.0245582	0.8086971
	0.7553192	0.0249322	0.9339947	0.7553186	0.0249321	0.9339943
2000	-1.7426920	-0.0245583	0.8087036	-1.7426910	-0.0245583	0.8086994
	0.7553205	0.0249322	0.9339893	0.7553194	0.0249322	0.9339928

tabulka č. 3b

SMĚROVÉ ZAPOMÍNÁNÍ KOEF. ZAPOMÍNÁNÍ = 0.965						
Ident. krok	Výsledky identifikace					
	Nah. proch. na vstupu do sost.			Šum na vstupu do soust.		
	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny	$\hat{a}_1, \hat{a}_2$	$\hat{b}_1, \hat{b}_2$	kořeny
100	-1.5801030	-0.0246171	0.5938677	-0.3162380	-0.0249142	-0.3731812
	0.5856936	0.0255270	0.9862354	-0.2572783	-0.0105499	0.6894194
300	-1.7182610	-0.0245765	0.7667273	-0.6141207	-0.0248454	-0.1211143
	0.7295675	0.0251419	0.9515350	-0.0890475	-0.0028897	0.7352352
500	-1.7343870	-0.0245839	0.7978598	-0.9214867	-0.0247640	0.1764392
	0.7472181	0.0249622	0.9365280	0.1314558	0.0046303	0.7450480
1000	-1.7418590	-0.0245542	0.8080364	-1.2231380	-0.0245896	0.5724916
	0.7545639	0.0249291	0.9338238	0.3724901	0.0120985	0.6506470
2000	-1.7426870	-0.0245583	0.8086803	-1.7380810	-0.0245482	0.8096546
	0.7553139	0.0249322	0.9340080	0.7517052	0.0248339	0.9284267

3.4. Hodnocení výsledků

Identifikace metodou nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním a identifikace metodou nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním byla ověřována na stabilní lineární dynamické soustavě druhého řádu, popsané diferenční rovnicí (3.1-1), v otevřeném regulačním obvodu. V průběhu identifikace nebyly měněny parametry soustavy.

Z tabulek a příloh je zřejmé, že výsledky identifikace dosažené oběmi metodami identifikace závisí na charakteru vstupního signálu do soustavy a na velikosti koeficientu zapomínání. Vzhledem k doporučeným hodnotám v /13/ byl volen koeficient zapomínání pro ověřování obou metod identifikace v rozmezí 0,965 až 1,0 .

1. Pro obě metody identifikace je zvolen stejný koeficient zapomínání

Rychlost konvergence odhadů parametrů soustavy u obou metod identifikace je větší při dostatečném buzení soustavy (v našem případě tehdy, vstupuje-li do soustavy diskrétní šum charakteru náhodné procházky). Identifikace metodou exponenciálního zapomínání je „živější" (ve smyslu rychlosti konvergence odhadů parametrů soustavy) oproti identifikaci se směrovým zapomínáním.

2. Pro obě metody identifikace je zvolen stejný vstupní signál do soustavy

Volba koeficientu zapomínání blízká jedné činí rychlost konvergence odhadů parametrů soustavy pomalejší pro obě metody identifikace. Z uvedených simulačních výpočtů vyplývá, že při snížení koeficientu zapomínání u směrového zapomínání o hodnotu 0,1 až 0,2 oproti exponenciálnímu zapomínání dosáhneme u obou metod identifikace přibližně stejný průběh od-

hadů parametrů soustavy.

Poznámka 1.: Oba algoritmy průběžné identifikace byly (kromě zvolené soustavy) ověřovány i na jiných lineárních stabilních soustavách prvního, druhého a třetího řádu. Lze říci, že s rostoucím řádem soustavy je rychlost konvergence odhadů parametrů soustavy nižší.

Poznámka 2.: Při ověřování obou metod identifikace byla zvláštní pozornost věnována chování kořenů charakteristické rovnice v průběhu identifikace a to kromě uvedené soustavy v kap. 3.1. i u jiných stabilních lineárních soustav druhého a třetího řádu. Bylo pozorováno, že v průběhu identifikace jeden kořen u soustavy druhého řádu, resp. dva kořeny u soustavy třetího řádu, konverguje velmi rychle k očekávaným hodnotám (rychlost konvergence závisí na zvolených podmínkách identifikace, viz bod 1. a 2.) ,zatímco zbývající kořen oproti nim konverguje k očekávané hodnotě relativně pomalu. Výše uvedené platí pro obě metody identifikace, vzhledem k menšímu rozsahu ověřovacích výpočtů však nelze zobecnit.

4. ZÁVĚR

V předložené diplomové práci je diskutována a řešena průběžná identifikace modelu soustavy v otevřeném regulačním obvodu. Výchozím popisem soustavy byla diferenční rovnice a její Z-transformace. Tato diferenční rovnice byla získána z přechodové charakteristiky, která byla naměřena v rámci spolupráce VŠST v Liberci s n.p. Ferox Děčín na skutečné technologické soustavě, zkapalňovači hélia. K identifikaci byly použity dvě metody:

1. Metoda nejmenších čtverců s exponenciálním zapomínáním - - algoritmus UDFILU
2. Metoda nejmenších čtverců se směrovým zapomínáním - - algoritmus LDDIC

Lze konstatovat, že v rámci této diplomové práce nebyly vytvořeny takové podmínky identifikace, při kterých by směrové zapomínání přineslo proti exponenciálnímu zapomínání výrazně lepší výsledky identifikace ve smyslu nestranných odhadů parametrů soustavy. K dosažení stejného výsledku identifikace oběmi metodami je třeba koeficient směrového zapomínání oproti koeficientu exponenciálního zapomínání poněkud snížit.

V rámci řešení byla též připravována identifikace v uzavřeném regulačním obvodu. Problém však nebyl natolik dořešen, aby mohl být v této diplomové práci prezentován.

4.1. Návrh na pokračování práce

V návaznosti na tuto diplomovou práci by bylo vhodné:

- zabývat se ověřováním obou algoritmů identifikace v uzavřeném regulačním obvodu a to i při simulaci pomalé změny parametrů soustavy

- zvláštní pozornost věnovat chování kořenů charakteristické rovnice v průběhu identifikace a to v otevřeném i uzavřeném regulačním obvodu.

Seznam literatury:

/1/ Hanuš,B.-Balda,M.: Základy technické kybernetiky. Skripta VŠST a ČVUT. 2.vydání.Liberec, VŠST 1981

/2/ Hanuš,B.-Balátě,J.-Švarc,I.-Zikeš,F.: Teorie automatického řízení.Skripta VŠST Liberec. 1.vydání, Liberec, VŠST 1982

/3/ Hirš,V.: Ověřování vlastností identifikace se směrovým zapomínáním.Diplomová práce ASŘ-SF067 Liberec, 1984

/4/ Kracík,V.: Směrové zapomínání. Učební text pro potřeby KTK (v přípravě)

/5/ Kulhavý,R.-Kárný,M.: Tracking of Slowly Varying Parameters by Directional Forgetting. UTIA Praha,1983

/6/ Kracík,V.-Janeček,B.-Hanousek,V.-Štemberk,P.: Ověření podprogramu UDFIL. Výzkumná zpráva KTK-0066. Liberec, VŠST 1980

/7/ Peterka,V.: Číslicové řízení procesů s náhodnými poruchami a neurčitými charakteristikami.Doktorská dizertační práce. Praha. UTIA 1975

/8/ Soukup,J.: Identifikace soustav. Skripta ČVUT Praha.2.vydání, Praha, ČVUT 1982

/9/ Olehla,M.-Tišer,J.: Praktické použití FORTRANU. 2.vydání, Praha, NADAS 1979

/10/Reisenauer,R.: Metody matematické statistiky a jejich aplikace.1.vydání,Praha,SNTL,Práce 1965

/11/Tůma,L.-Janeček,B.-Tišer,J.-Schötta,I.: Návrh číslicových PID regulátorů pro řízení otáček expanderu a nastavení 1. J-T ventilu zkapalňovače hélia ZRH 205. Výzkumná zpráva KTK-0133, Liberec, VŠST 1984

/12/ Janeček,J.: Diskretizace spojitého systému s použitím LD filtru. Zpráva o programu P0288. VŠST Liberec, 1984

/13/ Peterka,V.-Böhm,J.-Halousková,A,-Kárný,M.-Maršík,J.: Algoritmy pro adaptivní mikroprocesorovou regulaci technologických procesů,1.vydání, Praha, UTIA ČSAV 1982

Seznam příloh

Příloha č. 1. Simulační program

Příloha č. 2. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky. Koeficient zapomínání = 0.998.

Příloha č. 3. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky. Koeficient zapomínání = 0.980.

Příloha č. 4. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky. Koeficient zapomínání = 0.965.

Příloha č. 5. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.
Koeficient zapomínání = 0.998.

Příloha č. 6. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.
Koeficient zapomínání = 0.980.

Příloha č. 7. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy

vstupuje diskrétní bílý šum.

Koeficient zapomínání = 0.965.

Příloha č. 1. Simulační program

```
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
```

Příloha č. 1. Simulační program

```
*****************************************************************************
MENO PROGRAMU: SAUER
KOMENTAR: 1205 1965 NAH. PROCH. NEBO SUM NA VSTUPU DO SOUSTAVY
*****************************************************************************
```

```
 1
 2   PROGRAM OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC;
 3   COMMENT PROGRAM PRO OVERENI ROUTIN EXPONENC.A SMEROVEHO ZAPOMINANI
 4           NAH. PROCH. NEBO SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU
 5           Y(K)+A1*Y(K-1)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...
 6           POCET KOEF.A+B MAX.10
 7           KOEF.JSOU ZADANY Z TPW V PORADI A1,A2,...
 8           (RESP.B1,B2,...)
 9           KLICE  1 ... ZAP ... KONEC VYPOCTU
10                  2 ... ZAP ... STRANKOVANI GRAFU
11                  3 ... ZAP ... ZADANI DATA VYPOCTU(ZADAVA SE DEN A MESIC)
12                  4 ... ZAP ... GRAFICKY VYSTUP
13                  5 ... ZAP ... POTLACEN TISK V JEDNOTLIV.KROCICH
14                  6 ... ZAP ... VYPOCET KORENU CHAR. ROVNICE
15                  7 ... ZAP ... PRECH.CHAR.ZADANE SOUSTAVY
16                  8 ... ZAP ... GRAF. VYSTUP-REAL KORENY- EXPONECIALNI ZAPOMINANI
17                  9 ... ZAP ... GRAF. VYSTUP-REAL KORENY- SMEROVE ZAPOMINANI
18                 10 ... ZAP ... TISK KORENU CHAR. ROVNICE
19                 11 ... ZAP ... SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU
20                                (JE-LI KLIC 11 VYPNUT, NA VSTUPU
21                                DO SYSTEMU JE NAH. PROCHAZKA);
22   DIMENSION D(11),PZ(10),PE(10),PS(10),W(10),A(10),B(10);
23   DIMENSION PEA(10),PSA(10),Q(10),V(20,2);
24   DIMENSION P(10),RREAL(10),RIMAG(10),BE(10),QE(10);
25   DIMENSION WW(20),Y(100),WE(10,100),WS(10,100),RE(10,100),RS(10,100);
26   INN=0;
27   IKROK=1;
28   IROK=1965;
29   DO 1 I=1,10;
30   D(I)=0.0;
31   PS(I)=0.0;
32   1 PE(I)=0.0;
33   D(11)=0.0;
34   INIT=0;
35   WRITE OUTTYP,100;
36   100 FORMAT('
37   POCET PARAMETRU A = ');
38   READ INTYP,NA;
39   WRITE OUTTYP,101;
40   101 FORMAT('
41   PARAMETRY A =
42   ');
43   DO 2 I=1,NA;
44   2 READ INTYP,PZ(I);
45   WRITE OUTTYP,102;
46   102 FORMAT('
47   POCET PARAMETRU B = ');
48   READ INTYP,NB;
49   WRITE OUTTYP,103;
50   103 FORMAT('
51   PARAMETRY B =
52   ');
53   DO 3 I=1,NB;
54   IJ=I+NA;
55   3 READ INTYP,PZ(IJ);
```

```
 56   WRITE OUTTYP,104;
 57   104 FORMAT('
 58   KOEF. ZAP. = ');
 59   READ INTYP,F;
 60   IF KEY(7),13,44;
 61   44IF KEY(4),13,14;
 62   13 WRITE OUTTYP,115;
 63   115 FORMAT('
 64   POCET KROKU SIMULACE = ');
 65   READ INTYP,NS;
 66   14 IDAT=0;
 67   IF KEY(3),8,9;
 68   8 WRITE OUTTYP,118;
 69   118 FORMAT('
 70   DEN A MESIC VYPOCTU = ');
 71   READ INTYP,IDAT;
 72   9 CALL RAD(2);
 73   CALL TECKY(80);
 74   CALL RAD(1);
 75   CALL TECKY(80);
 76   CALL RAD(2);
 77   WRITE LINE,110;
 78   110 FORMAT('
 79   OVERENI ROUTIN UDFIL,LDDIC
 80   Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...
 81   ');
 82   IF KEY(11),124,125;
 83   124WRITE LINE,204;
 84   204FORMAT('
 85   SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU
 86   ');
 87   125WRITELINE,205;
 88   205FORMAT('
 89   NAHOD. PROCHAZKA NA VSTUPU DO SYSTEMU
 90   ');
 91   WRITE LINE,117,IDAT,IROK;
 92   117 FORMAT('
 93   VYPOCET PROVEDEN DNE ',2I4);
 94   CALL RAD(2);
 95   CALL TECKY(80);
 96   CALL RAD(1);
 97   CALL TECKY(80);
 98   CALL RAD(2);
 99   WRITE LINE,111;
100   111 FORMAT('ZADANE KOEF.A');
101   CALL TI(PZ,NA);
102   DO 12 I=1,NB;
103   IB=I+NA;
104   12 W(I)=PZ(IB);
105   WRITE LINE,112;
106   112 FORMAT('ZADANE KOEF.B');
107   CALL TI(W,NB);
108   WRITE LINE,113,F;
109   113 FORMAT('KOEF.ZAP. = ',E15.7);
110   IF KEY(4),15,16;
111   15 NK=NA+1;
112   IF(NK-NB),17,18,18;
113   17 NK=NB;
114   18 NV=2*NK;
115   CALL PRIP(PZ,A,B,NA,NB,NK);
116   CALL PRCHD(A,B,WW,Y,NK,NV,NS);
117   DO 19 I=1,NS;
118   WE(10,I)=Y(I);
119   19 WS(10,I)=Y(I);
120   IF KEY(7),46,16;
```

```
121   46WRITELINE,119;
122   119FORMAT('
123   GRAFICKY PRUBECH PRECH.CHAR.ZADANE SOUSTAVY
124   ');
125   DO99I=1,NS;
126   99WS(1,I)=WS(10,I);
127   CALL GRAF(WS,1,NS,10,100);
128   16 D(NA+2)=NAH(INN);
129   U=D(NA+2);
130   D(1)=PZ(NA+1)*D(NA+2);
131   NP=NA+NB;
132   ND=NP+1;
133   WRITE LINE,105;
134   105 FORMAT('
135   VEKTOR ZADANYCH KOEF.');
136   CALL TI(PZ,NP);
137   IF KEY(6),50,51;
138   50 DO 60 I=1,NA;
139   PEA(I)=0.0;
140   60 PEA(I)=PZ(I);
141   WRITE LINE,200;
142   200 FORMAT('
143   KORENY CHAR. ROVNICE','
144   REALNA CAST',5X,'IMAGINARNI CAST','
145   ');
146   NAK=NA;
147   CALL ALIN(NAK,PEA,V,IX,Q,KR);
148   IF(IX),70,71,70;
149   71 CALL TIRO(KR,V);
150   DO160I=1,NA;
151   RE(I,1)=V(I,1);
152   160RS(I,1)=V(I,1);
153   GOTO 51;
154   70NAK=NA;
155    CALL BAIR(NAK,PEA,RREAL,RIMAG,BE,P,QE);
156   DO 61 I=1,NA;
157   61 WRITE LINE,210,RREAL(I),RIMAG(I);
158   DO164I=1,NA;
159   RE(I,1)=RREAL(I);
160   164RS(I,1)=RREAL(I);
161   210 FORMAT('B','
162   ',2E15.7);
163   51IF KEY(5),4,5;
164   5 CALL RAD(2);
165   CALL TECKY(80);
166   CALL RAD(1);
167   CALL TECKY(80);
168   CALL RAD(10);
169   WRITE LINE,109,IKROK;
170   109 FORMAT('ITERACNI KROK CIS.     ',I8);
171   WRITE LINE,106;
172   106 FORMAT('
173   VEKTOR DAT');
174   CALL TI(D,ND);
175   4 CALL UDFILU(D,PE,ND,NP,F,INIT);
176   IF KEY(5),32,33;
177   33 WRITE LINE,107;
178   107 FORMAT('
179   VEKTOR PARAMETRU');
180   WRITE LINE,114;
181   114 FORMAT('
182   EXPONENCIALNI ZAPOMINANI');
183   CALL TI(PE,NP);
184   IF KEY(6),52,53;
185   52 DO 62 I=1,NA;
```

```
186   PEA(I)=0.0;
187   62 PEA(I)=PE(I);
188   NAK=NA;
189   CALL ALIN (NAK,PEA,V,IX,Q,KR);
190   IF (IX),72,73,72;
191   73 IF KEY(10),161,162;
192   161WRITE LINE,200;
193    CALL TIRO (KR,V);
194   162IF KEY(8),165,166;
195   165DO167I=1,NA;
196   IV=I+NA;
197   167RE(IV,1)=V(I,1);
198   166GOTO 53;
199   72NAK=NA;
200    CALL BAIR (NAK,PEA,RREAL,RIMAG,BE,P,QE);
201   IF KEY(10),163,188;
202   163WRITE LINE,200;
203   DO 63 I=1,NA;
204   63 WRITE LINE,210,RREAL(I),RIMAG(I);
205   188IF KEY(8),168,53;
206   168DO169I=1,NA;
207   IV=I+NA;
208   169RE(IV,1)=RREAL(I);
209   53WRITE LINE,107;
210   WRITE LINE,108;
211   108 FORMAT('
212   SMEROVE ZAPOMINANI');
213   32 INIT=0;
214   CALL LDDIC(D,PS,ND,NP,F,INIT);
215   IF KEY(5),34,35;
216   35 CALL TI(PS,NP);
217   34IF KEY(6),54,55;
218   54 DO 64 I=1,NA;
219   PSA(I)=0.0;
220   64 PSA(I)=PS(I);
221   NAK=NA;
222   CALL ALIN (NAK,PSA,V,IX,Q,KR);
223   IF(IX),74,75,74;
224   75 IF KEY(10),189,190;
225   189WRITE LINE,200;
226   CALL TIRO(KR,V);
227   190IF KEY(9),98,170;
228   98 DO 171 I=1,NA;
229   IV=I+NA;
230   171RS(IV,1)=V(I,1);
231   170GOTO 55;
232   74NAK=NA;
233    CALL BAIR (NAK,PSA,RREAL,RIMAG,BE,P,QE);
234   IF KEY(10),191,192;
235   191 WRITE LINE,200;
236   DO 65 I=1,NA;
237   65 WRITE LINE,210,RREAL(I),RIMAG(I);
238   192IF KEY(9),172,55;
239   172DO173I=1,NA;
240   IV=I+NA;
241   173RS(IV,1)=RREAL(I);
242   55 IHYM=1;
243   IS=1;
244    IF KEY(4),20,45;
245   20 CALL PRIP(PE,A,B,NA,NB,NK);
246   CALL PRCHD(A,B,WW,Y,NK,NV,NS);
247   DO 22 I=1,NS;
248   22 WE(1,I)=Y(I);
249   CALL PRIP(PS,A,B,NA,NB,NK);
250   CALL PRCHD(A,B,WW,Y,NK,NV,NS);
```

```
251   DO 23 I=1,NS;
252   23 WS(1,I)=Y(I);
253   45NZ=NA+NA;
254   IKZAC=1;
255   ICH=0;
256   IP=1;
257   IZ=1;
258   IR=1;
259   IHYM=0;
260   IS=2;
261   IZAC=1;
262   21  J=ND;
263   IKROK=IKROK+1;
264   IR=IR+1;
265   IP=IP+1;
266   IF(IP-100),120,121,121;
267   121WRITEOUTTYP,202,IKROK;
268   202FORMAT('
269   IKROK=',I5);
270   IP=0;
271   120DO 6 I=1,NP;
272   D(J)=D(J-1);
273   6 J=J-1;
274   NA1=NA+1;
275   D(2)=-D(2);
276   IF KEY(11),126,127;
277   126U=NAH(INN);
278   D(NA+2)=U;
279   GOTO 128;
280   127U=U+NAH(INN);
281   D(NA+2)=U;
282   128D(1)=0.0;
283   DO 7 I=1,NP;
284   7 D(1)=D(1)+PZ(I)*D(I+1);
285   IF KEY(5),36,37;
286   37 CALL RAD(2);
287   CALL TECKY(80);
288   CALL RAD(2);
289   WRITE LINE,109,IKROK;
290   WRITE LINE,106;
291   CALL TI(D,ND);
292   36 CALL UDFILU(D,PE,ND,NP,F,INIT);
293   IF KEY(5),38,39;
294   39 WRITE LINE,107;
295   WRITE LINE,114;
296   CALL TI(PE,NP);
297   38IF KEY(6),56,57;
298   56IF(IR-10),57,123,123;
299   123IZ=IZ+1;
300    DO 66 I=1,NA;
301   PEA(I)=0.0;
302   66 PEA(I)=PE(I);
303   NAK=NA;
304   CALL ALIN (NAK,PEA,V,IX,Q,KR);
305   IF(IX),76,77,76;
306   77IF KEY(10),95,94;
307   95 WRITE LINE,200;
308    CALL TIRO (KR,V);
309   94IF KEY(8),174,175;
310   174DO176I=1,NA;
311   RE(I,IZ)=RE(I,1);
312   IV=I+NA;
313   176RE(IV,IZ)=V(I,1);
314   175GOTO 57;
315   76NAK=NA;
```

```
316    CALL BAIR (NAK,PEA,RREAL,RIMAG,BE,P,QE);
317   IF KEY(10),97,96;
318   97 WRITE LINE,200;
319   DO 67 I=1,NA;
320   67 WRITE LINE,210,RREAL(I),RIMAG(I);
321   96IF KEY(8),177,57;
322   177DO178I=1,NA;
323   RE(I,IZ)=RE(I,1);
324   IV=I+NA;
325   178RE(IV,IZ)=RREAL(I);
326   57IF KEY(5),91,92;
327   92WRITE LINE,107;
328    WRITE LINE,108;
329   91 CALL LDDIC(D,PS,ND,NP,F,INIT);
330   IF KEY(5),40,41;
331   41 CALL TI(PS,NP);
332   40IF KEY(6),58,90;
333   58IF(IR-10),90,122,122;
334   122IR=0;
335    DO 68 I=1,NA;
336   PSA(I)=0.0;
337   68 PSA(I)=PS(I);
338   NAK=NA;
339   CALL ALIN (NAK,PSA,V,IX,Q,KR);
340   IF (IX),78,79,78;
341   79 IF KEY(10),185,184;
342   185 WRITE LINE,200;
343    CALL TIRO (KR,V);
344   184IF KEY(9),179,180;
345   179DO181I=1,NA;
346   RS(I,IZ)=RS(I,1);
347   IV=I+NA;
348   181RS(IV,IZ)=V(I,1);
349   180GOTO 90;
350   78NAK=NA;
351    CALL BAIR(NAK,PSA,RREAL,RIMAG,BE,P,QE);
352   IF KEY(10),187,186;
353   187WRITE LINE,200;
354   DO 69 I=1,NA;
355   69 WRITE LINE,210,RREAL(I),RIMAG(I);
356   186IF KEY(9),182,90;
357   182DO183I=1,NA;
358   RS(I,IZ)=RS(I,1);
359   IV=I+NA;
360   183RS(IV,IZ)=RREAL(I);
361   90IF KEY(8),47,48;
362   47IF(ICH),80,59,80;
363   80IKZAC=IKROK;
364   ICH=0;
365   59IF(IZ-100),82,83,83;
366   83IF KEY(8),84,85;
367   84WRITELINE,201,IKZAC,IKROK;
368   201FORMAT('
369   GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE,  ITER. KROK   ',I5,'  AZ',I5);
370   WRITE LINE,114;
371   WRITELINE,203,F;
372   203FORMAT('
373   TISK KORENU PO  10  IDENTIF. KROCICH
374   KOEF. ZAPOMINANI =',E15.7);
375   CALL GRAF(RE,NZ,IZ,10,100);
376   IF KEY(9),86,87;
377   86WRITE LINE,201,IKZAC,IKROK;
378   WRITE LINE,108;
379   WRITELINE,203,F;
380   CALL GRAF(RS,NZ,IZ,10,100);
```

```
381   GOTO87;
382   85GOTO86;
383   87IZ=0;
384   ICH=1;
385   82GOTO93;
386   48IF KEY(9),88,89;
387   88GOTO47;
388   89IZ=0;
389   ICH=1;
390   93 IF KEY(4),24,25;
391   24 CALL PRIP(PE,A,B,NA,NB,NK);
392   CALL PRCHD(A,B,WW,Y,NK,NV,NS);
393   DO 26 I=1,NS;
394   26 WE(IS,I)=Y(I);
395   CALL PRIP(PS,A,B,NA,NB,NK);
396   CALL PRCHD(A,B,WW,Y,NK,NV,NS);
397   DO 27 I=1,NS;
398   27 WS(IS,I)=Y(I);
399   IF(IHYM),42,43,42;
400   42 IZAC=IKROK;
401   IHYM=0;
402   43 IS=IS+1;
403   IF (IS-10),10,28,28;
404   28 IS=1;
405   CALL RAD(2);
406   WRITE LINE,116,IZAC,IKROK;
407   116FORMAT('
408   GRAFICKE PRUBEHY PRECH.CHAR.   ITERACNI KROK  ',I5,'   AZ',I5);
409   WRITE LINE,114;
410   CALL GRAF(WE,10,NS,10,100);
411   WRITE LINE,108;
412   CALL GRAF(WS,10,NS,10,100);
413   IHYM=1;
414   GOTO 10;
415   25 IS=1;
416   IHYM=1;
417   10 IF KEY(1),11,21;
418   11 IF(IS-1),29,29,30;
419   30 DO 31 I=1,NS;
420   WE(IS,I)=WE(10,I);
421   31 WS(IS,I)=WS(10,I);
422   WRITE LINE,116,IZAC,IKROK;
423   WRITE LINE,114;
424   CALL GRAF(WE,IS,NS,10,100);
425   WRITE LINE,108;
426   CALL GRAF(WS,IS,NS,10,100);
427   29 CONTINUE;
428   END;
429
430   SUBROUTINE UDFILU(DA,P,NV,NV1,FRG,INIT);
431
432   COMMENT IDENTIFIKACE METODOU NEJMENSICH CTVERCU
433           S EXPONENCIALNIM ZAPOMINANIM
434           USPORNE ULOZENI  (JAB)
435   DEKLARACE POLI G(NV),D(NV),U(NV*(NV+1)/2)
436
437
438   POZN. POKUD FRG=1 METODA PRECHAZI NA PROSTOU METODU
439         NEJMENSICH CTVERCU;
440
441   DIMENSION DA(NV),P(NV1);
442   DIMENSION G(40),D(40),U(820);
443   IF(INIT),3,1,3;
444   1 DO 4 I=1,NV;
445   G(I)=0.0;
```

```
D(I)=0.1E4;
DO 2 J=1,NV;
I1=IND(J,I,NV);
2 U(I1)=0.0;
I1=IND(I,I,NV);
4 U(I1)=0.1E1;
INIT=1;
3 SIG=FRG;
DO 10 K=1,NV;
J=NV-K+1;
H=DA(J);
I=J+1;
IF(I-NV),8,8,7;
8 DO 6 I=I,NV;
I1=IND(J,I,NV);
6 H=H+U(I1)*DA(I);
7 A=H/SIG;
G(J)=D(J)*H;
ASIG=SIG+G(J)*H;
D(J)=SIG/FRG*D(J)/ASIG;
SIG=ASIG;
I=J+1;
IF(I-NV),9,9,10;
9 DO 5 I=I,NV;
I1=IND(J,I,NV);
UIJ=U(I1);
U(I1)=UIJ-G(I)*A;
5 G(I)=G(I)+UIJ*G(J);
10 CONTINUE;
DO 11 I=1,NV1;
11 P(I)=-U(I+1);
RETURN;
END;

FUNCTION IND(I,J,N);
IND=(I-1)*N-I*(I-1)/2+J;
RETURN;
END;

SUBROUTINE LDDIC(D,P,ND,NP,FI,INIT);
COMMENT IDENTIFIKACE METODOU NEJMENSICH CTVERCU
        SE SMEROVYM ZAPOMINANIM (MO,HI)

POZN. POKUD FI=1 METODA PRECHAZI NA PROSTOU METODU
      NEJMENSICH CTVERCU;

DIMENSION D(ND),P(NP);
REAL DIMENSION LD(11,11),G(11),H(11);
AC1=0.1E-19;
AC2=0.1E-1;
TR=0.0;
IF(INIT),13,14,13;
14 INIT=1;
DO 16 I=1,ND;
DO 15 J=1,ND;
15 LD(I,J)=0.0;
16 LD(I,I)=0.1E4;
13 J=ND;
G(J)=LD(J,J)*D(J);
HJ=G(J)*D(J);
H(J)=HJ;
J1=J-1;
1 F=D(J1);
DO 2 I=J,ND;
2 F=F-LD(I,J1)*D(I);
```

```
511    GJ=F*LD(J1,J1);
512    G(J1)=GJ;
513    HJ=HJ+F*GJ;
514    H(J1)=HJ;
515    J=J1;
516    J1=J-1;
517    IF(J1),3,3,1;
518    3 DZ=H(2);
519    IF(DZ-AC1),10,10,17;
520    17 HJ=FI*DZ-0.1E1+FI;
521    IF(ABS(HJ)-AC2),7,7,18;
522    18 HJ=DZ/HJ;
523    J=ND;
524    A=H(J)+HJ;
525    LD(J,J)=LD(J,J)*HJ/A;
526    J1=J-1;
527    4 GJ=G(J1);
528    C=LD(J1,J1)*A;
529    B=GJ/C;
530    A=H(J1)+HJ;
531    LD(J1,J1)=C/A;
532    DO 5 I=J,ND;
533    C=LD(I,J1);
534    LD(I,J1)=C+B*G(I);
535    IF(J1-1),19,5,19;
536    19 G(I)=G(I)-C*GJ;
537    5 CONTINUE;
538    J=J1;
539    J1=J-1;
540    IF(J-2),11,6,4;
541    6 TR=FI*(TR+0.2E1)-0.1E1;
542    HJ=0.1E1;
543    A=0.1E1+DZ;
544    GOTO 4;
545    7 J=ND;
546    J1=J-1;
547    8 GJ=G(J1);
548    DO 9 I=J,ND;
549    9 G(I)=G(I)-LD(I,J1)*GJ;
550    J=J1;
551    J1=J-1;
552    IF(J-2),6,6,8;
553    10 TR=FI*(TR+0.1E1);
554    LD(1,1)=LD(1,1)/(0.1E1+H(1)-DZ);
555    11 LD(1,1)=LD(1,1)/FI;
556    DO 12 I=1,NP;
557    12P(I)=LD(I+1,1);
558    RETURN;
559    END;
560
561    REAL FUNCTION NAH(INIT);
562      IF(INIT),1,1,2;
563    1 I=24287;
564    INIT=1;
565    2 J=I/0200;
566      J=I.AND..NOT.J.OR..NOT.I.AND.J;
567      I=J;
568      J=J.AND.0177;
569      J=J*0400;
570      I=I.AND..NOT.J.OR..NOT.I.AND.J;
571      A=I;
572      NAH=A/0.32768E5-0.5;
573    RETURN;
574    END;
575
```

```
576   SUBROUTINE TI(A,N);
577   COMMENT TISK N HODNOT VEKTORU A (JAB);
578   DIMENSION A(N);
579   I1=10;
580   WRITE LINE,101;
581   101 FORMAT('
582   ');
583   100 FORMAT(E15.7);
584   DO 3 I=1,N;
585    WRITE LINE,100,A(I);
586   I1=I1-1;
587   IF(I1),1,1,3;
588   1 I1=10;
589   WRITE LINE,101;
590   3 CONTINUE;
591   WRITE LINE,101;
592   RETURN;
593   END;
594
595   SUBROUTINE RAD(K);
596   DO 1 I=1,K;
597   1 WRITE LINE,100;
598   100 FORMAT('
599   ');
600   RETURN;
601   END;
602
603   SUBROUTINE TECKY(N);
604   DO 1 I=1,N;
605   1 WRITE LINE,100;
606   100 FORMAT('.');
607   RETURN;
608   END;
609
610   SUBROUTINE PRIP(Q,A,B,NA,NB,NK);
611   DIMENSION A(NK),B(NK);
612   DIMENSION Q(10);
613   DO 1 I=1,NK;
614   A(I)=0.0;
615   1 B(I)=0.0;
616   A(1)=0.1E1;
617   DO 2 I=1,NA;
618   2 A(I+1)=Q(I);
619   DO 3 I=1,NB;
620   IJ=I+NA;
621   3 B(I)=Q(IJ);
622   RETURN;
623   END;
624
625   SUBROUTINE PRCHD(A,B,W,Y,N,NV,NY);
626   COMMENT VYPOCET PRECH.CHAR.DISKRET.SYST. (JAJ)
627           A...N-TICE KOEF.A, B...N-TICE KOEF.B
628           W...POMOCNY VEKTOR, Y...HODNOTY PRECH.CHAR.
629           N...POCET KOEF.VEKTORU A(RESP.B)
630           NY...POCET HODNOT PRECH.CHAR.;
631   DIMENSION A(N),B(N),W(NV),Y(NY);
632   DO 1 I=1,NY;
633   1 Y(I)=0.0;
634   NV=2*N;
635   DO 2 I=1,NV;
636   2 W(I)=0.0;
637   W(N+1)=0.1E1;
638   DO 3 J=2,NY;
639   W(1)=0.0;
640   DO 4 I=2,N;
```

```
641   IN=N-1+I;
642   4 W(1)=W(1)-A(I)*W(I)+B(I-1)*W(IN);
643   W(1)=W(1)+B(N)*W(NV);
644   Y(J)=W(1);
645   I1=N;
646   DO 5 I=2,N;
647   W(I1)=W(I1-1);
648   5 I1=I1-1;
649   IF(J-N),6,6,3;
650   6 I1=N+J;
651   W(I1)=0.1E1;
652   3 CONTINUE;
653   RETURN;
654   END;
655
656   SUBROUTINE GRAF(A,I,J,IM,JM);
657   COMMENT TISK GRAFU FCI ULOZENYCH NA MATICI A  (ST)
658           I ... POCET FCI
659           J ... POCET HODNOT JEDNE FCE;
660   DIMENSION A(IM,JM);
661   REAL LEV;
662   DIMENSION IZ(10),IZT(170),T1(20),JT(170);
663   IF(I-10),92,92,91;
664   91 I=10;
665   92  IL=2;
666   IP=92;
667   MZR=0;
668   IF KEY(3),71,72;
669   71 IP=147;
670   72 IR=10;
671   LEV=IL;
672   PRAV=IP;
673   RAS=IR;
674   IZ(1)=075; IZ(2)=053; IZ(3)=052;
675   IZ(4)=046; IZ(5)=044; IZ(6)=043;
676   IZ(7)=072; IZ(8)=0130; IZ(9)=045; IZ(10)=055;
677   IF KEY(2),1,2;
678   1 NOV=11;
679   WRITE LINE,66,NOV;
680   2 AMA=A(1,1);
681   AMI=AMA;
682   DO 7 N=1,I;
683   DO 7 K=1,J;
684   IF(AMI-A(N,K)),4,4,5;
685   4 IF(AMA-A(N,K)),6,7,7;
686   5 AMI=A(N,K);
687   GOTO 7;
688   6 AMA=A(N,K);
689   7 CONTINUE;
690   9 WRITE LINE,10;
691   10 FORMAT('
692   PORADI ZNAKU V GRAFU ');
693   DO 11 II=1,I;
694   11 WRITE LINE,12,II,IZ(II);
695   12 FORMAT(I3,A1);
696   A1=AMA-AMI;
697   II=ALOG(A1)/0.2302585E1-0.5;
698   A2=II;
699   II=((A1/0.1E2**A2)+0.5)*0.1E3/RAS;
700   80  IF(II-500),81,85,84;
701   81IF(II-250),82,86,85;
702   82IF(II-200),83,87,86;
703   83IF(II-100),90,88,87;
704   90 II=II*10;
705   A2=A2-0.1E1;
```

```
706   GOTO 80;
707   84A1=0.1E2;
708   GOTO 89;
709   85A1=0.5E1;
710   GOTO 89;
711   86A1=0.25E1;GOTO 89;
712   87A1=0.2E1;GOTO 89;
713   88A1=0.1E1;
714   89A1=A1*0.1E2**A2;
715   13 WRITELINE,67,AMI,AMA;
716   67 FORMAT('
717   MIN=',E15.7,'    MAX=',E15.7);
718   D=(AMA-AMI)/(PRAV-LEV);
719   II=A1/D-0.5;
720   A2=II;
721   D=A1/A2;
722   A3=((PRAV-LEV)*D-(AMA-AMI))/0.2E1;
723   AMA=AMA+A3;
724   AMI=AMI-A3;
725   A2=AMI-D;
726   JC=0;
727   DO 39 II=IL,IP;
728   A2=A2+D;
729   I1=A2/A1;
730   A3=I1;
731   93 IF(ABS(A2-A1*A3)-D/0.2E1),36,36,38;
732   36 JC=JC+1;
733   JT(II)=056;
734   T1(JC)=A3*A1;
735   GOTO 39;
736   38 JT(II)=040;
737   39 CONTINUE;
738   WRITE LINE,68;
739   68 FORMAT('
740
741   ');
742   IA=IL-1;
743   DO 40 II=1,IA;
744   40 WRITE LINE,41;
745   41 FORMAT(' ');
746   WRITE LINE,42,AMI;
747   42 FORMAT(E15.7);
748   IC=IP-32;
749   DO 43 II=1,IC;
750   43 WRITE LINE,41;
751   WRITE LINE,42,AMA;
752   WRITE LINE,68;
753   DO 44 II=1,IA;
754   JT(II)=040;
755   IZT(II)=040;
756   44 WRITE LINE,41;
757   IB=IP-IL-9;
758   JC=0;
759   IF (JT(IL)-056),35,45,35;
760   35 IF(JT(IL+1)-056),34,45,34;
761   45 JC=1;
762   34 DO 49 II=IL,IB;
763   IF(JT(II+2)-056),48,46,48;
764   46 JC=JC+1;
765   II=II+8;
766   IF (T1(JC)-0.0),52,50,52;
767   50 WRITE LINE,51;
768   51 FORMAT('  0       ');
769   GO TO 49;
770   52 WRITE LINE,47,T1(JC);
```

```
 47 FORMAT(E9.2);
 GOTO 49;
 48 WRITE LINE,41;
 49 CONTINUE;
 WRITE LINE,60;
 JT(IL)=056;
 JT(IP)=056;
 IT=9;
 53 DO 63 N=1,J;
 IT=IT+1;
 IF(IT-10),54,56,56;
 54 DO 55 II=IL,IP;
 55 IZT(II)=JT(II);
 GOTO 58;
 56IT=0;
  IC=IL+3;
 IB=IP-3;
 DO 57 II=IC,IB;
 57 IZT(II)=056;
 N1=N/10;
 N2=N1/10;
 IZT(IL+2)=N1-N2*10+48;
 N1=N2/10;
 IZT(IL+1)=N2-N1*10+48;
 N2=N1/10;
 IZT(IL)=N1-N2*10+48;
 IZT(IP)=IZT(IL+2);
 IZT(IP-1)=IZT(IL+1);
 IZT(IP-2)=IZT(IL);
 58 L=I;
 DO 64 K=1,I;
 M=((A(L,N)-AMI)/D)+LEV;
 IZT(M)=IZ(L);
 64 L=L-1;
 DO 65 II=1,IP;
 65 WRITE LINE,66,IZT(II);
 66 FORMAT(A1);
 IC=0;
 59 WRITE LINE,60;
 60 FORMAT('
 ');
 IF(IC-MZR),61,63,63;
 61 IC=IC+1;
 DO 62 II=1,IP;
 62 WRITE LINE,66,JT(II);
 GO TO 59;
 63 CONTINUE;
 WRITELINE,68;
 RETURN;
 END;

    COMMENT PODPROGRAM ALIN
    VYPOCET KORENU POLYNOMU METODOU LINA;
    SUBROUTINE ALIN(N,A,V,IX,B,K);
    DIMENSION A(N),B(N);
    DIMENSION V(20,2);
    COMMENT EPS = PRESNOST
            LAMB = POCET ITERACI
            IX = INDIKACE KONVERGENCE;
   EPS=0.1E-4;
   LAMB=1000;
    K=0;
1   L=0;
    IF(N-2),7,8,6;
   7K=K+1;
```

```
836      V(K,1)=-A(1);
837      GOTO 98;
838     8CALL SQAR(0.1E1,A(1),A(2),V,K);
839      GOTO 98;
840     6IF(A(N-2)),9,10,9;
841    10R=0.0;
842      S=0.0;
843      GOTO 19;
844     9R=A(N-1)/A(N-2);
845      S=A(N)/A(N-2);
846   GOTO 19;
847   22 IF(B(N-2)),23,5,23;
848   23 R=(A(N-1)-S*B(N-3))/B(N-2);
849   GOTO 12;
850   13 IF(A(1)),11,5,11;
851   11 R=(A(N-1)-S)/B(N-2);
852   12 S=A(N)/B(N-2);
853    19B(1)=A(1)-R;
854      B(2)=A(2)-R*B(1)-S;
855   DO 2 J=3,N;
856   2 B(J)=A(J)-R*B(J-1)-S*B(J-2);
857      RV=B(N-1);
858      SV=B(N)+R*B(N-1);
859      IF(ABS(RV)-EPS),4,4,20;
860     4IF(ABS(SV)-EPS),21,21,20;
861   21 RR=0.1E1;
862   CALL SQAR(RR,R,S,V,K);
863      N=N-2;
864      DO 16 I=1,N;
865    16A(I)=B(I);
866      GOTO 1;
867    20IF(L-LAMB),3,3,5;
868     3L=L+1;
869   IF(N-3),22,13,22;
870     5IX=1;
871      GOTO 99;
872    98 IX=0;
873    99RETURN;
874      END;
875
876
877
878      COMMENT VYPOCET KORENU KVADRATICKE ROVNICE;
879   SUBROUTINE SQAR(A,B,C,V,K);
880   DIMENSION V(20,2);
881      D= B**2-0.4E1*A*C;
882      IF (D),5,6,7;
883      5K=K+1;
884      X= -B/(0.2E1*A);
885      Y= SQRT(-D)/(0.2E1*A);
886      V(K,1)=X;
887      V(K,2)=Y;
888      K=K+1;
889      V(K,1)=X;
890      V(K,2)=-Y;
891      GOTO 4;
892     6X=-B/(0.2E1*A);
893      K=K+1;
894   V(K,1)=X;
895      V(K,2)=0.0;
896      K=K+1;
897      V(K,1)=X;
898      V(K,2)=0.0;
899   GOTO 4;
900     7X=0.2E1*A;
```

```
901        K=K+1;
902        V(K,1)=(-B-SQRT(D))/X;
903        V(K,2)=0.0;
904     K=K+1;
905        V(K,1)=(-B+SQRT(D))/X;
906        V(K,2)=0.0;
907       4RETURN;
908        END;
909
910        COMMENT PODPROGRAM TIRO
911        TISK POLYNOMU STUPNE N;
912        SUBROUTINE TIRO(K,A);
913        DIMENSION A(20,2);
914        DO 1 I=1,K;
915   '    WRITE LINE,100,A(I,1),A(I,2);
916       1 CONTINUE;
917       100FORMAT('
918       ',2E15.7);
919        RETURN;
920        END;
921
922     SUBROUTINE BAIR(NC,A,RREAL,RIMAG,B,P,Q);
923     COMMENT VYPOCET KORENU POLYNOMU X**N+A(1)*X**(N-1)+...+A(N)
924             METODOU BAIRSTOW   VERZE 2   OLEHLA
925             NC ... STUPEN POLYNOMU
926             A  ... POLE KOEFICIENTU POLYNOMU
927       RREAL(I) ... POLE REAL.CASTI KORENU
928       RIMAG(I) ... POLE IMAG.CASTI KORENU
929          B,P,Q ... POMOCNA POLE;
930
931     DIMENSION A(NC),B(NC),P(NC),Q(NC),RREAL(NC),RIMAG(NC);
932     COMMENT STANDARTNE ZADANA PRESNOST;
933     EPS=0.1E-4;
934     M=0;
935     J=1;
936     10 R=0.0;
937     S=0.0;
938     L=0;
939     N=NC-2*M;
940     DO 11 K=1,NC;
941     R=R+ABS(A(K));
942     11 S=S+ABS(A(K));
943     IF(N-2),12,14,20;
944     12 RREAL(J)=-A(1);
945     RIMAG(J)=0.0;
946     GOTO 75;
947     14 D=A(1)**2-0.4E1*A(2);
948     IF(D),16,17,18;
949     16 D1=SQRT(-D);
950     RREAL(J)=-A(1)/0.2E1;
951     RREAL(J+1)=RREAL(J);
952     RIMAG(J)=D1/0.2E1;
953     RIMAG(J+1)=-RIMAG(J);
954     GOTO 75;
955     17 RREAL(J)=-A(1)/0.2E1;
956     RREAL(J+1)=RREAL(J);
957     RIMAG(J)=0.0;
958     RIMAG(J+1)=0.0;
959     GOTO 75;
960     18  D=SQRT(D);
961     RREAL(J)=(-A(1)+D)/0.2E1;
962     RREAL(J+1)=(-A(1)-D)/0.2E1;
963     RIMAG(J)=0.0;
964     RIMAG(J+1)=0.0;
965     GOTO 75;
```

```
 966   COMMENT VYPOCET APROXIMACE R,S;
 967   20 B(1)=A(1)-R;
 968   B(2)=A(2)-R*B(1)-S;
 969   DO 25 K=3,N;
 970   25 B(K)=A(K)-R*B(K-1)-S*B(K-2);
 971   RC=B(N-1);
 972   SC=B(N)+R*B(N-1);
 973   COMMENT PARCIALNI DERIVACE;
 974   P(1)=-0.1E1;
 975   P(2)=R-B(1);
 976   DO 30 K=3,N;
 977   30 P(K)=-B(K-1)-R*P(K-1)-S*P(K-2);
 978   RCR=P(N-1);
 979   SCR=P(N)+R*P(N-1)+B(N-1);
 980   Q(1)=0.0;
 981   Q(2)=-0.1E1;
 982   DO 35 K=3,N;
 983   35 Q(K)=-B(K-2)-R*Q(K-1)-S*Q(K-2);
 984   RCS=Q(N-1);
 985   SCS=Q(N)+R*Q(N-1);
 986   COMMENT RESENI OPRAVENE DIF.RCE;
 987   DM=RCR*SCS-RCS*SCR;
 988   RM=-RC*SCS+SC*RCS;
 989   SM=-RCR*SC+SCR*RC;
 990   DR=RM/DM;
 991   DS=SM/DM;
 992   COMMENT ZLEPSENI HODNOT R,S;
 993   R=R+DR;
 994   S=S+DS;
 995   IF(ABS(DR)-EPS),45,45,200;
 996   45 IF(ABS(DS)-EPS),48,48,200;
 997   COMMENT TEST POCTU ITERACI;
 998   200 IF(L-1000),201,201,202;
 999   201 L=L+1;
1000   GOTO 20;
1001   202 WRITELINE,113;
1002   GOTO 99;
1003   48 D=R**2-0.4E1*S;
1004   IF(D),50,51,52;
1005   50 D1=SQRT(-D);
1006   RREAL(J)=-R/0.2E1;
1007   RREAL(J+1)=RREAL(J);
1008   RIMAG(J)=D1/0.2E1;
1009   RIMAG(J+1)=-RIMAG(J);
1010   GOTO 55;
1011   51 RREAL(J)=-R/0.2E1;
1012   RREAL(J+1)=RREAL(J);
1013   RIMAG(J)=0.0;
1014   RIMAG(J+1)=0.0;
1015   GOTO 55;
1016   52 D=SQRT(D);
1017   RREAL(J)=(-R+D)/0.2E1;
1018   RREAL(J+1)=(-R-D)/0.2E1;
1019   RIMAG(J)=0.0;
1020   RIMAG(J+1)=0.0;
1021   COMMENT OBNOVENI P(N) POL. P(N-2);
1022   55 M=M+1;
1023   J=J+2;
1024   NE=NC-2*M;
1025   DO 60 K=1,NE;
1026   60 A(K)=B(K);
1027   GOTO 10;
1028   75 CONTINUE;
1029   99 CONTINUE;
1030   113 FORMAT('
```

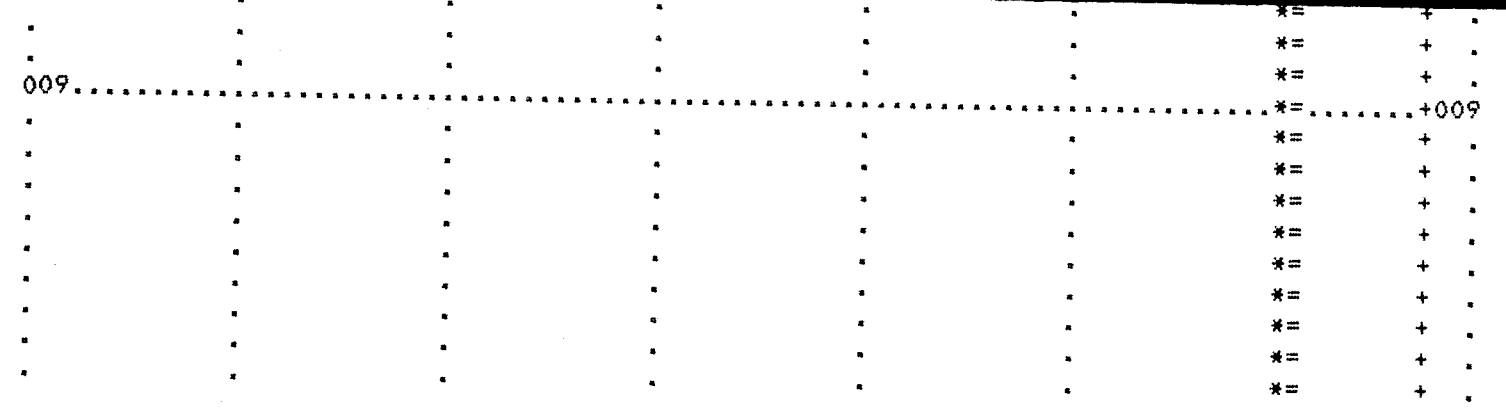
```
POUZITYMI METODAMI NELZE KORENY URCIT');
DO1J=1,NC;
RREAL(J)=0.0;
1RIMAG(J)=0.0;
RETURN;
END;



END OF PROGRAM;
```

Příloha č. 2. **Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky. Koeficient zapomínání = 0.998.**

```
.......................................................................
.......................................................................

OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC
Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

NAHOD. PROCHAZKA NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE *  1205*  1985

.......................................................................
.......................................................................

ZADANE KOEF.A
 -0.1742692E  1  0.7553200
ZADANE KOEF.B
 -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1
KOEF.ZAP. =   0.9979992
VEKTOR ZADANYCH KOEF.
 -0.1742692E  1  0.7553200     -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1

KORENY CHAR. ROVNICE
REALNA CAST     IMAGINARNI CAST

  0.8087017                 0
  0.9339909                 0
```

```
GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE,  ITER. KROK      1  AZ  990
EXPONENCIALNI ZAPOMINANI
TISK KORENU PO  10  IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI =  0.9979992
PORADI ZNAKU V GRAFU   1=  2+  3*  4&
MIN= -0.4004093        MAX=  0.9841740

 -0.4004251
                                                                0.9841896
          -0.20          0          0.20        0.40        0.60        0.80
000.......................*.......................................................=........+000
*            .            .            .            .         &  .            .=       +  .
.       *    .            .            .            .            &            .=       +  .
.            . *          .            .            .            .  &         .=       +  .
.            .       *    .            .            .            .  &         .=       +  .
.            .            .            .   *        .   &        .            .=       +  .
.            .            .            .      *     .            .&           .=       +  .
.            .            .            .            .         *  .            .=       +  .
.            .            .            .            .            .  *        &.=       +  .
001.......................................................         *  .            .=       + &.
.            .            .            .            .            .            *.............=........+00&
.            .            .            .            .            .  *         .=       +& .
.            .            .            .            .            .  *         .=       +& .
.            .            .            .            .            .  *         .=       +& .
.            .            .            .            .            .   *        .=       +& .
```

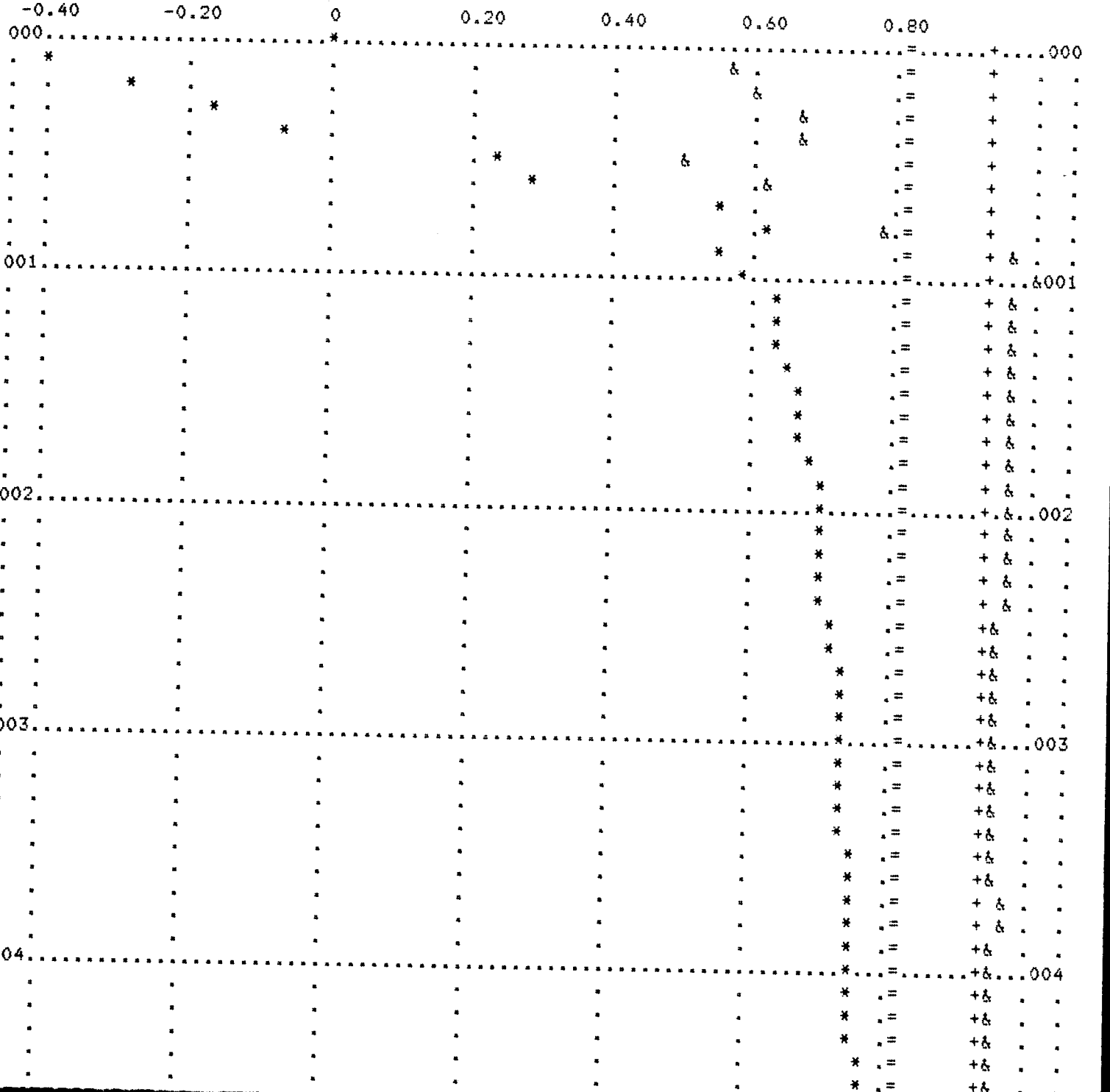
```
                                                  *      .=      +& .
                                                  *      .=      +& .
                                                  *      .=      +& .
                                                   *     .=      +& .
                                                    *    .=      +& .
002.......................................................*.....=.......+&02
                                                    *    .=      +& .
                                                     *   .=      +& .
                                                     *   .=      +& .
                                                     *   .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
003.......................................................*...=.......+003
                                                      *  .=      +  .
                                                      *  .=      +  .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
                                                      *  .=      +& .
004.......................................................*..=.......+&04
                                                       * .=      +& .
                                                       * .=      +& .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
005.......................................................*..=.......+005
                                                       * .=      +  .
                                                       * .=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
006.......................................................*.=.......+006
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
007.......................................................*.=.......+007
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
                                                        *.=      +  .
008.......................................................*.=.......+008
                                                        *.=      +  .
                                                         *=      +  .
                                                         *=      +  .
                                                         *=      +  .
                                                         *=      +  .
                                                         *=      +  .
```



GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
SMEROVE ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9979992
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.3996826 MAX= 0.9860561

-0.4568130

0.1043187E 1



```
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
005.....................................................*..=......+&...005
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
                                                  * .=      +&  .  .
006.....................................................*..=......+&...006
                                                  * .=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
007.....................................................*.=......+&...007
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
008.....................................................*.=......+&...008
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
009.....................................................*.=......+&...009
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
                                                   *.=      +&  .  .
```

Příloha č. 3. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky. Koeficient zapomínání = 0.980.

.....

.....

```
OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC
Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

NAHOD. PROCHAZKA NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE *  1205*  1985
```

.....

.....

```
ZADANE KOEF.A
 -0.1742692E  1  0.7553200
ZADANE KOEF.B
 -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1
KOEF.ZAP. =   0.9799995
VEKTOR ZADANYCH KOEF.
 -0.1742692E  1  0.7553200     -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1

KORENY CHAR. ROVNICE
REALNA CAST     IMAGINARNI CAST

  0.8087017                  0
  0.9339909                  0
```

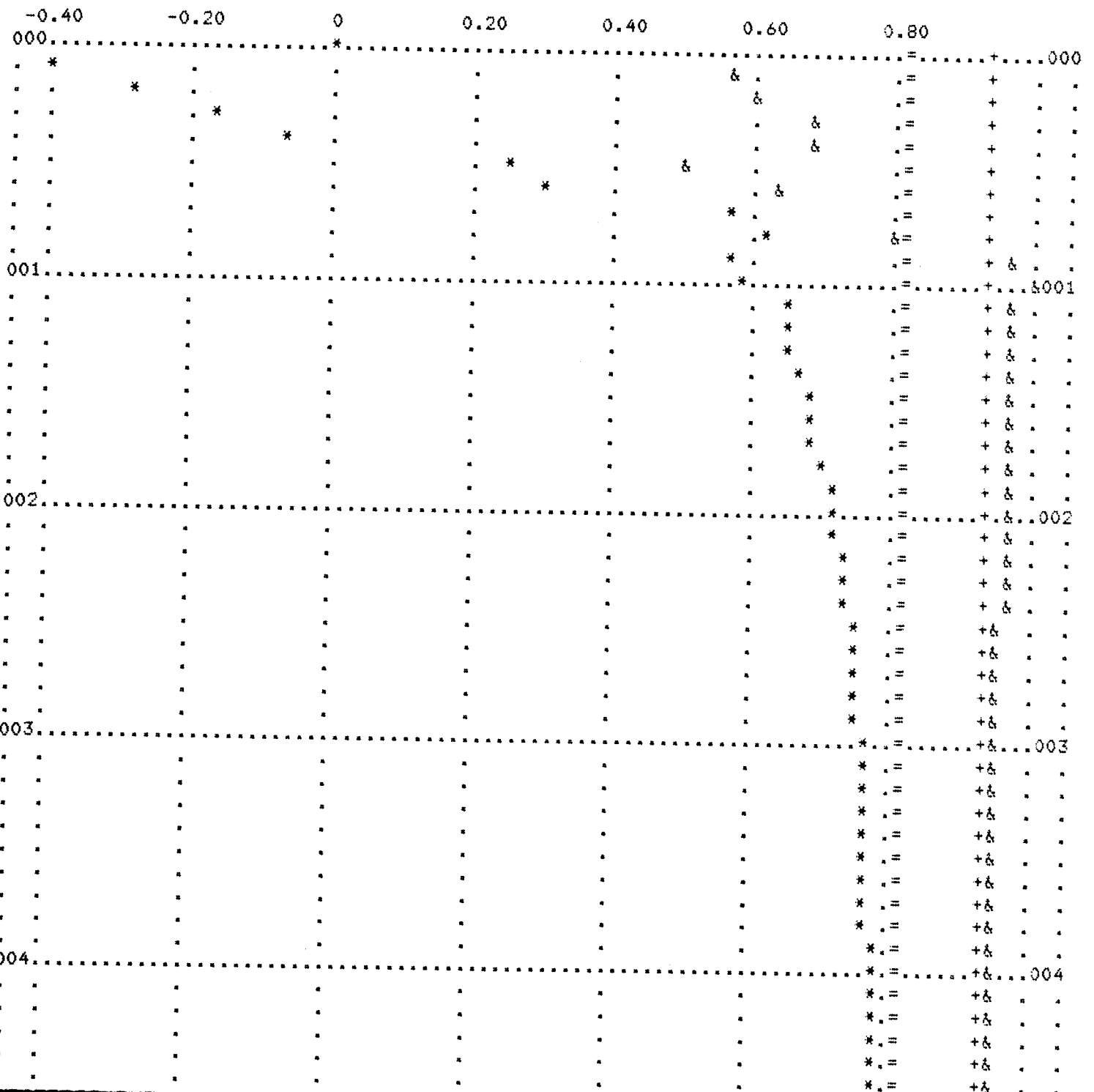
```
GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE,  ITER. KROK      1  AZ  990
EXPONENCIALNI ZAPOMINANI
TISK KORENU PO  10  IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI =  0.9799995
PORADI ZNAKU V GRAFU   1=  2+  3*  4&
MIN= -0.4067207        MAX=  0.9637817

  -0.4137770                                                          0.9708378

             -0.20          0          0.20        0.40        0.60        0.80
 000.......................*.......................................................=........+00
 *.          .            .            .           .          & .          =       + .
 ..        * .            .            .           .            &          =       + .
 ..          .      *     .            .           .            .    &     =       + .
 ..          .            .   *        .           .            .   &      =       + .
 ..          .            .            .           .    *       .           =       + .
 ..          .            .            .           .           *.           =       + .
 ..          .            .            .           .            .     *     =       + .
 ..          .            .            .           .            .        *  =    &  + .
 ..          .            .            .           .            .      *    =       + &
 001.......................................................................*....=........+&1
 ..          .            .            .           .            .         *  =       + .
 ..          .            .            .           .            .          * =       + .
 ..          .            .            .           .            .          * =       + .
 ..          .            .            .           .            .          * =       + .
```

```
..                                                                  *=          +
..                                                                  *=          +
..                                                                  *=          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
002.......................................................................=........+02
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
003.......................................................................=........+03
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
004.......................................................................=........+04
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
005.......................................................................=........+05
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
006.......................................................................=........+06
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
007.......................................................................=........+07
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
008.......................................................................=........+08
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
..                                                                   =          +
```

GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
SMEROVE ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9799995
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.3996959 MAX= 0.9863701

-0.4566624

0.1043337E 1



```
                                                  *.=      +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
005                                               *=       +&
                                                  *=       +&   005
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
006                                               *=       +&
                                                  *=       +&   006
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
007                                               *=       +&
                                                  *=       +&   007
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
008                                               *=       +&
                                                  *=       +&   008
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  *=       +&
                                                  .=       +&
                                                  .=       +&
009                                               .=       +&
                                                  =        +&   009
                                                  .=       +&
                                                  .=       +&
                                                  .=       +
                                                  .=       +
                                                  .=       +
                                                  .=       +
                                                  .=       +
                                                  .=       +
                                                  .=       +
```

Příloha č. 4. **Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní šum charakteru náhodné procházky.** Koeficient zapomínání = 0.965.

.....
.....

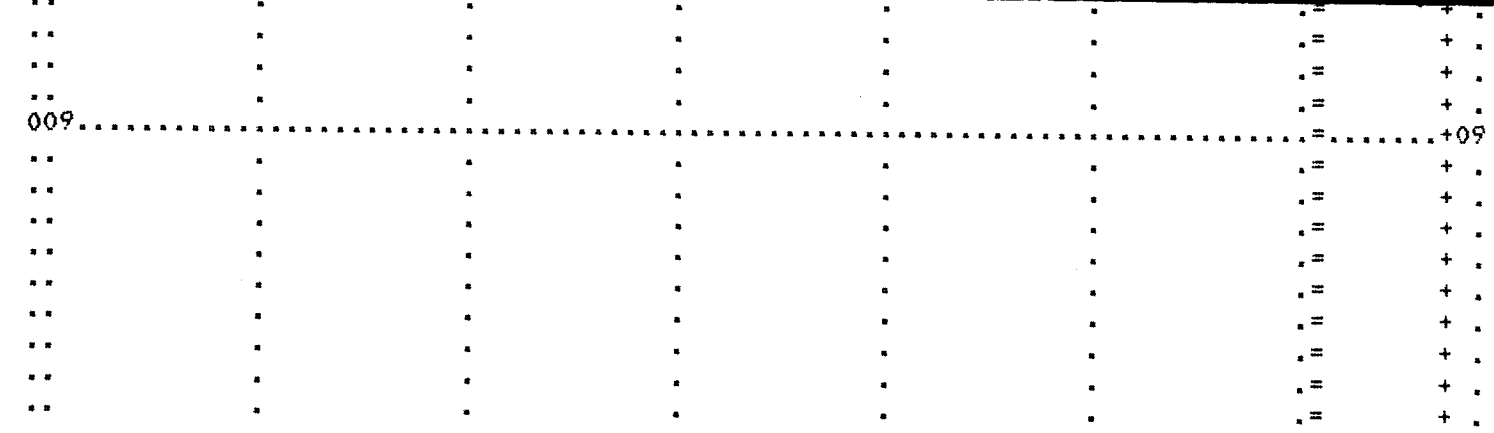
```
OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC
Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

NAHOD. PROCHAZKA NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE *  1205*  1985
```

.....
.....

```
ZADANE KOEF.A
 -0.1742692E  1  0.7553200
ZADANE KOEF.B
 -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1
KOEF.ZAP. =   0.9649998
VEKTOR ZADANYCH KOEF.
 -0.1742692E  1  0.7553200     -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1

KORENY CHAR. ROVNICE
REALNA CAST     IMAGINARNI CAST

  0.8087017                  0
  0.9339909                  0
```

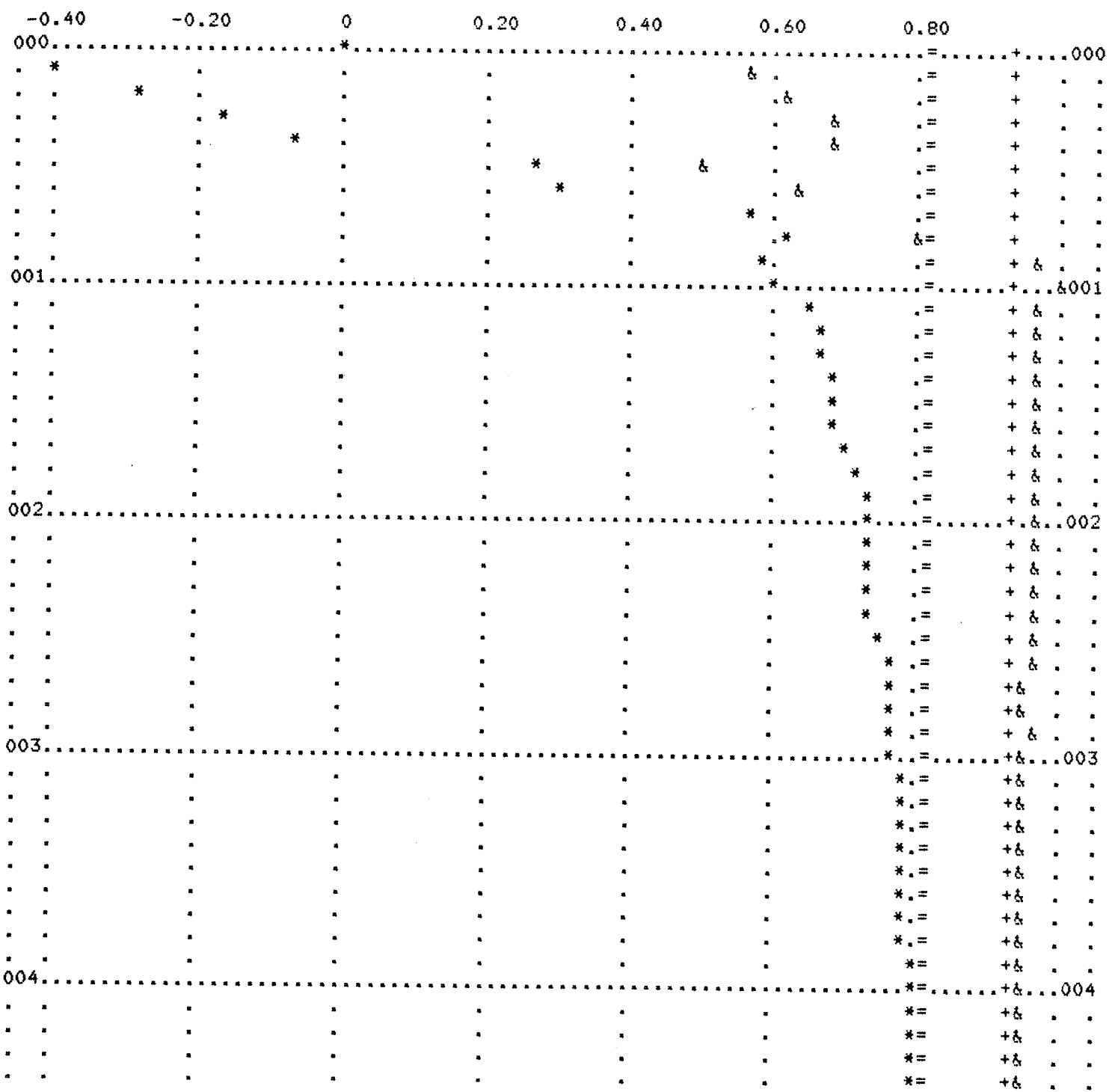
```
GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE,  ITER. KROK       1  AZ  990
EXPONENCIALNI ZAPOMINANI
TISK KORENU PO  10  IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI =  0.9649998
PORADI ZNAKU V GRAFU   1=  2+  3*  4&
MIN= -0.4116341        MAX=  0.9515526

  -0.4223482                                                          0.9622665

             -0.20          0           0.20        0.40        0.60        0.80
000.......................*.............................................=........+00
.*            .            .           .           .           &.          .=       + .
..            .*           .           .           .            .&         .=       + .
..            .            .*          .           .            .    &     .=       + .
..            .            .           *           .            .  &       .=       + .
..            .            .           .           .           *.          .=       + .
..            .            .           .           .            .    *     .=       + .
..            .            .           .           .            .         *.=       + .
..            .            .           .           .            .         *.=      &+ .
..            .            .           .           .            .        * .=       +&.
001.......................................................................*.=........+&1
..            .            .           .           .            .         *=       + .
..            .            .           .           .            .         *=       + .
..            .            .           .           .            .         *=       + .
```

002
003
004
005
006
007
008



GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
SMEROVE ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9649998
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.3997020 MAX= 0.9862354

-0.4567329 0.1043267E 1



```
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
005.....................................................................................*=.......+&...005
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
                                                                                  *=      +&
006.....................................................................................=.......+&...006
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
007.....................................................................................=.......+&...007
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +&
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
008.....................................................................................=.......+....008
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
009.....................................................................................=.......+....009
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
                                                                                  .=      +
```

Příloha č. 5. **Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.**

Koeficient zapomínání = 0.998.

.....

.....

OVERENÍ ROUTIN UDFILU, LDDIC

Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

Příloha č. 5. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.

Koeficient zapomínání = 0.998.

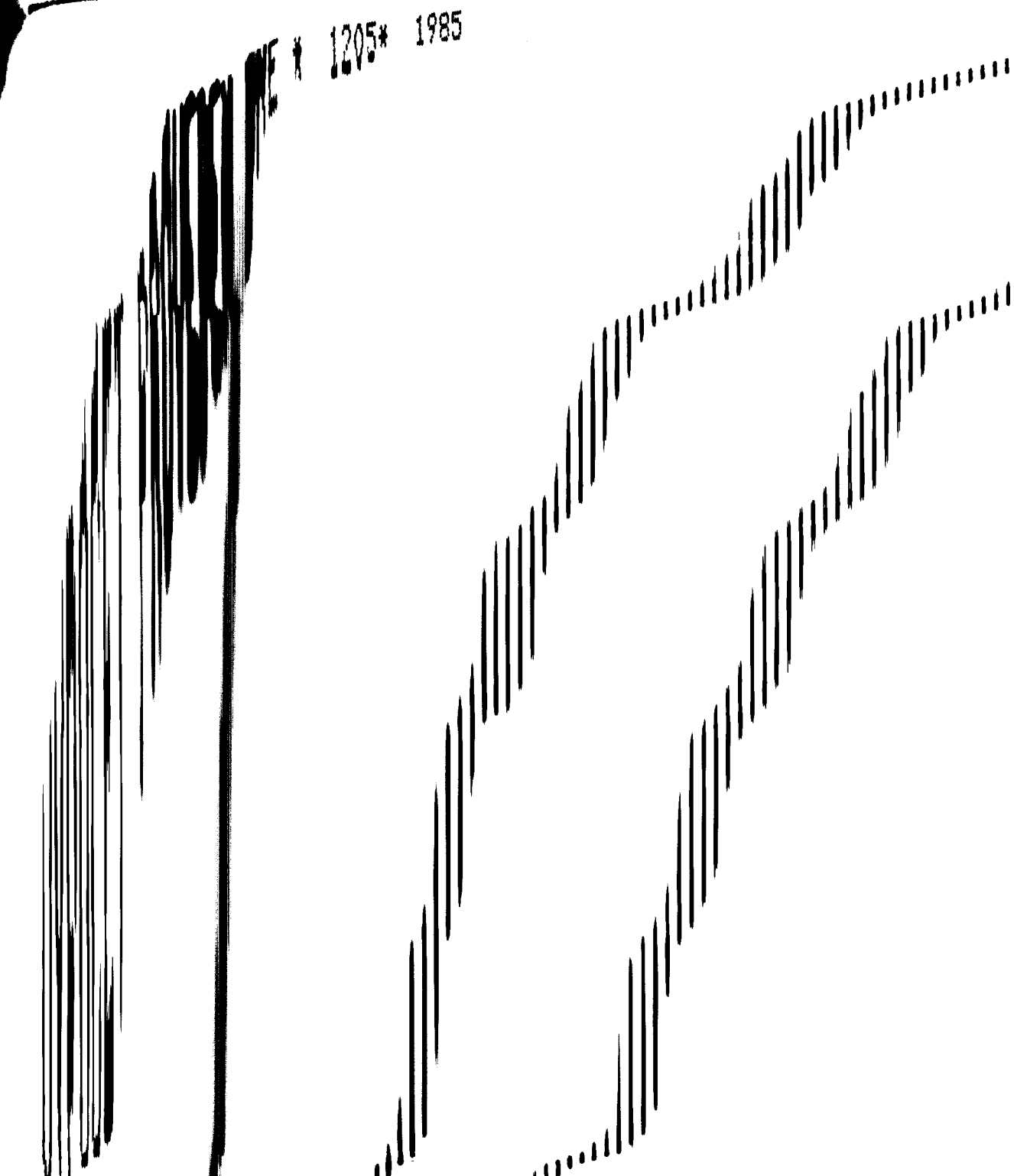
.....

.....

OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC

Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU



Příloha č. 5. **Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.**

Koeficient zapomínání = 0.998.

.....

.....

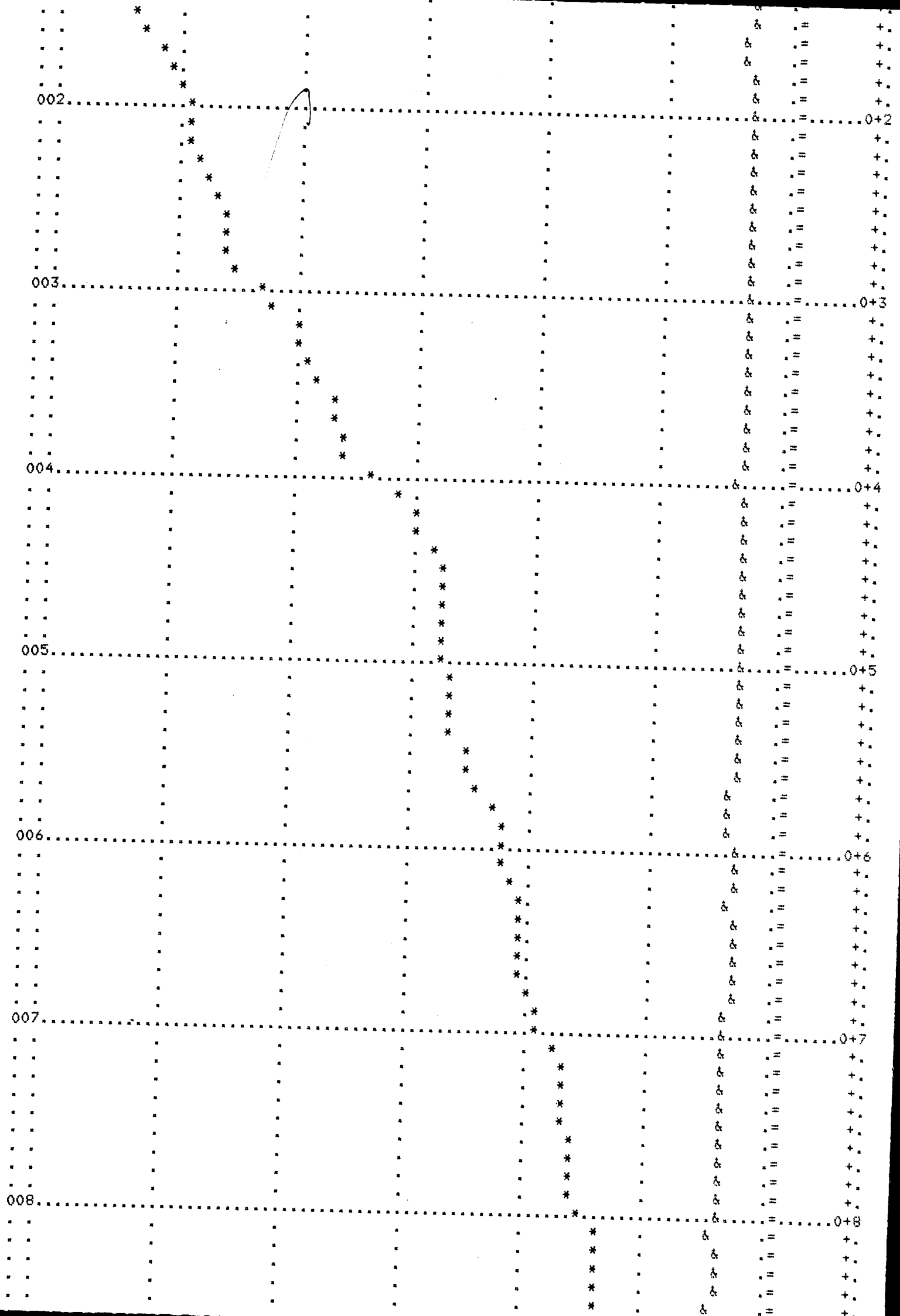
```
OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC
Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE *  1205*  1985
```

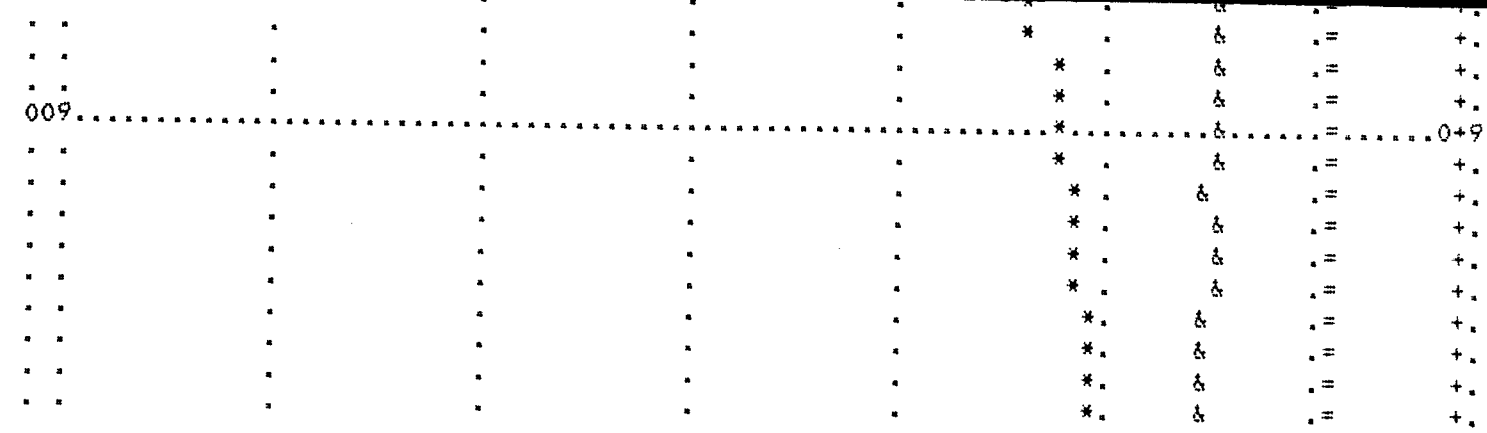
.....

.....

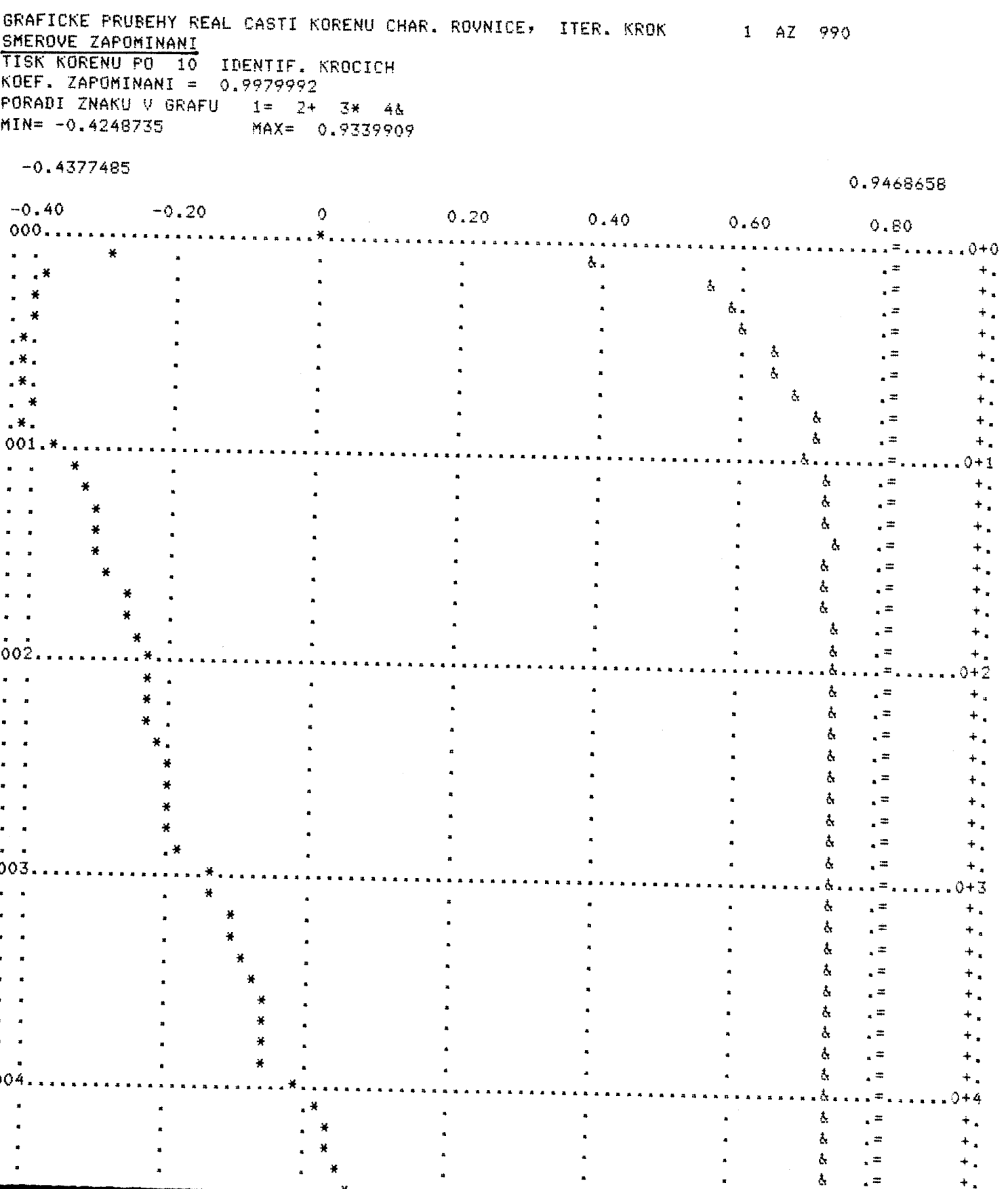
```
ZADANE KOEF.A
 -0.1742692E  1  0.7553200
ZADANE KOEF.B
 -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1
KOEF.ZAP. =   0.9979992
VEKTOR ZADANYCH KOEF.
 -0.1742692E  1  0.7553200     -0.2455828E- 1  0.2493221E- 1

KORENY CHAR. ROVNICE
REALNA CAST     IMAGINARNI CAST

  0.8087017                  0
  0.9339909                  0
```

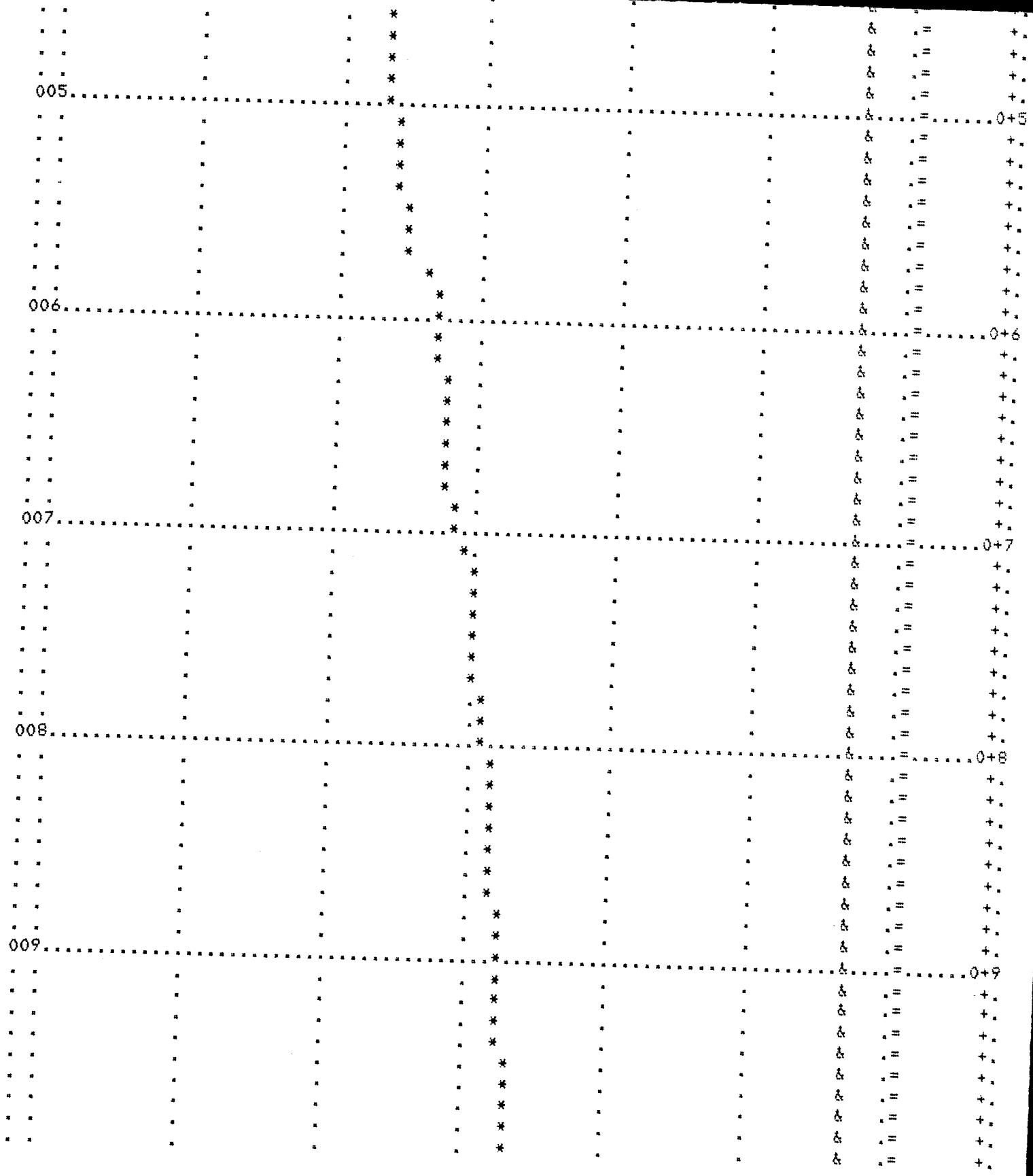
```
GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE,  ITER. KROK       1  AZ  990
EXPONENCIALNI ZAPOMINANI
TISK KORENU PO  10  IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI =  0.9979992
PORADI ZNAKU V GRAFU   1=  2+  3*  4&
MIN= -0.4252207        MAX=  0.9339909

  -0.4379221
                                                                    0.9466923
 -0.40        -0.20          0           0.20        0.40        0.60        0.80
000.......................*.......................................................=......0+0
. .      *     .            .            .           &           .           .=       +.
. .*           .            .            .           .          & .          .=       +.
. *            .            .            .           .           &.          .=       +.
. *            .            .            .           .            &          .=       +.
.*.            .            .            .           .             .&        .=       +.
.*.            .            .            .           .              &        .=       +.
. *            .            .            .           .               &       .=       +.
. *            .            .            .           .                &      .=       +.
. *            .            .            .           .                &      .=       +.
001..*.......................................................................&.....=......0+1
. .    *       .            .            .           .           .       &   .=       +.
. .     *      .            .            .           .           .       &   .=       +.
. .      *     .            .            .           .           .       &   .=       +.
```


002
0+2
003
0+3
004
0+4
005
0+5
006
0+6
007
0+7
008
0+8



GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
SMEROVE ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9979992
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.4248735 MAX= 0.9339909




005
0+5
006
0+6
007
0+7
008
0+8
009
0+9

Příloha č. 6. **Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.**

Koeficient zapomínání = 0.980.

.....

.....

OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC
Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE * 1205* 1985

.....

.....

ZADANE KOEF.A
-0.1742692E 1 0.7553200
ZADANE KOEF.B
-0.2455828E- 1 0.2493221E- 1
KOEF.ZAP. = 0.9799995
VEKTOR ZADANYCH KOEF.
-0.1742692E 1 0.7553200 -0.2455828E- 1 0.2493221E- 1

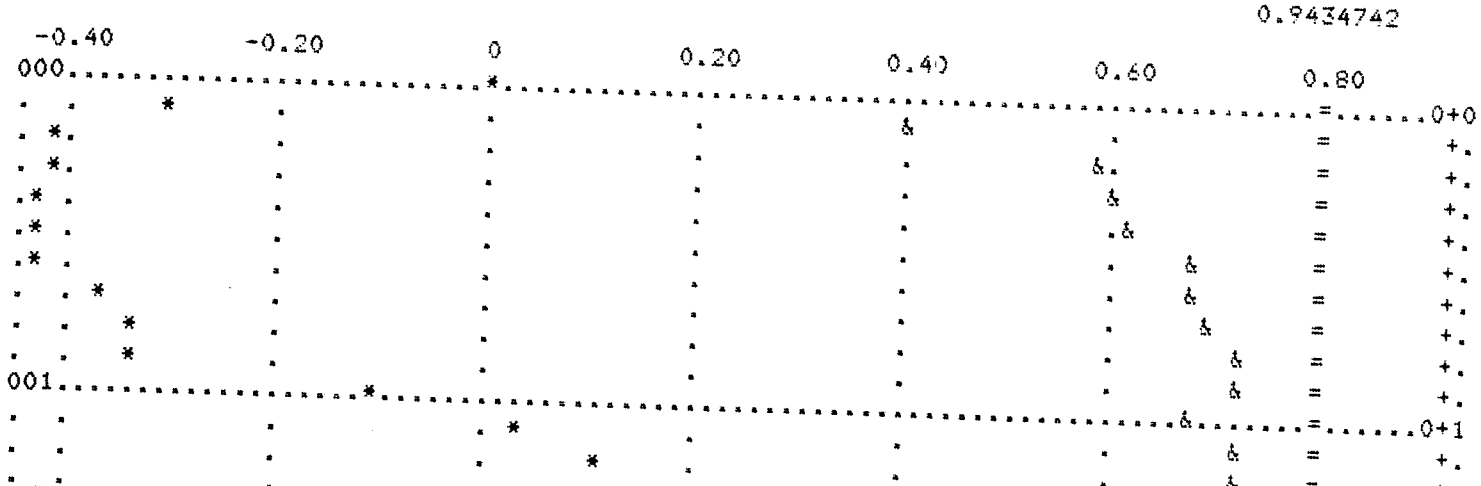
KORENY CHAR. ROVNICE

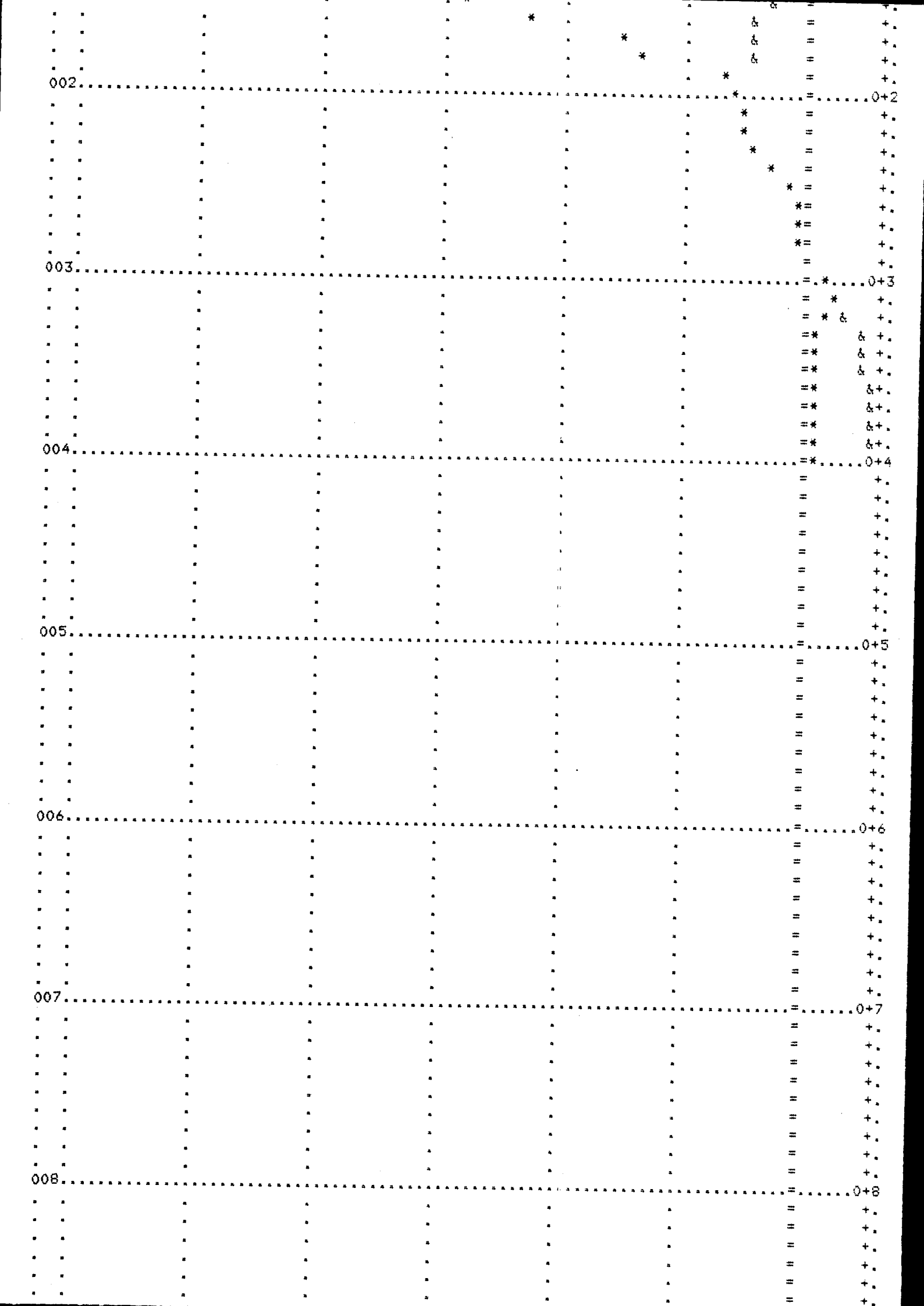
REALNA CAST	IMAGINARNI CAST
0.8087017	0
0.9339909	0

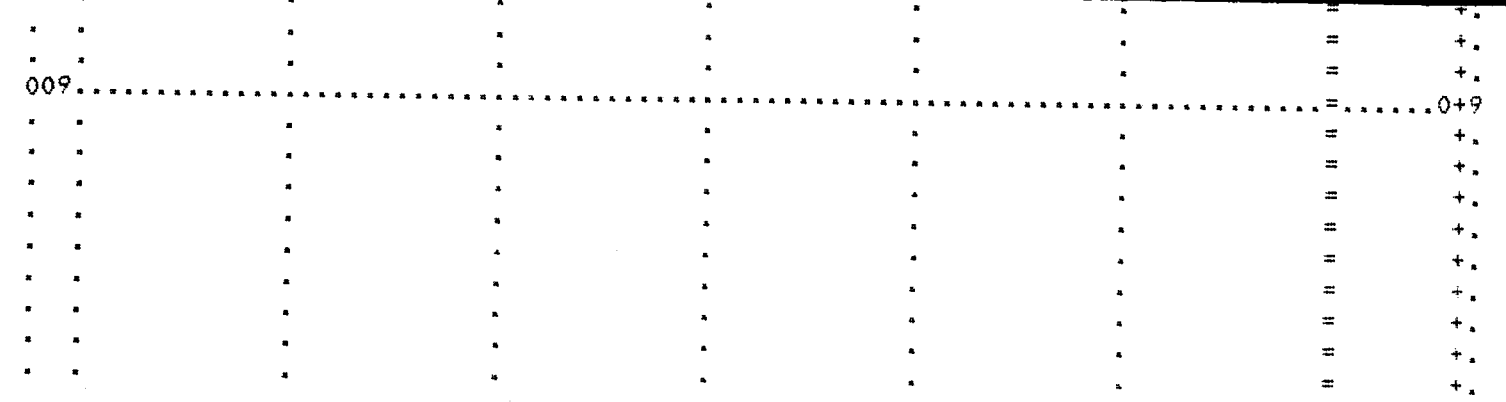
GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
EXPONENCIALNI ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9799995
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.4316618 MAX= 0.9339951

-0.4411406

0.9434742

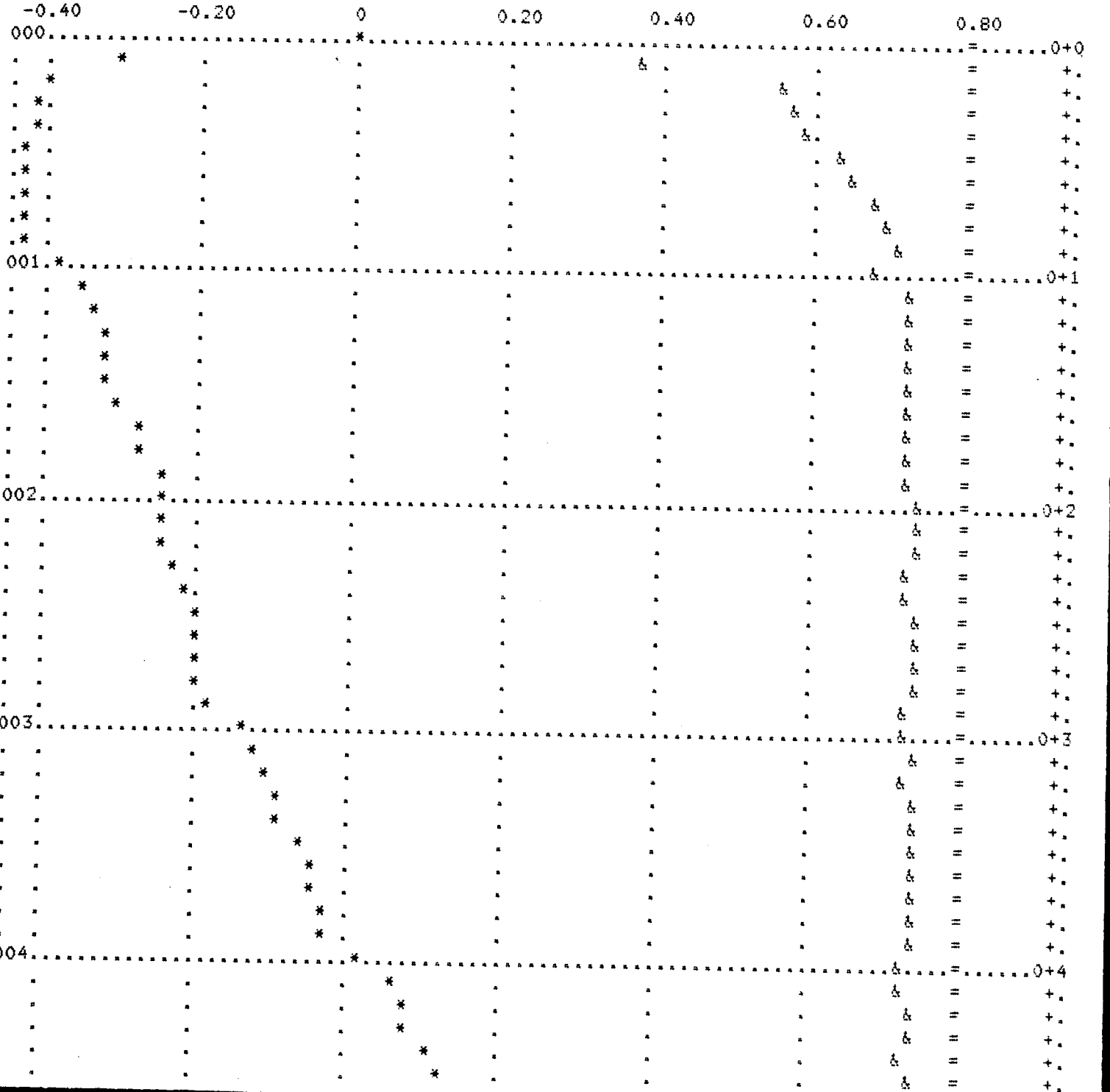


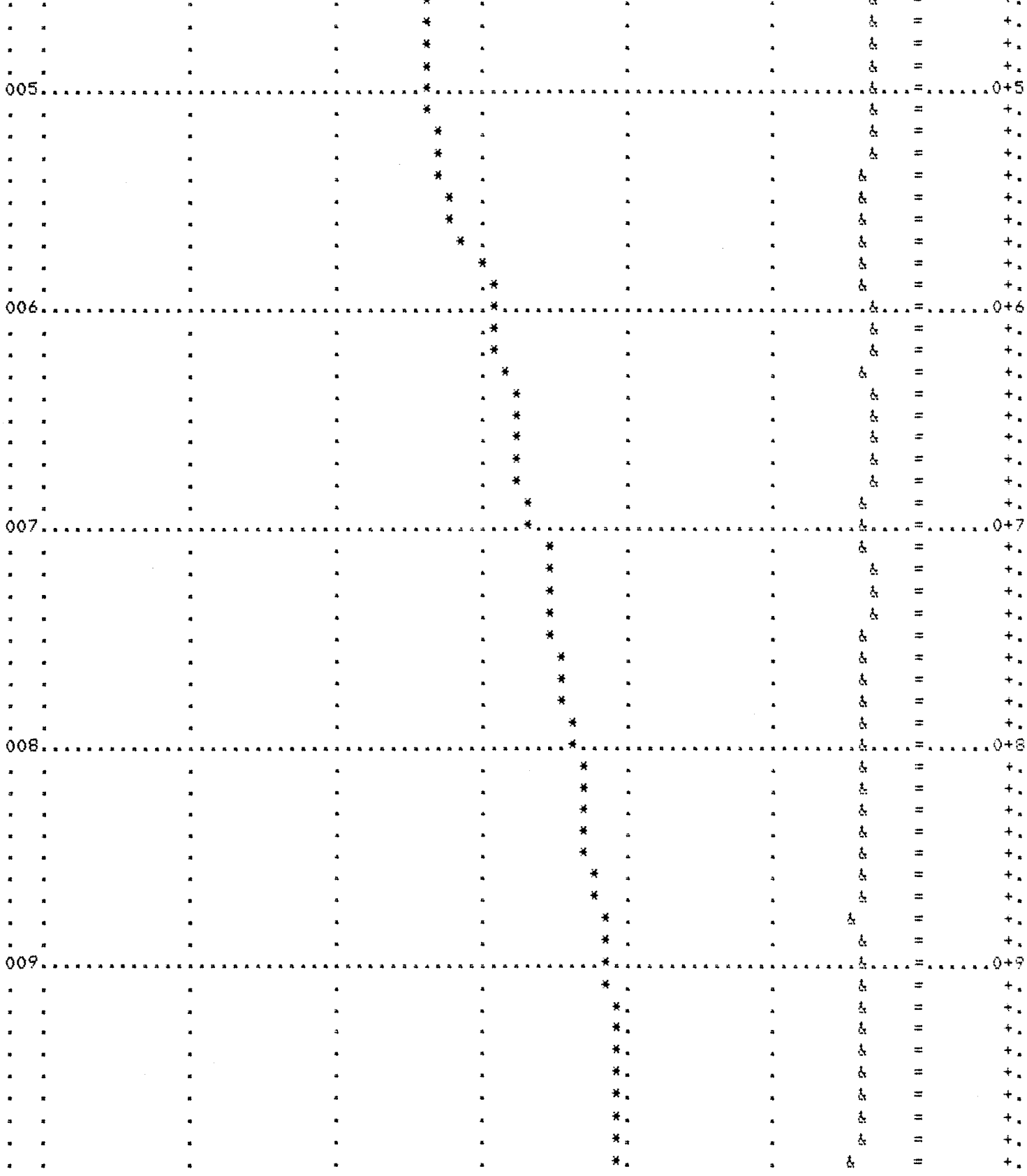




GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990
SMEROVE ZAPOMINANI
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9799995
PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&
MIN= -0.4277914 MAX= 0.9339909

-0.4392076 0.9454071




005
006
007
008
009
0+5
0+6
0+7
0+8
0+9

Příloha č. 7. Grafický výstup reálných částí kořenů charakteristické rovnice pro identifikaci s exponenciálním, resp. směrovým zapomínáním. Do soustavy vstupuje diskrétní bílý šum.

Koeficient zapomínání = 0.965.

.....

.....

OVERENI ROUTIN UDFILU, LDDIC

Y(K)+A1*Y(K-1)+A2*Y(K-2)+...=B1*U(K-1)+B2*U(K-2)+...

SUM NA VSTUPU DO SYSTEMU

VYPOCET PROVEDEN DNE * 1205* 1985

.....

.....

ZADANE KOEF.A

-0.1742692E 1 0.7553200

ZADANE KOEF.B

-0.2455828E- 1 0.2493221E- 1

KOEF.ZAP. = 0.9649998

VEKTOR ZADANYCH KOEF.

-0.1742692E 1 0.7553200 -0.2455828E- 1 0.2493221E- 1

KORENY CHAR. ROVNICE

REALNA CAST	IMAGINARNI CAST
0.8087017	0
0.9339909	0

GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990

EXPONENCIALNI ZAPOMINANI

TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH

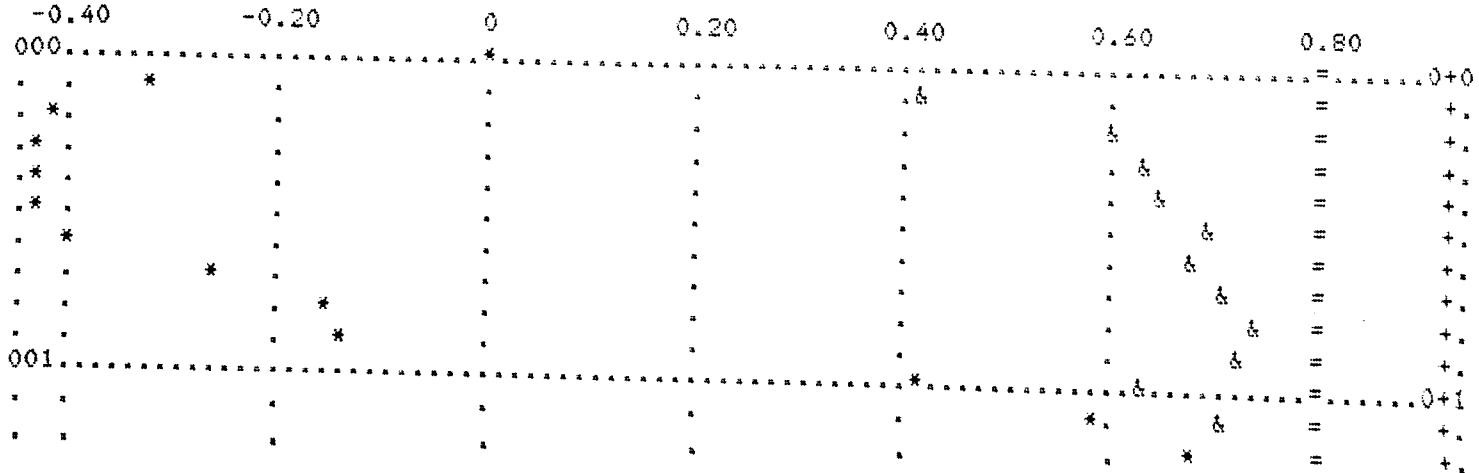
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9649998

PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&

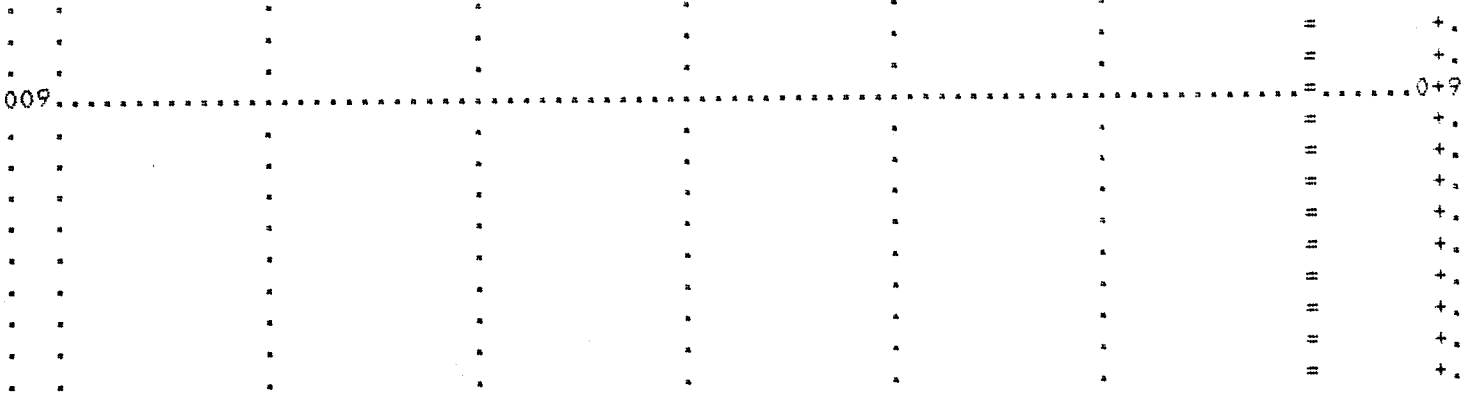
MIN= -0.4328344 MAX= 0.9340069

-0.4417212

0.9428936



```
                                                                  *=        +.
                                                                 *=         +.
                                                                 =*         +.
                                                                 = *        +.
                                                                 =  *       +.
002.....................................................................=..*&..0+2
                                                                 = *  &     +.
                                                                 = *  &     +.
                                                                 = *   &    +.
                                                                 =*     &   +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
003.....................................................................=......0+3
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
004.....................................................................=......0+4
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
005.....................................................................=......0+5
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
006.....................................................................=......0+6
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
007.....................................................................=......0+7
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
008.....................................................................=......0+8
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
                                                                 =          +.
```



GRAFICKE PRUBEHY REAL CASTI KORENU CHAR. ROVNICE, ITER. KROK 1 AZ 990

SMEROVE ZAPOMINANI

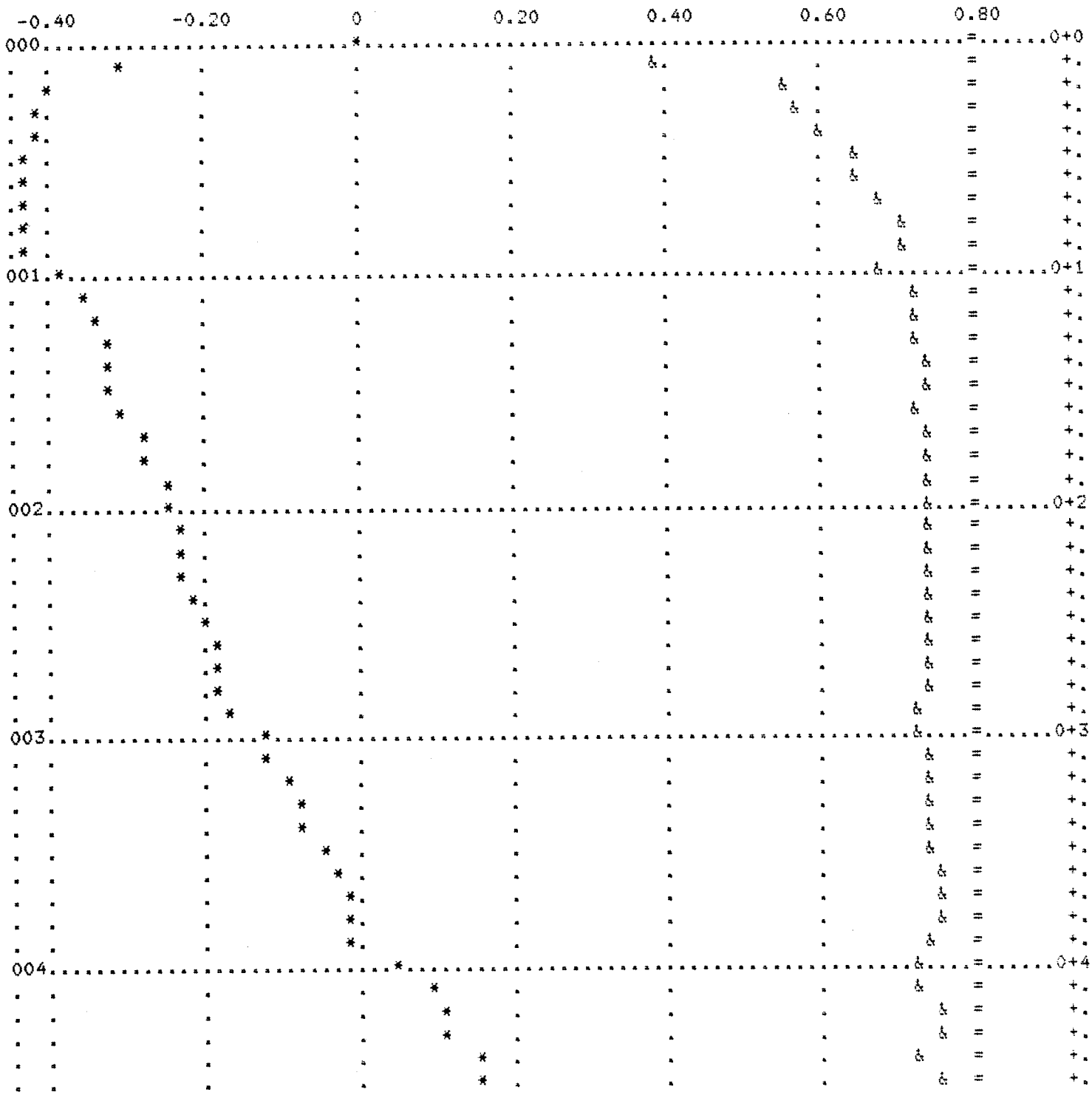
TISK KORENU PO 10 IDENTIF. KROCICH

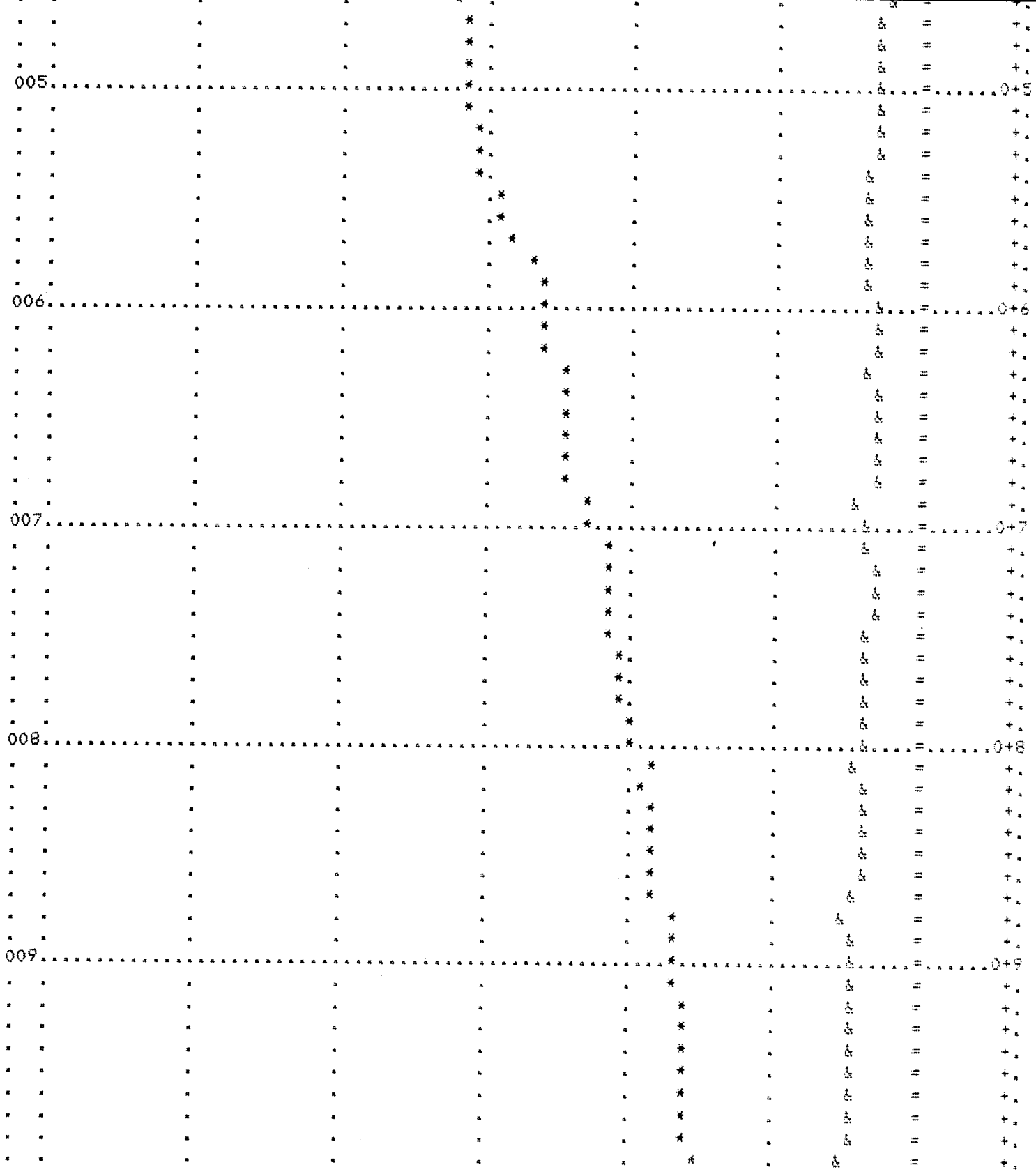
KOEF. ZAPOMINANI = 0.9649998

PORADI ZNAKU V GRAFU 1= 2+ 3* 4&

MIN= -0.4300030 MAX= 0.9339909

-0.4403133 0.9443012




005
006
007
008
009
0+5
0+6
0+7
0+8
0+9