

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní



**Dynamická analýza vibrační plošiny se šesti stupni
volnosti**

Disertační práce

Liberec 2007

Bořek Dvořák

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní



Disertační práce

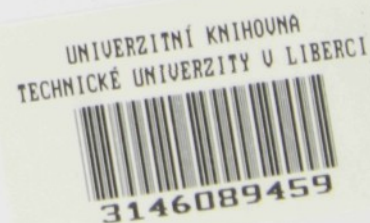
k získání akademického titulu Ph.D.

ve studijním oboru

Aplikovaná mechanika – Inženýrská mechanika

Ing. Bořek Dvořák

Dynamická analýza vibrační plošiny se šesti stupni volnosti



Školitel: doc. Ing. Josef Mevald, CSc.

Studijní program: P2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: 3901V003 Aplikovaná mechanika

Zaměření: Inženýrská mechanika

Datum státní doktorské zkoušky: 28/02/2005

Datum odevzdání práce: 05/09/2007

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Univerzitní knihovna
Voroněžská 132a, Liberec 1
PSČ 461 57

1) 542 S

KMP
742,492 mV.
ob, tab, graf

Anotace Disertační práce

Hlavním tematickou náplní práce je tvorba matematického modelu a výpočty dynamických vlastností zařízení zvaného vibrační plošina se šesti stupni volnosti. Vibrační plošina je reálné zkušební zařízení vyvinuté a postavené na TU v Liberci. Teoretická část je zaměřena na problematiku matematické simulace dynamických vlastností rozsáhlejších soustav s využitím kondenzačních metod. Hlavní důraz je přitom kladen na metodu Craig-Bampton. Práci lze rozdělit do dvou hlavních oblastí. První se zabývá sestavením matematického modelu zařízení s využitím metody konečných prvků v prostředí ANSYS, který byl použit pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů zařízení. Druhá hlavní část je tematicky zaměřena na výpočty spojené se simulací vynucených kmitů, hlavně pak průzkumu vlivu poddajnosti konstrukčních prvků zařízení na vynucené kmity zátěže (pohyb zkoumaného objektu, jeho případné zkreslení) při buzení deterministickými signály a pseudonáhodnými signály. Zde byl prakticky využit algoritmus kondenzace matematického modelu metodou Craig-Bampton. Tento postup byl využit při přenosu modelů poddajných těles z prostředí ANSYS do prostředí ADAMS, kde byla řešena problematika vynuceného kmitání. Součástí práce je rovněž srovnání vypočtených výsledků s hodnotami experimentálně získanými při měření provozních tvarů kmitů zařízení.

Key words

Klíčová slova

Metoda konečných prvků - MKP, vibrační plošina se šesti stupni volnosti, kondenzační metody, metoda Craig - Bampton, modální analýza, vlastní frekvence, vlastní tvar kmitu, soustava s více tělesy - MBS, rychlá Fourieova transformace - FFT, spektrum, provozní tvar kmitu.

Annotation of thesis

The main content of the thesis is the creation of mathematical model and simulation of dynamical properties of structure, which is called testing board with six degree of freedom. Testing board is a real testing device, which was developed and built on the TU Liberec. Theoretical part of the thesis is focused on problems with the mathematical modeling of larger structures with using of algorithms, which are generally called the reduction methods. Especially the algorithm called Craig-Bampton is described. The thesis contains two main sections. The first section is focused on the creation of model with finite element method utilization, using the software ANSYS. ANSYS was used for eigenfrequencies and eigenvectors computations. The second part is based on solutions of forced vibration analysis. Comparison between model only with rigid parts and the model with flexible parts is presented. This comparison is used to clarify the effect of flexible parts on the movement of the inspected body by the excitation with deterministic and pseudo-stochastic signals. The Craig-Bampton algorithm is used for the transfer of flexible parts from ANSYS to ADAMS, which was used for vibration analysis. The experimental operation deflection shapes analysis (ODS) is also a part of this thesis. The comparison between experimental and computed results is presented.

Key words

Finite element method - FEM, testing board with six degrees of freedom, reduction method, Craig - Bampton method, modal analysis, eigenfrequency, eigenvector, multi body system - MBS, fast Fourier transformation - FFT, spectrum, operation deflection shape.



Obsah

PŘEHLED HLAVNÍCH OZNAČENÍ A POUŽITÝCH SYMBOLŮ	3
1 ÚVOD.....	4
1.1 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	5
2 REŠERŠE LITERÁRNÍCH PRAMENŮ	6
2.1 SHRUTÍ	8
2.2 PRAMENY LITERÁRNÍ REŠERŠE	9
3 TEORETICKÉ ZÁKLADY KONDENZAČNÍCH METOD.....	10
3.1 OBECNÝ POPIS A SMYSL VYUŽITÍ	10
3.2 PŘEHLED VYBRANÝCH KONDENZAČNÍCH METOD	10
3.2.1 Guyanova kondenzace.....	10
3.2.2 Kondenzace transformací zobecněných souřadnic	12
3.2.3 Metoda Craig-Bampton (CB).....	13
3.2.4 Kondenzace metodou modální syntézy.....	16
3.3 POSOUZENÍ VHODNOSTI PŘEDSTAVENÝCH KONDENZAČNÍCH METOD K TVORBĚ MATEMATICKÉHO MODELU VIBRAČNÍ PLOŠINY	17
4 VIBRAČNÍ PLOŠINA	18
4.1 KONSTRUKČNÍ PROVEDENÍ ZAŘÍZENÍ.....	19
4.2 STRUČNÁ METODIKA ŘEŠENÍ, OČEKÁVANÉ VÝSLEDKY	21
5 VÝPOČET VLASTNÍCH FREKVENCÍ A VLASTNÍCH TVARŮ KMITŮ KONSTRUKCE	22
5.1 TEORETICKÉ ZÁKLADY ÚLOHY NALEZENÍ VLASTNÍCH FREKVENCÍ PLOŠINY	22
5.2 VÝPOČET VLASTNÍCH FREKVENCÍ A VLASTNÍCH TVARŮ KMITŮ PLOŠINY POMOCÍ MKP	24
5.2.1 Předpoklady o modelu pro řešení pomocí MKP.....	24
5.2.2 Provedení modelu.....	24
5.2.2.1 Model pryžové podložky	28
5.2.3 Okrajové podmínky modelu.....	30
5.2.4 Parametry výpočtového modelu.....	31
5.2.5 Vypočtené vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů plošiny bez zátěže	32
5.2.6 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů plošiny se zátěží.....	34
5.3 KONDENZACE MODELU METODOU CRAIG-BAMPTON V PROSTŘEDÍ ANSYS	35
5.4 SHRUTÍ HLAVNÍCH ZÁVĚRŮ PLYNOUCÍ Z KAPITOLY 5	36
6 VÝPOČTY ODEZVY PASIVNÍ ZÁTĚŽE NA ZKUŠEBNÍ PLOŠINĚ PŘI KINEMATICKÉM BUZENÍ SOUSTAVOU SERVOVÁLCŮ.....	37
6.1 MODEL VIBRAČNÍ PLOŠINY SESTAVENÝ V PROSTŘEDÍ MSC - ADAMS	38
6.2 VLIV POČTU NORMÁLNÍCH MÓDŮ POUŽITÝCH PŘI KONDENZACI METODOU CB NA PŘESNOST VÝPOČTU VLASTNÍCH FREKVENCÍ KOMBINOVANÉHO MODELU	40



6.3	VÝPOČET ODEZVY ZÁTĚŽE NA ŘÍZENÉ BUZENÍ GENEROVANÉ SERVOVÁLCI VIBRAČNÍ PLOŠINY	41
6.3.1	Úprava zařízení a modelu	41
6.3.2	Pohybové rovnice a metoda jejich integrace, model tlumení	42
6.3.3	Simulace pohybu zátěže při harmonickém buzení.....	44
6.3.4	Pohyb zátěže při periodickém buzení s třetí harmonickou složkou	51
6.3.5	Kombinace budících účinků, neharmonické budící funkce.....	55
6.3.6	Buzení zátěže pomocí pseudonáhodných signálů.....	59
6.3.7	Shrnutí a diskuze dosažených výsledků výpočtů kapitoly 6.3	62
7	STRUKTURÁLNÍ STROBOSKOPIE	64
7.1	ZÁKLADNÍ POZNATKY O STRUKTURÁLNÍ STROBOSKOPII	64
7.2	MĚŘENÍ PROVOZNÍCH TVARŮ KMITŮ VIBRAČNÍ PLOŠINY	66
7.3	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ PTK S VÝPOČTENÝMI HODNOTAMI	68
7.3.1	Buzení harmonickým signálem ve směru X souřadného systému.	68
7.3.2	Buzení harmonickým signálem ve směru Y souřadného systému.	68
7.3.3	Buzení harmonickým signálem ve směru Z souřadného systému.	68
7.4	NEJDŮLEŽITĚJŠÍ POZNATKY Z MĚŘENÍ PTK.....	69
8	ZÁVĚR A PŘÍNOSY DISERTAČNÍ PRÁCE	70
8.1	SHRUTÍ HLAVNÍCH DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ	70
9	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	73
9.1	SEZNAM VLASTNÍCH PUBLIKACÍ	74



Přehled hlavních označení a použitých symbolů

B, b matice tlumení, koeficient viskózního tlumení [$\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$]

M, m matice hmotnosti, hmotnost [kg]

K, k matice tuhosti, tuhost [$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$]

q(t), $\xi(t)$ vektor zobecněných souřadnic [m]

Ω kruhová vlastní frekvence [$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$]

v_v vlastní vektor

L Lagrangeův operátor definovaný $L = T - V$ [J]

T kinetická energie [J]

V potenciální energie [J]

D disipativní energie [J]

Ψ vektor vazbových rovnic

Λ vektor Lagrangeových multiplikátorů

Q, f, F vektor zobecněných sil, osamělá síla [N]

E Jednotková matice

T_{xy} obecná transformační matice

x vektor modálních (transformovaných) souřadnic

Φ modální matice

0, N nulová matice

λ vlastní číslo

c obecná konstanta

f vlastní frekvence [Hz]

S plocha [m^2]

ψ opravný činitel pro dynamickou tvrdost pryže [-]

E modul pružnosti [Pa]

ρ hustota [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]

μ Poissonova konstanta [-]

v, v vektor zobecněných rychlostí, rychlost [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]

a, a vektor zobecněných zrychlení, zrychlení [$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$]

H_{sr} přenosová funkce

S_{rs} spektrální výkonová hustota - křížové spektrum

S_{ss} spektrální výkonová hustota - autospektrum



1 Úvod

Současná doba klade mimořádně vysoké nároky na spolehlivost, aktivní bezpečnost a uživatelský komfort zařízení a to nejenom strojních. Ilustrativním příkladem se stává oblast automobilového průmyslu. Důraz je zde kladen na spolehlivost a bezpečnost nejen finálního produktu - automobilu, ale i všech zařízení, které vstupují do výrobního řetězce. Jedním z odvětví, kterému je z tohoto důvodu věnována značná pozornost, je komplexní výzkum vibroizolačních systémů a systémem hodnocení účinku vibrací na lidský organismus. Jedná se nejen o vývoj a výzkum vibroizolačních systémů, ale současně také o výzkum náhradních modelů lidského těla zatíženého vibracemi.

Soudobý výzkum se soustřeďuje na tři hlavní tematické oblasti. První oblastí je zdokonalování vibroizolačních systémů prvního stupně, tedy např. mechanismů sedaček, kabin, náprav atd. Jedná se o systémy obsahující aktivní či semiaktivní vibroizolační prvky. Druhou oblastí je zdokonalování ergonomie uložení lidského těla. Do této oblasti spadá výzkum ergonomie sedaček, sanitních lehátek a ovládacích prvků vozidel. Samostatnou třetí oblastí je vývoj a zdokonalování náhradního modelu lidského organismu a vůbec hodnocení účinku vibrací na lidský organismus.

Díky prudkému vývoji výpočetního hardwaru společně s rozvojem speciálních softwarů pro dynamiku těles a jejich soustav, je možné simulovat celou řadu problémů pasivní či aktivní vibroizolace ve virtuální podobě. Komplexní výzkum se ovšem neobejde bez experimentální části, která zároveň pomáhá zpřesňovat matematické modely.

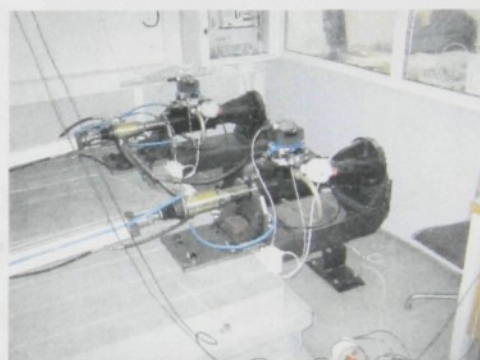
Pro experimentální část výzkumu je nutný vývoj a konstrukce speciálních zkušebních zařízení, která jsou schopná simulovat obecné buzení dynamického systému. Základním předpokladem ale je, aby zkoumaný objekt nebyl ovlivněn dynamickými vlastnostmi samotného zkušebního zařízení. Získané výsledky by totiž mohly být zatíženy množstvím chybových faktorů, například vlivem nedostatečné dynamické tuhosti zkušebního zařízení či nedokonalostí interpretace požadovaných budících účinků.

Tematickou náplní předkládané práce je matematické modelování a rozbor dynamických vlastností vibrační plošiny, speciálního zkušebního zařízení schopného generovat obecné prostorové budící účinky, s pomocí prostředků a metod dynamiky těles a jejich soustav. Zařízení bylo vyvinuto a realizováno na TU v Liberci s podporou grantového projektu GAČR č.01/02/0175 „Identifikace vibračního účinku na lidské tělo v obecném směru a jeho aktivní potlačení“.



1.1 Cíle disertační práce

- 1) Podat přehled vhodných metod a prostředků pro dynamickou analýzu zařízení.
- 2) S pomocí těchto prostředků vytvořit matematický model zkušební plošiny.
- 3) Provést matematické simulace provozních stavů plošiny ve frekvenční a časové oblasti.
- 4) Na základě výsledků matematických simulací provést diskuzi rizik možnosti zkreslení experimentálních výsledků vlivem nedostatečné dynamické tuhosti zařízení.
- 5) V maximální možné míře provést experimentální měření a porovnat hodnoty teoretických výsledků a experimentálních měření.



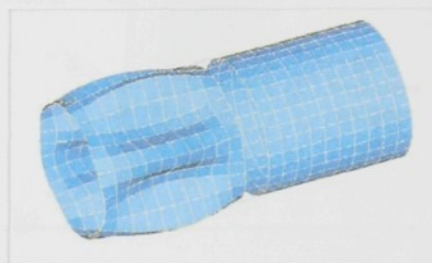
Obr.1.1: Zařízení instalované v hydrodynamické zkušebně TUL v Liberci Doubí



2 Rešerše literárních pramenů

V dostupné literatuře lze najít mnoho odkazů na články zabývající se problematikou řešení dynamiky rozsáhlých a komplexních systémů. Jedná se o práce, které v hojné míře popisují využití metod pro redukci počtu stupňů volnosti a dělení systémů na substrukтуры, tedy zjednodušeně využití kondenzačních metod. Trend využití těchto postupů jde ruku v ruce s vývojem hardwaru a softwarových prostředků schopných paralelně zpracovávat výpočtové algoritmy. Cílem

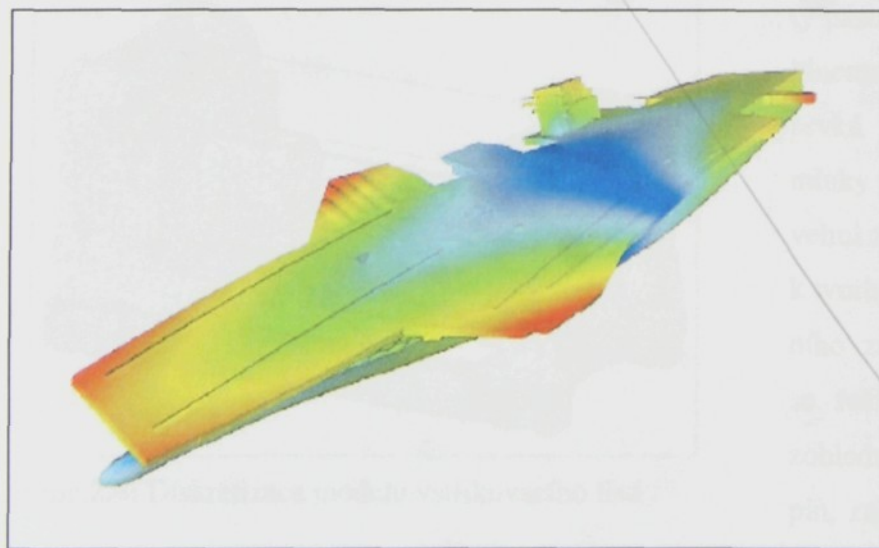
tohoto úsilí je podstatná úspora výpočetního času a v mnoha případech se prozatím dokonce jedná o jedinou schůdnou cestu pro



Obr.2.1: Ukázka dělení systému na substrukтуры.

simulaci rozsáhlých dynamických systémů. Typickým příkladem jsou například modely karoserií automobilů [1]. V dostupných pramenech lze najít články se zaměřením na teoretické pozadí kondenzačních metod, například [2] a [3], ale i příspěvky s ryze konkrétní problematikou z různých inženýrských oborů. Článek [2] tvoří jakýsi náhled na srovnání kondenzačních metod přes metodu statické kondenzace až po tzv. metody CMS - „Component Modal Synthesis“ s hlavním zaměřením na tzv. metodu „Craig-Bampton“. Stejnou metodou se zabývá i příspěvek [3], který je doplněn o jednoduchou testovací úlohou provedenou v MKP produktu

NASTRAN. Úloha dokumentuje možnost dělení systému na substrukтуры a srovnává výsledky kondenzovaného a nekondenzovaného modelu.

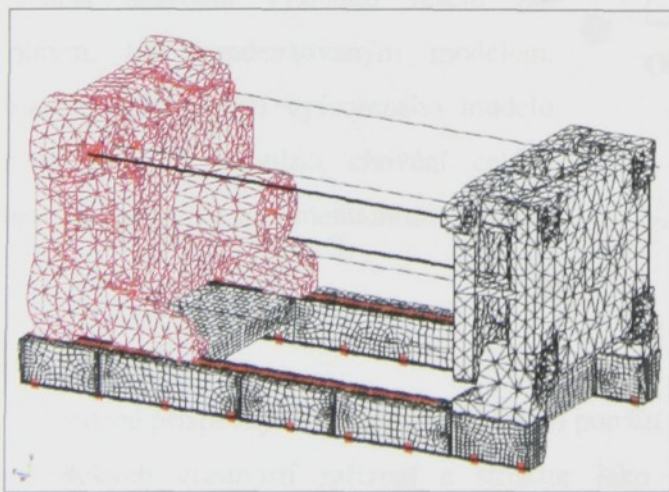


Obr.2.2: Příklad využití kondenzačních metod pro výpočet dynamických vlastností rozsáhlé struktury - letadlové lože



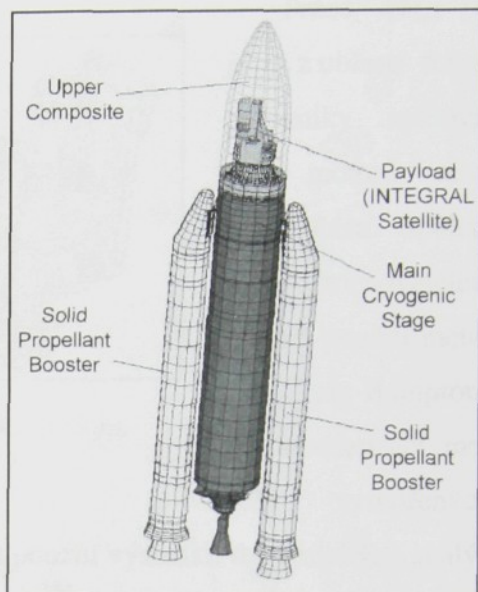
Výběr takto zaměřených publikací není náhodný. Metoda „Craig-Bampton“ je součástí systémů ANSYS a ADAMS, dvou programových prostředí, jejichž využití je zamýšleno pro tvorbu matematického modelu vibrační plošiny se šesti stupni volnosti. Jednou z teoreticky zaměřených prací je i [4], která prezentuje použití metody „Craig-Bampton“ pro simulaci poddajných těles v oblasti automobilových komponent a rotačních strojních zařízení. Článek [5] je příkladem využití zmiňované metody v dynamické analýze raketového nosiče satelitů. Za zmínku jistě stojí příklad dělení systému na jednotlivé substrukтуры jak ukazuje obr.2.3. Zobrazeno je přirozené rozdělení nosiče na pomocné rakety, nosnou raketu a dopravovaný náklad. Článek rovněž dokumentuje možnost použití výsledků dynamických simulací například pro řešení problémů únavy a spolehlivosti konstrukcí.

Z metodického hlediska je velmi zajímavý příspěvek [6]. Jedná se ukázkou řešení modelu vstřikovacího lisu. Základem úlohy je model vytvořený pomocí metody konečných prvků v prostředí ANSYS, který je kondenzován pomocí metody „Craig-Bampton“. S využitím

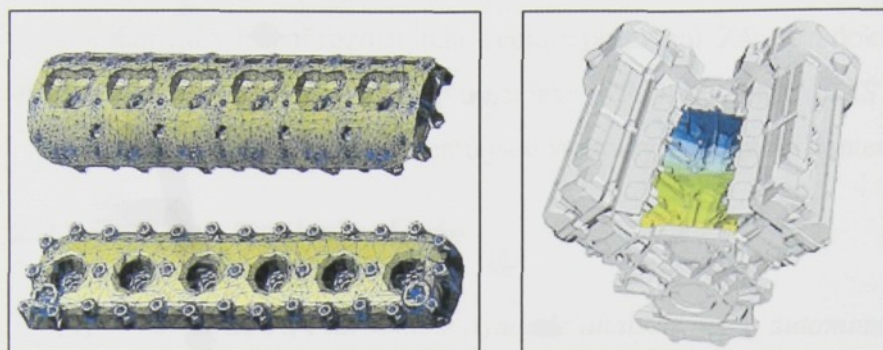


Obr.2.4: Diskretizace modelu vstřikovacího lisu

tím prostředí ADAMS, je pak vytvořen model, kde jsou využity nástroje tohoto prostředí jako kinematické vazby jednotlivých prvků modelu a okrajové podmínky řešení. Článek je rovněž velmi zajímavý svým přístupem k tvorbě modelu tohoto výrobního zařízení. V drtivé většině se řešitelé omezují pouze na zohlednění mechanických skupin, zatímco v tomto případě je brán ohled rovněž na hydraulický systém stroje a elektronický řídicí systém. Tento fakt posouvá tuto práci do oblasti kombinovaných systémů a umožňuje podat velmi komplexní pohled na celé budoucí zařízení.



Obr.2.3: Příklad dělení na substrukтуры

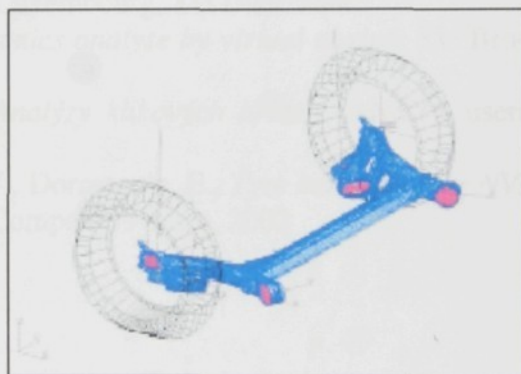


Obr.2.5: K virtuální modelům pístových motorů

Práce [7], [8] jsou z oblasti řešení dynamiky spalovacích motorů, resp. jejich částí. Společným jmenovatelem je opět použití metody „Craig-Bampton“ pro kondenzaci modelů vytvořených

pomocí MKP. Oba články rovněž demonstrují možnost použití výsledků dynamických analýz pro zpětnou pevnostní a životnostní kontrolu jednotlivých prvků agregátu, například klikového hřídele.

Poslední citovaný článek [9] je netradiční svou oblastí zaměření. Jedná se o použití kondenzačních metod – resp. metody „Craig-Bampton“ pro vytvoření modelu pneumatiky. Jde o systém geometricky i materiálově silně nelineární (ortotropní materiálový model). Článek rovněž poskytuje možnost srovnání výsledků řešení jak s plným, tak kondenzovaným modelem. Ukazuje také použití vytvořeného modelu pneumatiky při simulaci chování celého vozu a srovnání s experimentálními výsledky.



Obr.2.6: Model pneumatik s částí zadní nápravy

2.1 Shrnutí

Uvedené příspěvky dokumentují možnosti použití kondenzačních metod v oblasti simulací dynamických vlastností zařízení a struktur jako celků, ale i jednotlivých podskupin. Do přehledu byly vybrány hlavně takové příspěvky, které využívají prostředky a nástroje zamýšlené pro řešení problému dynamiky modelu plošiny se šesti stupni volnosti, s využitím prostředí ANSYS pro tvorbu modelu pomocí metody konečných prvků a ADAMS pro kondenzaci modelu a simulaci dynamických vlastností v časové, popř. frekvenční oblasti.



Z rešerše je patrné, že kondenzační metody tvoří poměrně univerzální nástroj, který nachází uplatnění v řešení rozmanitého spektra problémů. Zároveň dokumentuje rozšíření těchto metod do komerčně dostupných aplikací jako je ANSYS, MSC/NASTRAN, MSC/ADAMS.

Zdrojem jednotlivých dokumentů jsou sborníky konferencí a internetová síť.

2.2 Prameny literární rešerše

- [1] Schartz, P., *Full vehicle dynamic analysis using automated component modal synthesis*, ClusterWorld Conference, June 2003.
- [2] Gordon, S., *FEMCI The Book - The Craig-Bampton Method*, NASA Goddard Space Flight Center, May 6, 1999.
- [3] Noran Engineering Inc., *Component modal synthesis using the Craig Bampton method*, June 2004.
- [4] Sjögren, F., *Modeling of flexible components in vehicles and rotating machinery*, Multibody dynamics in Sweden, November 11.-12. 1999, Skaene.
- [5] Schüller, G.I., Pradlwarter, H.J., Pellissetti, M.F., *Reliability of spacecraft structures*, HPC Seminar WS 2005, December 15, 2005.
- [6] Hostert, C., Maas, S., Zürbes, A., Nordmann, R., *Dynamic simulation of an injection molding machine*, Université de Luxembourg, TU Darmstadt,
- [7] Píštěk, V., Novotný, P., *Powetrain dynamics analyse by virtual engine*, TU Brno, MECCA 3/2003.
- [8] Skácel, J., Kuchař, P., Hlaváček, P., *Analýzy klikových hřídelí*, ANSYS users' meeting, 2004 Hrubá Skála.
- [9] Duvernier, M., Fraysse, P., Bomblain, V., Dormegnien, E., *Tyre modelling for NVH engineering in ADAMS*, Michelin Tyre Company, France, 2002



3 Teoretické základy kondenzačních metod

3.1 Obecný popis a smysl využití

V současné době v široké míře využívané sestavování modelů dynamických soustav pomocí metody konečných prvků vede na soustavy rovnic o velmi vysokém počtu neznámých, který závisí na počtu stupňů volnosti vyšetřované soustavy. Běžně řešené jsou dnes soustavy o 10^5 stupních volnosti, ale výjimkou nejsou ani systémy s více jak 10^7 neznámými. Takovéto úlohy kladou vysoké nároky na výpočetní hardware, s čímž souvisí nemalá finanční náročnost takovýchto simulací. Žádoucí je proto maximální možné zjednodušení výpočtu, ovšem při zachování kvality výsledku. Východiskem je použití kondenzačních metod, které umožňují značné snížení počtu stupňů volnosti soustavy a tím i výpočetní náročnosti, při zachování přesnosti výsledků v určité, předem zvolené oblasti (obvykle frekvenčně vymezené). Mimo využití kondenzačních metod je možné zkrácení výpočetních časů rozdělením dynamického systému na podoblasti, tzv. substrukтуры, s kterými pak lze pracovat odděleně. To je výhodné například při použití paralelního zpracování na více počítačích najednou. V úvahu připadá samozřejmě také kombinace obou výše jmenovaných cest.

3.2 Přehled vybraných kondenzačních metod

V následující kapitole bude uveden krátký popis vybraných metod kondenzace. Výběr nebyl proveden náhodně, ale přednost dostaly ty metody, které se hojně rozšířily a lze je nalézt přímo implementované v některém z komerčně využívaných softwarů. Obsáhlejší přehled kondenzačních metod, včetně teoretického popisu, lze nalézt například v literárních pramelech [10] a [18].

3.2.1 Guyanova kondenzace

Guyanova kondenzace, někdy též zvaná kondenzace statická [2], [10], [17] – viz následující stat', patří mezi nejstarší algoritmy kondenzace a v různých modifikacích je a nebo byla zastoupena téměř ve všech komerčně dostupných prostředcích určených pro řešení problematiky dynamiky strojů (např. ANSYS, první verze ADAMSu).

Podstatou metody je rozdělení množiny stupňů volnosti modelu na skupinu hlavních (master) a na množinu vedlejších (slave) stupňů volnosti. Výběr se provádí na základě zkušeností řešitele, nebo lze využít pomocné algoritmy. Žádoucí je, aby kolem hlavních „master“ souřadnic byla soustředěna hmota. Řešení je podmíněno také tím, že veškeré budící síly mohou působit pouze ve směru hlavních stupňů volnosti. Pohybovou rovnici pro lineární systém slabě nekonzervativní (3.2.1)



$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(t) \quad (3.2.1)$$

lze pak psát ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{mm} & \mathbf{B}_{ms} \\ \mathbf{B}_{sm} & \mathbf{B}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_m(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2)$$

Ve směru vedlejších „slave“ souřadnic $\mathbf{q}_s$ nepůsobí žádné budící síly, proto lze druhý blokový řádek soustavy rovnic (3.2.2) rozepsaný do tvaru

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{sm} & \mathbf{B}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.2.3)$$

upravit zanedbáním prvních dvou členů levé strany rovnice (3.2.3), které představují setrvačné a tlumící síly na tvar

$$\mathbf{K}_{sm}\mathbf{q}_m + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q}_s = \mathbf{0}. \quad (3.2.4)$$

Dostáváme tzv. kvasistatickou podmínku rovnováhy – od toho se někdy odvíjí i název metody jako metody statické kondenzace. Z této podmínky lze vyjádřit vektor vedlejších „slave“ souřadnic ve tvaru (3.2.5)

$$\mathbf{q}_s = -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm}\mathbf{q}_m. \quad (3.2.5)$$

Pomocí vztahu (3.2.5) pak lze provést eliminaci vedlejších „slave“ souřadnic transformací (3.2.6)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm} \end{bmatrix} \mathbf{q}_m. \quad (3.2.6)$$

Soustava pohybových rovnic slabě nekonzervativního systému pak přechází do tvaru (3.2.7).

$$\mathbf{M}_{mm}\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{B}_{mm}\dot{\mathbf{q}}_m + (\mathbf{K}_{mm} - \mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm})\mathbf{q}_m = \mathbf{f}(t). \quad (3.2.7)$$

Vzhledem k použití podmínky kvasistatické rovnováhy, tedy zanedbání setrvačných a tlumících účinků vedlejších souřadnic, je metoda použitelná pro slabě nekonzervativní systémy. Další podmínkou je požadavek na normy jednotlivých submatic, kdy musí platit podmínka (3.2.8)

$$\|\mathbf{M}_{ss}\|, \|\mathbf{M}_{ms}\| \ll \|\mathbf{M}_{mm}\|. \quad (3.2.8)$$

Splnění podmínky (3.2.8) lze dosáhnout vhodným výběrem hlavních souřadnic, kolem kterých je soustředěna hmota.



3.2.2 Kondenzace transformací zobecněných souřadnic

Principem této metody je transformace z prostoru zobecněných souřadnic dimenze n do prostoru o dimenzi m nižší než n . Obecné schéma metody je následující:

$$\mathbf{q} = \mathbf{T}_{nm} \mathbf{x}. \quad (3.2.9)$$

Dosazením za vektor zobecněných souřadnic obdržíme soustavu pohybových rovnic pro slabě konzervativní systém (3.2.1) ve tvaru

$$\mathbf{M} \mathbf{T}_{nm} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \mathbf{T}_{nm} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K} \mathbf{T}_{nm} \mathbf{x} = \mathbf{f}(t). \quad (3.2.10)$$

Po pronásobení soustavy (3.2.10) zleva transponovanou transformační maticí soustava rovnic přejde do tvaru

$$\mathbf{T}_{nm}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{nm} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{T}_{nm}^T \mathbf{B} \mathbf{T}_{nm} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{T}_{nm}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{nm} \mathbf{x} = \mathbf{T}_{nm}^T \mathbf{f}(t). \quad (3.2.11)$$

Pro zjednodušení lze psát

$$\tilde{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}} \dot{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{f}}(t). \quad (3.2.12)$$

Zpětná transformace do prostoru zobecněných souřadnic je pak dána vztahem (3.2.9).

Jednou z možností využití uvedeného postupu je zvolit pro transformaci matici sestavenou z prvních m vlastních vektorů soustavy (3.2.1). Tento postup lze v literatuře [2] nalézt pod označením “modal decoupling” - modální dekompozice. Základním předpokladem je, že lineární posuvy uzlů soustavy lze aproximovat pomocí lineární kombinace menšího počtu vlastních vektorů dané soustavy podle maticového zápisu

$$\mathbf{q} = \mathbf{V} \mathbf{x}. \quad (3.2.13)$$

Kde $\mathbf{q}$ je vektor zobecněných souřadnic, $\mathbf{V}$ je matice vytvořená z vybraných m vlastních vektorů a $\mathbf{x}$ je vektor modálních souřadnic. Ostatní operace jsou formálně shodné se vztahem (3.2.11) s tím, že zpětná transformace je opět formálně shodná s (3.2.9) a je dána vztahem (3.2.13). Přičemž obecně platí (3.2.14) že,

$$\mathbf{T}_{nm} = \mathbf{V}. \quad (3.2.14)$$



Principem kondenzace pomocí modální dekompozice je sestavení transformační matice pouze z omezeného množství vlastních vektorů, které odpovídají vybraným vlastním frekvencím z vyšetřovaného frekvenčního pásma. Vlastní vektory a vlastní frekvence kondenzovaného modelu (3.2.12) aproximují vlastní frekvence a vlastní vektory reálné soustavy ve zvoleném frekvenčním rozsahu. Nevýhoda metody je zřejmá, pro každou změnu okrajových podmínek je nutné sestavit novou transformační matici. Naopak oproti statické kondenzaci metoda zohledňuje setrvačné účinky a tlumící síly.

3.2.3 Metoda Craig-Bampton (CB)

Metoda Craig Bampton vychází z kondenzace pomocí transformace zobecněných souřadnic a patří do skupiny metod obecně nazývaných souhrnně „Component Modal Synthesis“ - zkráceně CMS. Poprvé byla prezentována autorskou dvojicí Roy R. Craig a Mervyn C.C. Bampton v AIAA Journal, Vol.6, No. 7, v červenci 1968. Od jmen autorské dvojice je odvislé i pojmenování metody. Oproti modální dekompozici se liší uspořádáním transformační matice a přináší možnost modifikace okrajových podmínek kondenzovaného modelu bez nutnosti změny transformační matice. Metoda je přímo využívána modulem programu ADAMS-Flex při přenosu modelů poddajných těles vytvořených pomocí MKP viz [17]. Na aplikaci této metody lze nalézt celou řadu odkazů v tuzemské i světové odborné literatuře, včetně odkazů na implementaci této metody v komerčně dostupných softwarech pro řešení úloh dynamiky (Viz kapitola 2 a literární podklady kapitoly 2.2 - [1],[2],[3],[6],[7],[9]). V zahraniční literatuře je tato metoda často označována jako modifikace metod a postupů obecně nazývaných jako „Component Modal Synthesis“, vzhledem k tomu, že je použitelná nejen pro kondenzaci jednotlivých soustav, ale i při dělení soustav na substrukтуры.

Jak bylo řečeno, metoda využívá principu transformace zobecněných souřadnic. V dalším textu bude předveden princip použití metody pro kondenzaci soustavy pohybových rovnic slabě nekonzervativního systému dle (3.2.1).

Prvním krokem je rozdělení souřadnic - uzlů, na množinu vnější – připojovací, danou vektorem $\mathbf{q}_e$, která tvoří obálku systému a zároveň v těchto uzlech mohou být aplikovány okrajové podmínky (silové i kinematické) a na množinu vnitřních souřadnic - uzlů danou vektorem $\mathbf{q}_i$. V souřadnicích $\mathbf{q}_i$ pak žádné okrajové podmínky být definovány nemohou. Důležité je, že souřadnice $\mathbf{q}_e$, které jsou na začátku definovány jako vnější – připojovací, zůstávají přesně uchovány v bázi metody CB a nedochází tak k žádnému zkreslení v těchto souřadnicích zanedbáním vyšších vlastních tvarů. Tímto se metoda výrazně odlišuje od modální dekompozice.



Žádoucí vlastnost je dosažena vhodným schématem tvorby transformační matice a výběrem modální báze.

Z předchozích řádků je jasné, že prvním krokem je rozdělení souřadnic modelu na vnitřní $\mathbf{q}_i$ a vnější – připojovací $\mathbf{q}_e$. Druhým krokem je výpočet „tvarů“ soustavy. Záměrně je užito označení „tvary“, protože se jedná o dvě následující skupiny. Za prvé jde o výpočet vlastních vektorů soustavy, kdy je všem vnějším souřadnicím $\mathbf{q}_e$ přiřazen nulový posuv – tzv. „normálních módů“ Φ_n . Druhým krokem je výpočet tzv. „statických“ tvarů Φ_i . „Statické tvary“ tvoří množinu vektorů, které jsou definovány tak, že postupně každé souřadnici vektoru $\mathbf{q}_e$ je přiřazen jednotkový posuv, přičemž ostatní souřadnice vektoru $\mathbf{q}_e$ jsou rovny nule. Výsledkem jsou vektory, které popisují lineární deformace tělesa při daných okrajových podmínkách vlivem jednotkového posuvu některé ze souřadnic vektoru $\mathbf{q}_e$.

Matematicky lze předchozí popis formulovat následujícím postupem, přičemž je samozřejmě nutná úprava pořadí řádků vektoru $\mathbf{q}$ tak, aby vnější souřadnice obsadily první řádky a až v dalších řádcích jsou obsaženy vnitřní souřadnice – viz (3.2.15)

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_e \\ \mathbf{q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix}, \quad (3.2.15)$$

kde jednotlivé symboly mají následující význam:

- $\mathbf{q}_e$... subvektor zobecněných souřadnic odpovídající vnějším souřadnicím
- $\mathbf{q}_i$... subvektor zobecněných souřadnic odpovídající vnitřním souřadnicím
- $\mathbf{E}$... jednotková submatice
- $\mathbf{0}$... nulová submatice
- Φ_{si} ... bloková submatice posunů vnitřních souřadnic $\mathbf{q}_i$ statických tvarů
- Φ_{ni} ... bloková submatice posunů vnitřních souřadnic $\mathbf{q}_i$ normálních módů
- $\mathbf{x}_e$... subvektor modálních souřadnic odpovídající vnějším souřadnicím
- $\mathbf{x}_i$... subvektor modálních souřadnic odpovídající vnitřním souřadnicím

Zjednodušeně zapsáno analogicky k (3.2.9),

$$\mathbf{q} = \Phi \mathbf{x}. \quad (3.2.16)$$



Z tohoto schématu je patrné, že k redukci dochází úpravou počtu použitých „normálních módů“ Φ_n pro sestavení transformační matice, zatímco počet modálních souřadnic odpovídající vnějším souřadnicím $\mathbf{x}_e$ se nemění.

Obecné schéma transformace soustavy pohybových rovnic (3.2.1) je shodné s (3.2.11). Při zachování formálního schématu (3.2.15) je ale nutná reorganizace řádků matic hmotnosti, tlumení, tuhosti a vektoru zobecněných sil – jedná se přeskupení řádků matic podle příslušnosti k souřadnicím $\mathbf{q}_e$ a $\mathbf{q}_i$. Po této úpravě lze soustavu pohybových rovnic obdržet ve tvaru

$$\Phi^T \mathbf{M}_{cb} \Phi \ddot{\mathbf{x}} + \Phi^T \mathbf{B}_{cb} \Phi \dot{\mathbf{x}} + \Phi^T \mathbf{K}_{cb} \Phi \mathbf{x} = \Phi^T \mathbf{f}_{cb}(t), \quad (3.2.17)$$

přičemž index cb představuje přeskupené matice. Detailně pak lze jednotlivé matice a vektor buzení psát ve tvaru,

$$\hat{\mathbf{K}}_{cb} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & \mathbf{K}_{ei} \\ \mathbf{K}_{ie} & \mathbf{K}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

pro kondenzovanou matici tuhosti,

$$\hat{\mathbf{B}}_{cb} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B}_e & \mathbf{B}_{ei} \\ \mathbf{B}_{ie} & \mathbf{B}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

pro kondenzovanou matici tlumení,

$$\hat{\mathbf{M}}_{cb} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

pro kondenzovanou matici hmotnosti,

$$\hat{\mathbf{f}}_{cb} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \Phi_{si} & \Phi_{ni} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.2.21)$$

pro vektor budících sil.

Zpětná transformace z prostoru modálních do prostoru zobecněných souřadnic je dána vztahem (3.2.16), který je formálně shodný s obecným schématem kondenzace pomocí transformace zobecněných souřadnic podle vztahu (3.2.9).



3.2.4 Kondenzace metodou modální syntézy

Metoda označovaná jako „Kondenzace metodou modální syntézy“, jak ji uvádí publikace [10], není součástí žádného běžně rozšířeného komerčního softwaru, ale nabízí zajímavé možnosti pro případ matematických modelů soustav, které lze přirozeně dělit na substrukтуры spojené diskrétními pružně-viskózními vazbami.

Výchozím předpokladem metody je, že každý samostatný subsystém „j“ je popsán vlastní maticí hmotnosti, tlumení a tuhosti. Vektor $\mathbf{q}_j$ popisuje subsystém v jeho lokálním souřadnicovém systému. Pohybovou rovnici subsystému „j“ pak lze psát ve tvaru (3.2.22)

$$\mathbf{M}_j \ddot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{B}_j \dot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{K}_j \mathbf{q}_j = \mathbf{f}_j^C(t) + \mathbf{f}_j^E(t). \quad (3.2.22)$$

Vektor $\mathbf{f}_j^C$ představuje silové působení subsystémů vázaných se subsystémem „j“ pomocí pružně-viskózních vazeb. Vektor $\mathbf{f}_j^E$ reprezentuje vnější silové budící účinky působící na subsystém „j“. Schéma metody vychází z principu kondenzace pomocí transformace zobecněných souřadnic. Výpočtem vlastních čísel a vlastních vektorů konzervativní části subsystému „j“ definované pomocí předpisu (3.2.23)

$$\mathbf{M}_j \ddot{\mathbf{q}}_j + \mathbf{K}_j \mathbf{q}_j = \mathbf{0} \quad (3.2.23)$$

získáme množinu všech vlastních tvarů kmitů, kterou rozdělíme na množinu m_j hlavních módů a množinu s_j vedlejších módů. Příspěvky hlavních módů do dynamické odezvy respektujeme, příspěvky vedlejších módů zanedbáme. Přeskupením pořadí módů získáme modální matici subsystému „j“ ve tvaru (3.2.24),

$$\mathbf{V}_j = [\mathbf{V}_j^m, \mathbf{V}_j^s]. \quad (3.2.24)$$

Transformační schéma je dáno zápisem (3.2.25),

$$\mathbf{q}_j = \mathbf{V}_j^m \mathbf{x}_j. \quad (3.2.25)$$

Transformační matice je vytvořena z hlavních módů konzervativního systému podle předpisu (3.2.23). Soustavu pohybových rovnic lze po transformaci zapsat ve tvaru (3.2.26),

$$\mathbf{V}_j^m \mathbf{V}_j^T \mathbf{M}_j \mathbf{V}_j^m \ddot{\mathbf{x}}_j + \mathbf{V}_j^m \mathbf{V}_j^T \mathbf{B}_j \mathbf{V}_j^m \dot{\mathbf{x}}_j + \mathbf{V}_j^m \mathbf{V}_j^T \mathbf{K}_j \mathbf{V}_j^m \mathbf{x}_j = \mathbf{V}_j^m \mathbf{V}_j^T [\mathbf{f}_j^C(t) + \mathbf{f}_j^E(t)]. \quad (3.2.26)$$

Pro všechna j lze pro celý systém zavést soustavu pohybových rovnic s blokově diagonálními maticemi hmotnosti, tlumení a tuhosti ve tvaru (3.2.27),

$$\tilde{\mathbf{M}}^m \ddot{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}^m \dot{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{K}}^m \mathbf{x} = \mathbf{V}^T [\mathbf{f}^C(t) + \mathbf{f}^E(t)]. \quad (3.2.27)$$



Vektor vazbových sil $\mathbf{f}^c$ lze obecně vyjádřit pomocí potenciální energie E_p^c a disipativní funkce R^c vazeb mezi subsystémy dle předpisu (3.2.28)

$$\mathbf{f}^c = -\frac{\partial E_p^c}{\partial \mathbf{q}} - \frac{\partial R^c}{\partial \dot{\mathbf{q}}}. \quad (3.2.28)$$

Počet stupňů volnosti takto redukovaného matematického modelu odpovídá součtu počtu všech hlavních módů jednotlivých subsystémů. Konzervativní část modelu (3.2.27) lze využít například k výpočtu vlastních frekvencí celého dynamického systému.

3.3 Posouzení vhodnosti představených kondenzačních metod k tvorbě matematického modelu vibrační plošiny

Všeobecně nelze říci, že by některá z metod uvedených v předchozí kapitole byla jednoznačně nejlepší a univerzálně použitelná, proto je porovnání provedeno subjektivně s ohledem na možnost využití při zpracování zadání této práce. Pro danou situaci se zdá být nejvhodnější metoda Craig-Bampton a to z několika níže uvedených důvodů v souladu s literaturou, např. [2]:

- Splňuje požadavek na snížení řádu úlohy při zachování požadované přesnosti v určité frekvenční oblasti.
- Vzhledem k tomu, že pracuje s vlastními vektory nekondenzované soustavy, respektuje celou matici hmotnosti – oproti např. Guyanově redukci.
- Je definována přímo frekvenčním rozsahem vybraných vlastních frekvencí a jim příslušných vlastních vektorů.
- Oproti modální dekompozici umožňuje změnu okrajových podmínek úlohy bez změny transformační matice.

Určitou nevýhodou metody je ale nutnost přeskupení matic hmotnosti, tlumení a tuhosti původního modelu.



4 Vibrační plošina

Vibrační plošina se šesti stupni volnosti je název pro zkušební zařízení, vyvinuté na TU v Liberci v rámci grantového projektu GA ČR č.101/02/0175 „Identifikace vibračního účinku na lidské tělo v obecném směru a jeho aktivní potlačení“.

Technické provedení zařízení má umožňovat buzení zkoumaného objektu harmonickými i obecnými signály, bez významného zkreslení výsledků dynamickou poddajností samotného zařízení. Budící signály mají pokrývat frekvenční oblast 0 – 15 Hz s amplitudami závislými od maximálních zrychlení (budících frekvencí). Maximální hmotnost buzeného objektu nemá přesáhnout 250 kg. Z požadavku na poměrně vysoké frekvence budících signálů byla v počátcích projektu očekávána nejnižší vlastní frekvence zařízení cca 50 Hz, aby předpokládaný odstup budících frekvencí zajišťoval vyhovující dynamickou tuhost zařízení bez vlivu na vyšetřovaný objekt.

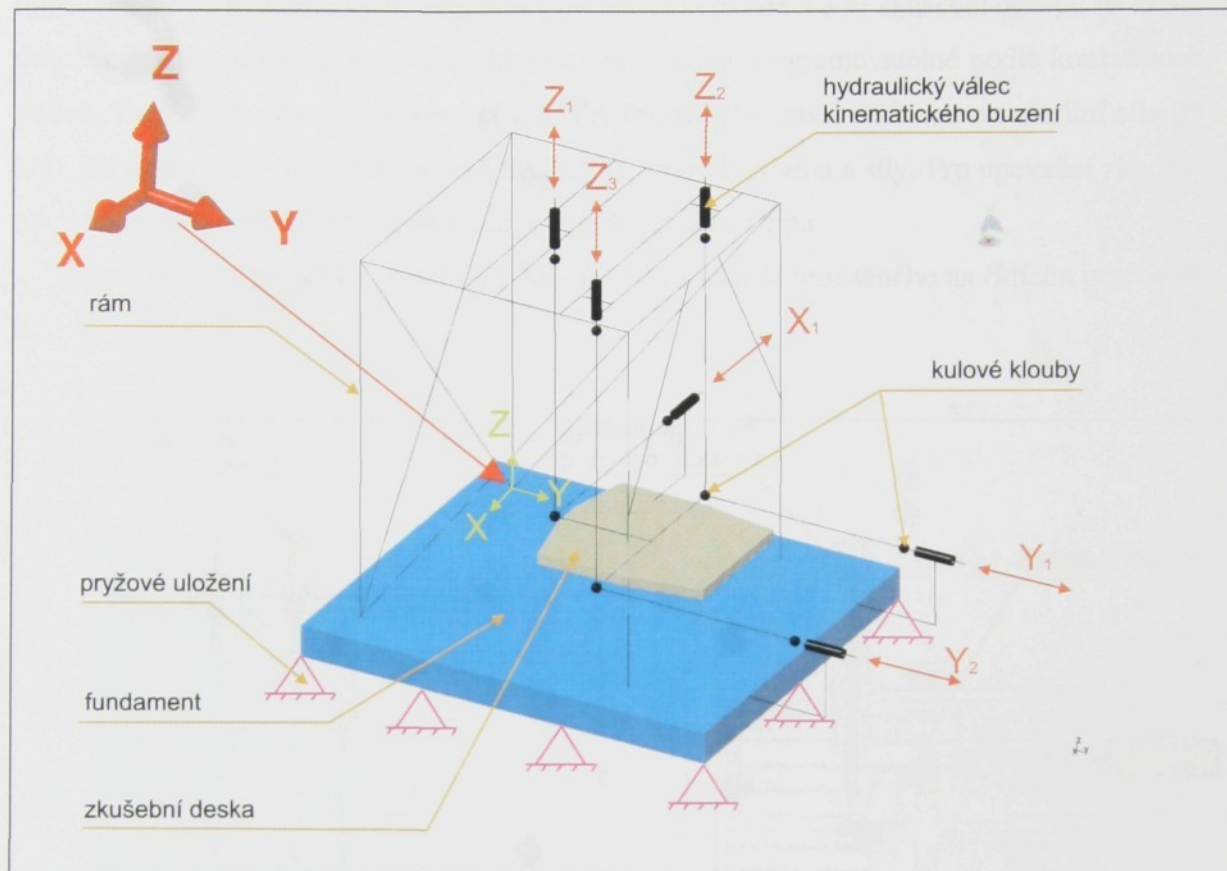


Obr. 4.1- 4.3: Vibrační plošina instalovaná ve zkušebně TUL v Liberci Doubí, detail servo-
válců INOVA s příslušenstvím.



4.1 Konstrukční provedení zařízení

Z kinematického hlediska jde o prostorový mechanismu se šesti stupni volnosti a šesti nezávislými budícími prvky. (Obrázky 4.4.a 4.5).



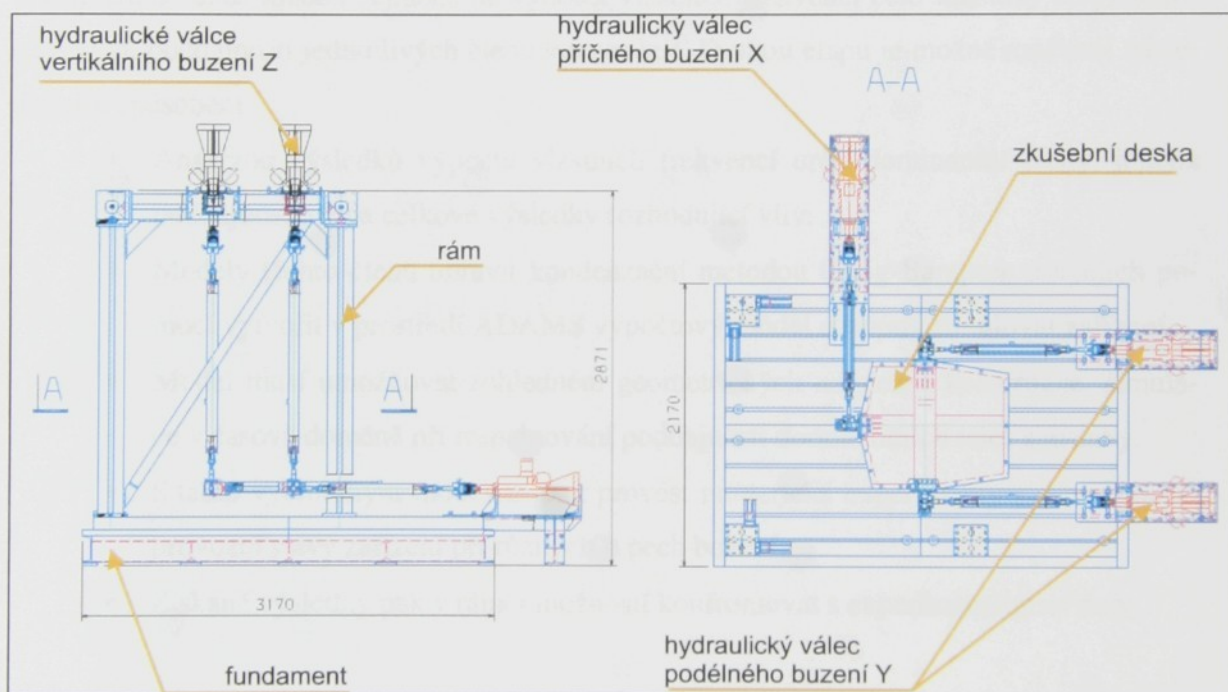
Obr. 4.4: Kinematické schéma vibrační plošiny s naznačenými směry buzení – zvolený souřadný systém je respektován pro všechny další výpočty a měření

Samotnou konstrukci je pak možné rozdělit do několika základních konstrukčních celků. Základem plošiny je železobetonový fundament s litinovou kotvící deskou, který je na pryžových podložkách ustaven na podlaze zkušebny bez dalšího dodatečného kotvení. Rám plošiny je zhotoven jako konstrukce z extrudovaných profilů z hliníkové slitiny. Takovéto provedení bylo voleno z hlediska snadné smontovatelnosti a předpokládanému dobrému konstrukčnímu tlumení hlavních nosných profilů 200 x 200mm, které jsou složeny z profilů 80x80mm s pomocí speciálního vazebního profilu. Právě toto uspořádání má zaručit, že na stykových plochách jednotlivých profilů bude vlivem suchého tření docházet ke konstrukčnímu tlumení. Jednotlivé nosníky celého rámu jsou spojeny pomocí svařovaných ocelových styčnicků a šroubů (Detaily viz výkresová dokumentace v příloze práce).



Rám plošiny je pak pomocí šroubových spojů upevněn na kotvící desku fundamentu. Podrobnosti opět viz výkresová dokumentace. Ojnice prostorového mechanismu jsou zhotoveny rovněž z profilů z hliníkové slitiny. Pomocí ocelovými styčníků s kulovými klouby jsou ojnice spojeny s hydraulickými budícími válci na jednom konci a se zkušební deskou na konci druhém. Hydraulické válce zajišťují kinematické buzení programovatelné podle konkrétních potřeb. Zařízení je osazeno servoválcem INOVA (maximální zdvih 200mm, maximální síla 25 kN), jež jsou vybaveny servoventily REXROTH, snímači zdvihu a síly. Pro upevnění zkoušených objektů slouží zkušební deska, jež je součástí mechanismu.

Řízení plošiny probíhá v prostředí LAB-VIEW z počítače umístěného na řídicím pracovišti.



Obr. 4.5: Základní dispozice zařízení spolu s hlavními rozměry

Bližší informace o konstrukčním provedení lze nalézt ve výkresové dokumentaci, jejíž část je přílohou této práce.

Poznámka: Na obrázku 4.4 je zaveden pravoúhlý souřadný systém XYZ a směry buzení, které jsou nadále používány pro všechny matematické modely MKP i MBS a měření!



4.2 Stručná metodika řešení, očekávané výsledky

Z hlediska dynamiky se jedná o soustavu, kde některá tělesa vykonávají pohyby, jež nelze popsat lineárními pohybovými rovnicemi. Mezi tato tělesa patří celý prostorový budící mechanismus. Při provozu plošiny dochází také k deformacím celé konstrukce. Deformace lze ale vzhledem ke kinematickým pohybům označit za malé - lineární, splňující Hookeův zákon. Byť byly deformace jednotlivých členů soustavy označeny jako malé, nelze je při simulaci celé soustavy zanedbat, protože tuhost jednotlivých konstrukčních uzlů má vliv na celkovou dynamickou tuhost konstrukce a rozsah vlastních frekvencí zařízení.

Vzhledem k této skutečnosti bylo celé řešení úlohy rozděleno do dvou dílčích úloh. Prvním krokem je vytvoření matematického modelu celého zařízení s pomocí metody konečných prvků. Důraz bude kladen zejména na výpočet vlastních frekvencí celé soustavy a vyhodnocení vlivu poddajnosti jednotlivých členů konstrukce. Druhou etapu je možné rozčlenit následujícím způsobem.

- Analýzou výsledků výpočtu vlastních frekvencí určit dominantní členy, jejichž poddajnost má na celkové výsledky rozhodující vliv.
- Modely těchto členů upravit kondenzační metodou Craig-Bampton a s jejich pomocí vytvořit v prostředí ADAMS výpočtový model schopný simulovat zařízení.
- Model musí umožňovat zohlednění geometrických nelinearit konstrukce, simulace v časové doméně při respektování poddajnosti dominantních těles soustavy.
- S takto vytvořeným modelem pak provést numerické experimenty s cílem popsat provozní stavy zařízení při různých typech buzení.
- Získané výsledky pak v rámci možností konfrontovat s experimentálními daty.

Poznámka k jednotkám použitým v dalších výpočtech

Vzhledem k tomu, že výchozím podkladem pro tvorbu CAD geometrie zařízení byla obvyklá strojírenská dokumentace, která využívá milimetry jako základní jednotky, byly rovněž **milimetry** použity jako základní délková jednotka pro další modely a výpočty. S tím souvisí jednotky rychlosti a zrychlení, které jsou definovány jako $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ a $\text{mm}\cdot\text{s}^{-2}$. Ostatní jednotky - hmotnost, síla, čas jsou definovány podle standardu SI.



5 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů konstrukce

Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů představuje základní metodu pro dynamickou analýzu mechanických soustav. Spektrum vlastních frekvencí poskytuje přehled o dynamické tuhosti a zároveň umožňuje soustavu hodnotit podle odstupu frekvencí vlastních a frekvencí zastoupených v budících signálech. Z hlediska prostorového uspořádání konstrukce jsou pak velmi užitečné vlastní tvary kmitů, podle kterých lze hodnotit případnou shodu směru působení buzení a směru vlastních tvarů. Díky velkému rozšíření výpočetních programů založených na metodě konečných prvků je v současné době možné získat rychle přehled nejen o hodnotách vlastních frekvencí soustavy, ale samozřejmě se rovněž stala i vizualizace vlastních tvarů. S pomocí těchto prostředků má řešitel úlohy mnohem větší možnost komplexního pohledu na daný problém, včetně možnosti optimalizace výpočtového modelu a posouzení vlivu jednotlivých prvků soustavy.

5.1 Teoretické základy úlohy nalezení vlastních frekvencí plošiny

Nalezení vlastních frekvencí vychází z řešení homogenní části soustavy pohybových rovnic soustavy těles, jak je udává např. [10]. Základním předpokladem je linearita vyšetřované soustavy. Uvažují se lineární deformace a rovněž lineární model (tj. platí Hookeův zákon) u všech použitých materiálů.

Z matematického hlediska lze daný problém formulovat jako nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů soustavy lineárních diferenciálních rovnic

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} . \quad (5.1)$$

Vzhledem k tomu, že konstrukce neobsahuje žádné aktivní tlumicí členy ani hltiče kmitů, lze pro výpočet vlastních čísel vycházet z předpokladu, že systém je slabě konzervativní a pro další výpočty lze matici tlumení uvažovat za nulovou, $\mathbf{B} = \mathbf{0}$. Soustava diferenciálních rovnic pro výpočet vlastních čísel pak přechází do tvaru (5.2),

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} . \quad (5.2)$$



Soustavě rovnic vyhovuje při daných počátečních podmínkách $\mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0$, $\dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}_0$ řešení ve tvaru

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{v}e^{i\Omega t}, \mathbf{v} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]^T. \quad (5.3)$$

Dosazením řešení (5.3) do soustavy rovnic (5.2) dostaneme soustavu homogenních algebraických rovnic ve tvaru (5.4)

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M})\mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (5.4)$$

Netriviální řešení soustavy (5.4) existuje za předpokladu, že determinant matice $(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M})$ je roven nule, tedy

$$\det(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (5.5)$$

Tuto rovnici (5.5) nazýváme jako charakteristickou a její kořeny $\lambda_v = \Omega_v^2$ jsou vlastní čísla. Ta jsou pro slabě konzervativní systémy reálná nezáporná a vlastní frekvence jsou definovány jako $\Omega_v = \sqrt{\lambda_v}$. Každému vlastnímu číslu λ_v je přiřazen vlastní vektor $\mathbf{v}_v$, který splňuje rovnici (5.4) a popisuje vlastní tvar kmitání. Vzhledem k homogenitě rovnic (5.4) je řešením samozřejmě také jakýkoliv vektor $c\mathbf{v}_v$, kde c je libovolná konstanta. Pro jednoznačné určení je tedy nutné vlastní vektory normovat. Vhodná je například podmínka pro normování vlastních vektorů podle matice hmotnosti ve tvaru (5.6),

$$\mathbf{v}_v^T \mathbf{M} \mathbf{v}_v = 1, v = 1, 2, \dots, n, \quad (5.6)$$

jež je běžnou součástí algoritmů výpočtu vlastních vektorů. Běžnou praxí komerčních programů (např. ANSYS, ADAMS) je uvádět vlastní frekvence ve tvaru (5.7),

$$f_v = \frac{\Omega_v}{2\pi}, \quad (5.7)$$

kdy jednotkou je přímo s^{-1} – Hz.



5.2 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů plošiny pomocí MKP

Výpočetní model byl sestaven v programu ANSYS, kde byl proveden i výpočet vlastních frekvencí, včetně všech následujících vizualizací.

5.2.1 Předpoklady o modelu pro řešení pomocí MKP

Základním předpokladem je linearita celého systému a to jak linearita deformací tak linearita materiálová. Předpokládá se rovněž, že podloží a okolí zařízení je absolutně tuhé, tj. pryžové podložky stojí na absolutně tuhém podkladě. Spojení fundamentu plošiny a konstrukce rámu je uvažováno jako tuhé. Styčníky konstrukce rámu jsou modelovány jako vetknutí, dodatečná hmotnost ocelových styčnicků je zohledněna. Tato situace odpovídá dokonalému předeprnutému šroubovému spoji, u kterého nedochází vlivem zatížení k odlehnutí spojených součástí. U kulových kloubů budícího mechanismu nejsou zohledněny pasivní odpory v zájmu zachování linearity modelu. Soustava je považována za konzervativní systém, důsledkem čehož je matice tlumení nulová.

5.2.2 Provedení modelu

Vibrační plošina tvoří z hlediska modelování soustavu poddajných těles spojenou více, či méně poddajnými vazbami. S přihlédnutím k reálnému konstrukčnímu provedení lze pak tuto soustavu rozdělit do několika přirozených celků. Dělení je následující:

- Rám zařízení
- Fundament včetně kotvicí desky a pryžových podložek
- Kinematické prvky budícího mechanismu včetně upínací desky, hydraulických válců a jejich upevňovací elementy

Toto dělení bylo provedeno z ryze praktických důvodů, protože pro modelování každé z těchto skupin lze s určitými výhodami použít jiný typ prvků. Rámcový přehled podává tabulka 5.1.

Tabulka 5.1: Použité typy prvků.

Typ prvku	Popis prvku	V modelu použito pro:
SOLID 45	Osmiuzlový prvek typu brick pro modelování objemových těles	Model fundamentu a pryžových podložek
COMBIN 7	Speciální prvek pro modelování kloubů, rovinných i prostorových	Kulové klouby ojníc kinematického buzení
BEAM 4	Dvojuzlový prvek pro modelování prostorových nosníků	Rám plošiny, ojnice buzení, hydraulické válce, výztuž zkušební desky, výztuže
MASS 21	Prvek typu hmotný bod	Přídavná hmota ocelových styčnicků
SHELL 63	Čtyřuzlový skořepinový prvek	Deska zkušební plošiny



Volba prvků typu BEAM pro tvorbu modelu rámu má několik předností. Lze s výhodou využít parametrů profilů udávaných přímo výrobcem (obr.5.1), čímž odpadá složité modelování profilu nosníku pomocí prvků SOLID s neadekvátním počtem potřebných prvků.

	Profile 8 160x40 4N light $A = 21.50 \text{ cm}^2$ $I_x = 33.90 \text{ cm}^4$ $I_y = 512.66 \text{ cm}^4$ $m = 5.80 \text{ kg/m}$ $W_x = 16.52 \text{ cm}^3$ $W_y = 64.08 \text{ cm}^3$ Cut-off max. 6000 mm, natural	0.0.429.04
	Profile 8 160x80 light $A = 37.80 \text{ cm}^2$ $I_x = 267.07 \text{ cm}^4$ $I_y = 907.88 \text{ cm}^4$ $m = 10.21 \text{ kg/m}$ $W_x = 66.77 \text{ cm}^3$ $W_y = 113.48 \text{ cm}^3$ Cut-off max. 6000 mm, natural	0.0.411.18
	Profile 8 160x80 $A = 50.07 \text{ cm}^2$ $I_x = 360.89 \text{ cm}^4$ $I_y = 1228.33 \text{ cm}^4$ $m = 13.52 \text{ kg/m}$ $W_x = 90.22 \text{ cm}^3$ $W_y = 153.54 \text{ cm}^3$ Cut-off max. 6000 mm, natural	0.0.265.26
	Profile 8 160x80 4N light $A = 38.34 \text{ cm}^2$ $I_x = 275.90 \text{ cm}^4$ $I_y = 919.80 \text{ cm}^4$ $m = 10.35 \text{ kg/m}$ $W_x = 68.97 \text{ cm}^3$ $W_y = 114.97 \text{ cm}^3$ Cut-off max. 6000 mm, natural	0.0.429.05

Obr 5.1: Průřezové charakteristiky profilů, jak je udává výrobce

Provedení je výhodné i z několika dalších důvodů. Dobré přesnosti výpočtu lze dosáhnout s minimálním počtem použitých prvků, což výrazně zkracuje výpočetní čas a umožňuje použít tento model i pro simulace v časové oblasti (např. po kondenzaci modelu), dále umožňuje snadné modelování kloubových závěsů zkušební desky – existuje totiž přímá kompatibilita mezi prvky BEAM4 (prvek nosníku) a COMBIN7 (kulový kloub). Počet použitých prvků může být v maximální míře omezen, bez významné ztráty přesnosti řešení, protože prvky typu BEAM samozřejmě umožňují respektování jak ohybové, tak smykové i torzní deformace.

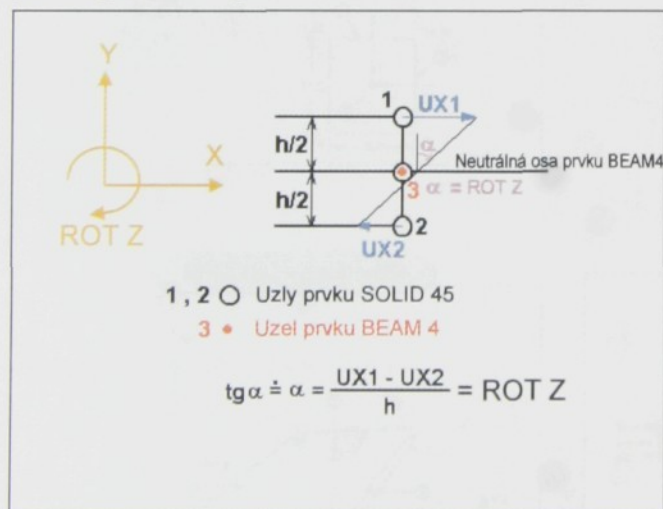
Mimo použití průřezových veličin, které ke každému profilu udává výrobce, lze převzít i materiálové vlastnosti. Předností modelu je také jednoduchá modifikace geometrie, což bylo použito v [21] při realizaci různých variant výztuží. Pouze kosmetickou vadou je pak vizualizace těchto prvků, jež je reprezentována pouze tenkou čarou odpovídající neutrální ose nosníku, což může způsobit nezasvěcenému pozorovateli dojem, že rám zařízení je tvořen pouze velmi subtilní konstrukcí.



U modelu fundamentu bylo zapotřebí použít objemové prvky SOLID45. Prvky typu brick byly voleny záměrně, protože umožňují efektivně popsat danou oblast s minimem použitých prvků např. v porovnání s prvky typu čtyřstěn (tetra). Nevýhodou je možnost síťování pouze topologicky jednoduché geometrie, což si vyžádalo rozdělení modelu fundamentu na celkem 571 částí, jež jsou vyplněny pomocí 4779 prvků.

V zájmu zachování racionálního počtu prvků při dostatečné geometrické věrnosti modelu bylo nutné přistoupit k určitým zjednodušením, včetně zjednodušené reprezentace budících hydraulických válců. I v samotném fundamentu bylo nutné přijmout některá zjednodušující opatření jako zanedbání drážek „T“ v desce fundamentu a celkové zjednodušení tvaru fundamentu, například zanedbáním límce odvodu oleje, zanedbáním zaoblených hran ...

Specifické komplikace ovšem působí také spojení prvků SOLID45 a BEAM4. Důvod je zřejmý, uzel prvku BEAM4 obsahuje informaci o celkem šesti neznámých – 3 posuvy a 3 rotace, zatímco uzel prvku SOLID45 nese informace pouze o třech neznámých posuvech. Při spojení uzlů těchto prvků pak vzniká nekompatibilita a prvek BEAM4 se chová, jako by byl uložen ve sférickém kloubu bez pasivních odporů. Tuto skutečnost lze pro malé - lineární posuny a natočení řešit použitím vazbových rovnic s linearizací úhlu natočení (Obr.5.2). Spojení se pak chová jako nedokonalé⁽¹⁾ vetknutí.



Obr.5.2: Schéma výpočtu rotace uzlu prvku BEAM z posuvů uzlů prvku SOLID

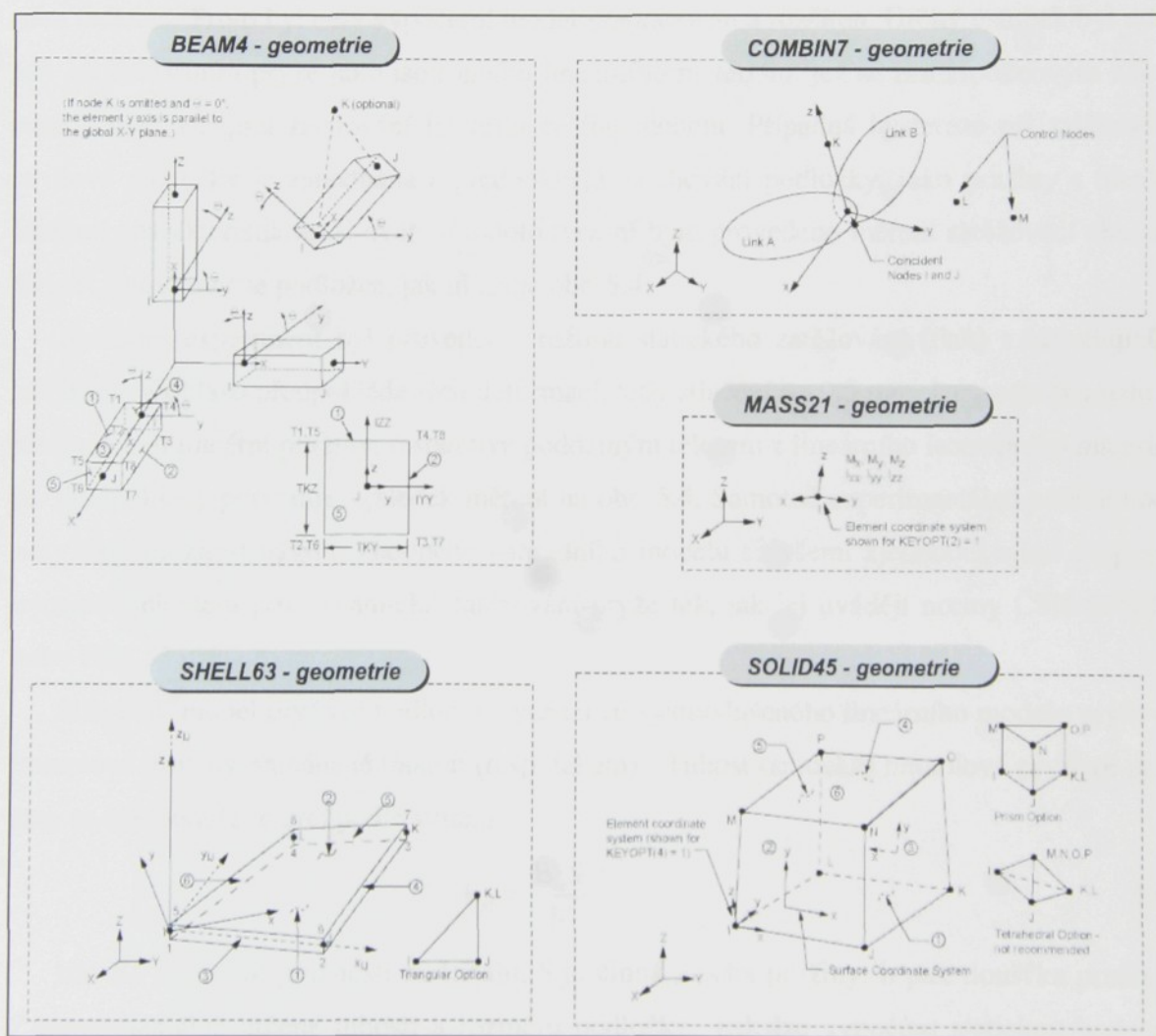
Kromě základního předpokladu malých deformací a tedy celkové linearity je také nutné vytvořit model tak, aby byly k dispozici uzly, které odpovídají vnějším vláknům nosníku. Z posuvů těchto uzlů se pak počítá natočení střednice v místě spojení prvků. Pro prostorovou úlohu je samozřejmě nutné vazbové rovnice vytvořit v obou rovinách ohybu, přičemž je pro zachování věrohodnosti výpočtu nutné použít pouze uzly, které leží v středních rovinách symetrie nosníku. Prvky prostorového budícího mechanismu byly modelovány, stejně jako rám zařízení, pomocí prvků

¹ Srovnávacími výpočty se zjistilo, že uvedené spojení vykazuje při zatěžování prostorovými silovými účinky asi o 15-20% nižší tuhost než vetknutí.



BEAM se všemi výše uvedenými výhodami. Výjimku tvoří pouze upínací deska, která vznikla kombinací skořepinových prvků SHELL (překližková deska) a prvků BEAM použitých pro nosníky výztuh.

Samostatnou problematikou bylo vytvoření modelu hydraulických válců a jejich uložení. Základním předpokladem bylo, že se tyto prvky významně nepodílejí na celkové dynamické poddajnosti rámu zařízení, proto jsou tyto prvky zaneseny do modelu zjednodušeně opět pomocí prvků BEAM. Důraz byl v tomto případě kladen hlavně na hmotové příspěvky, nikoliv na tuhost.



Obr. 5.3: Použité typy prvků pro model vibrační plošiny



5.2.2.1 Model pryžové podložky

Jak již bylo řečeno v úvodu kapitoly 5.2.1, celé zařízení stojí na pryžových podložkách (viz výkresová dokumentace, příloha, str.11) o rozměru 120 x 160mm tl. 9mm, které jsou položeny přímo na betonové podlaze zkušebny.

V prvních publikacích zabývajících se problematikou modelování vibrační plošiny [13], [21], se předpokládalo, že tuhost celé konstrukce je dána především tuhostí rámu z profilů. Fundament byl považován za absolutně tuhé těleso a nebyl brán zřetel na pryžové uložení celé konstrukce. Předpokládalo se, že jeho tuhost dynamiku celé konstrukce významně neovlivní. Že jde o možnou závažnou chybu se ukázalo až z prvních experimentálních měření na reálném zařízení. Proto byl celý výpočetní model přepracován a rozšířen. Určitý ústupek byl udělán modelováním pryže jako isotropního lineárního materiálu, jež se řídí Hookeovým zákonem – opět v zájmu zachování linearitu celého modelu. Případná hystereze při zatěžování pryžové podložky je zanedbána a předpokládá se chování podložky, jako pružiny s ideální lineární charakteristikou. K ověření tohoto tvrzení bylo provedeno měření zatěžovací charakteristiky na skutečné podložce, jak ukazuje obr. 5.4.

Samotný experiment byl proveden v režimu statického zatěžování (tlak) s následujícím závěrem: V oblasti předpokládaných deformací, tedy stlačení do 0.5 mm, lze podložku nahradit modelem lineární pružiny, respektive poddajným tělesem z lineárního isotropního materiálu. Předpoklady potvrzuje výsledek měření na obr. 5.4. Samotné experimentálně určené hodnoty daly možnost návrhu vhodného náhradního modelu se všemi zjednodušeními a opravným koeficientem pro dynamické zatěžování pryže tak, jak jej uvádějí normy ČSN 635811 nebo DIN 53504.

Náhradní model pryžové podložky vychází ze zjednodušeného lineárního modelu pryžové hranolové pružiny namáhané tlakem (resp. tahem). Tuhost (statická) hranolové pryžové pružiny se zjednodušeně určí podle vztahu

$$k_{st} = \frac{E_{st} S}{h}, \quad (5.8)$$

kde E_{st} je modul pružnosti materiálu, S je činná plocha pružiny, h pak tloušťka pružiny. Z experimentálně určené tuhosti a rozměrů podložky pak lze vypočítat statickou hodnotu modulu pružnosti materiálu E_{st} , jehož hodnota činí $E_{st} = 8.84$ MPa. Provozní režim zařízení ovšem svým charakterem neodpovídá statickému zatěžování. Proto byly výsledky nutné ještě upravit opravným činitelem a z tuhosti statické přejít na tuhost dynamickou.



Hodnota opravného činitele pro dynamickou tuhost pryže ψ byla odhadnuta na $\psi = 1,3$, což odpovídá hodnotě tvrdosti pryže 50 Sh. Hodnota tvrdosti byla určena srovnáním vzorku podložky se vzorníkem tvrdosti pryží.

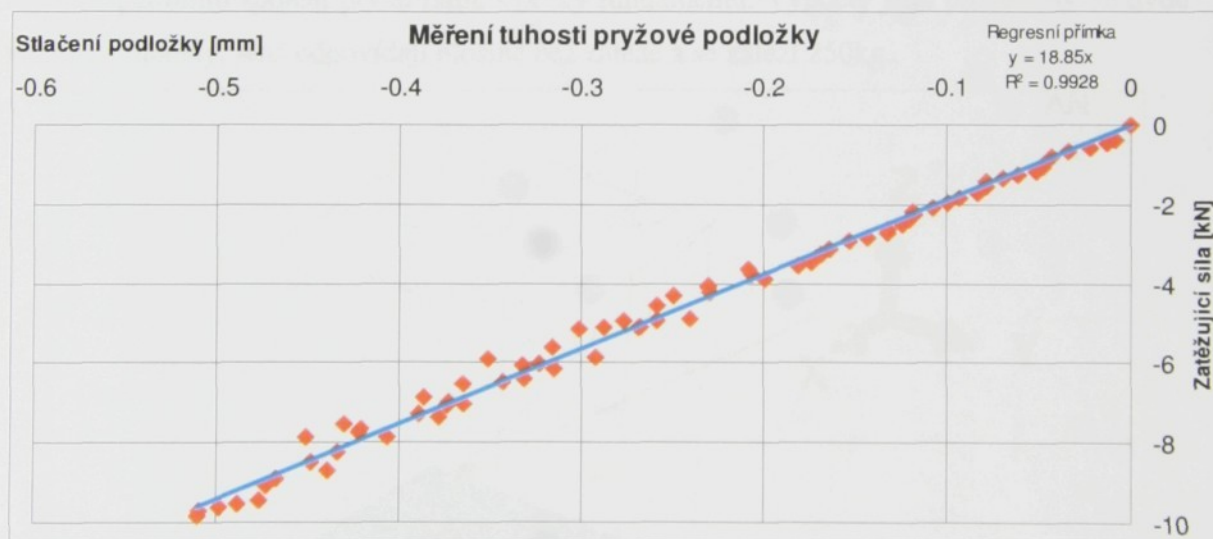
Dynamická tuhost pružiny se potom určí jednoduše podle vztahu

$$k_{\text{dyn}} = \psi k_{\text{st}}. \quad (5.9)$$

Stejným způsobem lze opravný činitel převzít pro modul pružnosti E , tedy platí

$$E_{\text{dyn}} = \psi E_{\text{st}}. \quad (5.10)$$

Dynamická tuhost pryžové podložky nabývá hodnoty $k_{\text{dyn}} = 24505 \text{ Nmm}^{-1}$, resp. hodnota modulu pružnosti při dynamickém zatěžování nabývá hodnoty $E_{\text{dyn}} = 11,5 \text{ MPa}$. Pro srovnání, v literatuře uváděné hodnoty E_{dyn} pryžových hranolových pružin dané geometrie a tvrdosti se pohybují v rozmezí 7 – 12 MPa. Pro modelování zjednodušeného modelu podložky byly také použity prvky BRICK stejně jako pro model fundamentu.



Obr.5.4: Průběh síly v závislosti na stlačení podložky, modře je zvýrazněná proložená regresní přímka

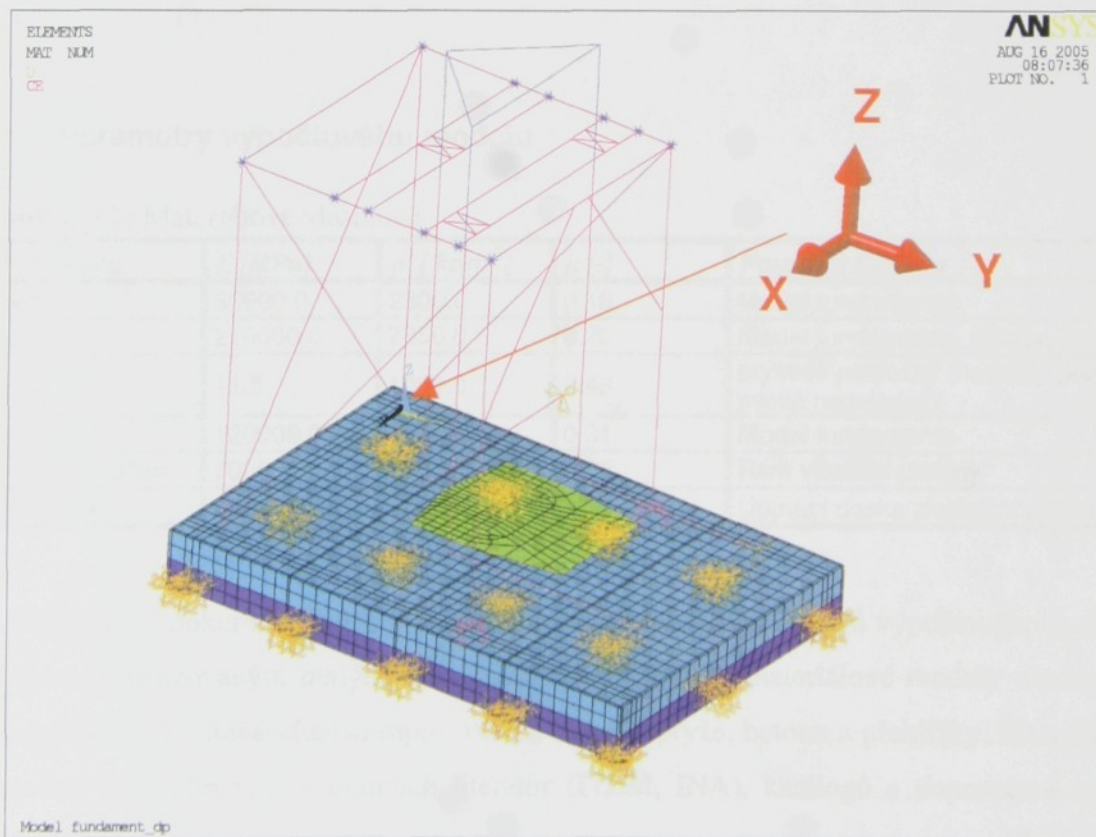


5.2.3 Okrajové podmínky modelu

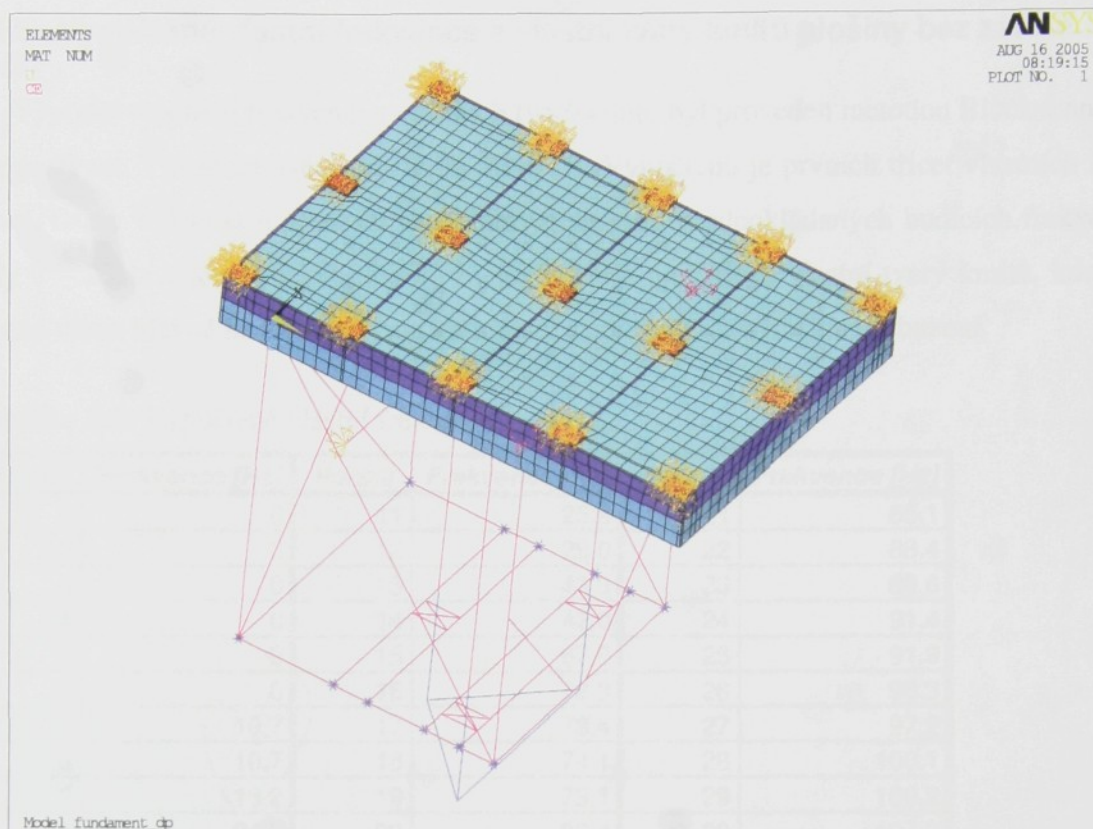
Sestavený model je tvořen celkem 8410 prvky s 10 421 uzly, s využitím všech výše jmenovaných typů prvků viz tabulka 5.1 a obr.5.3 .

Okrajové podmínky úlohy byly stanoveny následujícím způsobem. Předpokládá se absolutně tuhé podloží pod plošinou. Uzly kontaktních ploch, kontakt mezi podložkou a podlahou, pryžových podložek mají definovány nulová posunutí ve směru Z (vertikální) uvažovaného souřadného systému. To odpovídá situaci, kdy v žádném případě nedochází k odlehnutí celého zařízení od podlahy. Zároveň je uvažováno dostatečně velké tření mezi podlahou a pryžovými podložkami, takže i posunutí uzlů kontaktních ploch v obou horizontálních směrech (X,Y) souřadného systému jsou definována jako nulová (obr.5.5-5.6). Rovněž uzly, odpovídající kulovým kloubům ojníc stranového buzení X, Y mají definovány nulová posunutí, což odpovídá výchozí nulové poloze budících válců. Zároveň má aplikace těchto nulových posunutí stabilizující účinek na celý výpočet, protože eliminuje nulové vlastní frekvence, které odpovídají pohybu upínací desky jako tuhého tělesa.

Mezi okrajové podmínky lze rovněž ještě zařadit vazbové rovnice (obr.5.2), které zajišťují kompatibilitu spojení prvků rámu s prvky fundamentu. Výpočty jsou provedeny ve dvou verzích s modely, jenž odpovídají plošině bez zátěže a se zátěží 250kg.



Obr.5.5: Výpočetní model – patrný je souřadný systém a zadané okrajové podmínky



Obr.5.6: Výpočetní model – barevně jsou odlišeny jednotlivé použité materiály

5.2.4 Parametry výpočtového modelu

Tabulka 5.2: Materiálové vlastnosti

Typ prvku	E [MPa]	ρ [kgm^{-3}]	μ [-]	Použití v modelu
beton	30000.0	2300.0	0.18	Model fundamentu
ocel	210000.0	7850.0	0.30	Model fundamentu, klouby, styčníky
pryž	11.5	1000.0	0.49	pryžové podložky (hodnoty pro dynamické namáhání)
litina	120000.0	7830.0	0.31	Model fundamentu
hliníková slitina	70000.0	2700.0	0.35	Rám vibrační plošiny
překližka	20000.0	736.0	0.30	Upínací deska zkušební plošiny

Tabulka 5.2 dokumentuje materiálové vlastnosti jednotlivých celků výpočtového modelu. Vzhledem k uvažovaným malým deformacím jsou všechny materiálové modely uvažovány zjednodušeně jako lineární a isotropní, včetně modelu pryže, betonu a překližky. Materiálové parametry byly převzaty z firemních literatur (ITEM, INA), katalogů a doporučení norem ČSN a DIN.



5.2.5 Vypočtené vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů plošiny bez zátěže

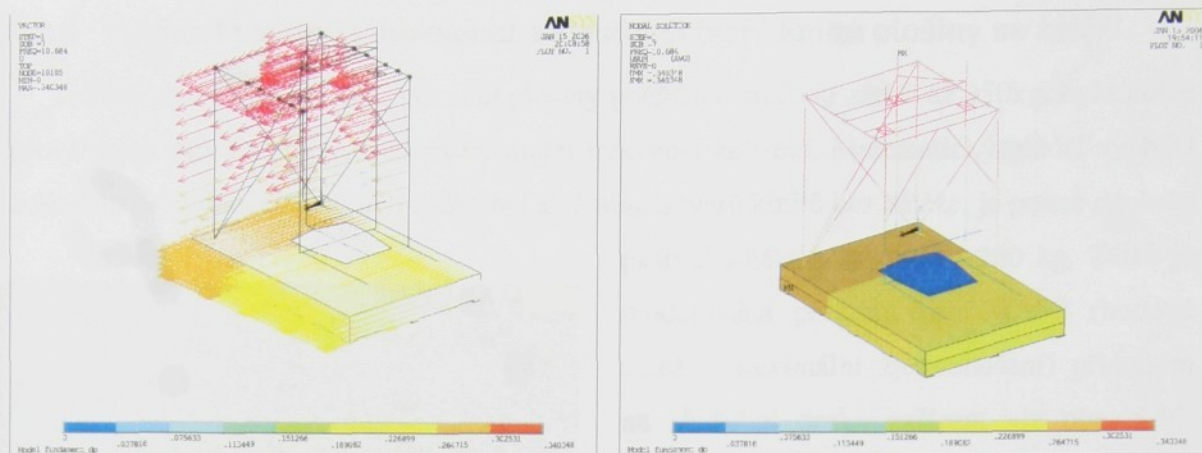
Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů byl proveden metodou Block-Lanczos integrovanou v programovém prostředí ANSYS. Vypočteno je prvních třicet vlastních frekvencí. Důraz byl kladen především na interval výskytu předpokládaných budících frekvencí, tedy 0 – 20Hz a jeho blízkého okolí. Stejná kritéria platí i pro vlastní tvary kmitů, kde byl kladen důraz hlavně na ty, které jsou kolineární s předpokládanými směry buzení.

Tabulka 5.3: Vypočtené vlastní frekvence

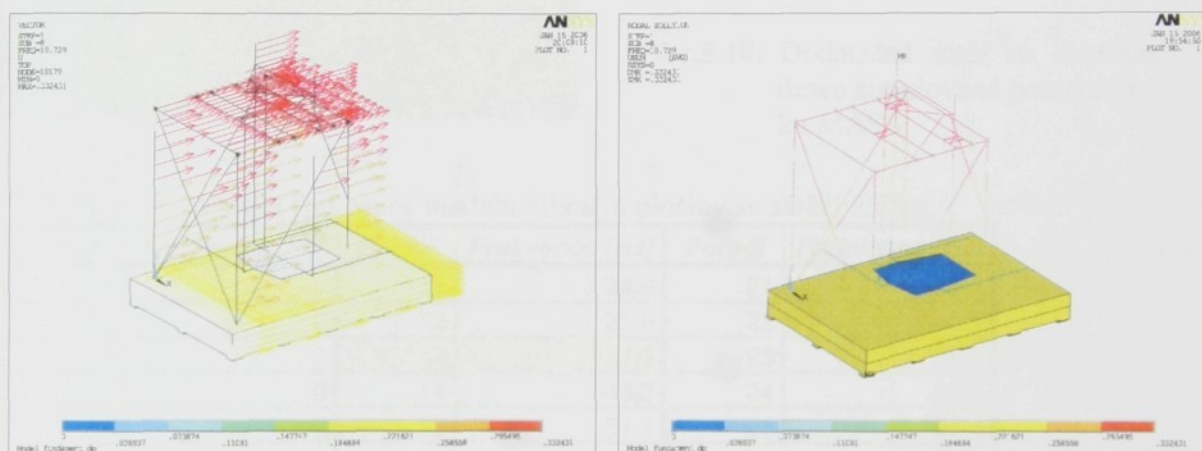
Pořadí	Frekvence [Hz]	Pořadí	Frekvence [Hz]	Pořadí	Frekvence [Hz]
1	0	11	25.9	21	85.1
2	0	12	28.0	22	88.4
3	0	13	43.3	23	89.6
4	0	14	47.0	24	91.4
5	0	15	67.0	25	91.9
6	0	16	72.3	26	96.3
7	10.7	17	73.4	27	97.2
8	10.7	18	74.1	28	100.1
9	13.2	19	79.1	29	100.2
10	24.9	20	83.4	30	107.0

Výsledky dynamické analýzy přinesly obraz spektra vlastních frekvencí zařízení, viz tabulka 5.3. Prvních šest vlastních frekvencí s nulovou hodnotou odpovídá rotacím ojníc budícího mechanismu kolem vlastní osy (příloha, str.13). Tento jev je způsoben použitím kulových kloubů bez pasivních odporů, ojnice se mohou volně otáčet kolem své vlastní osy.

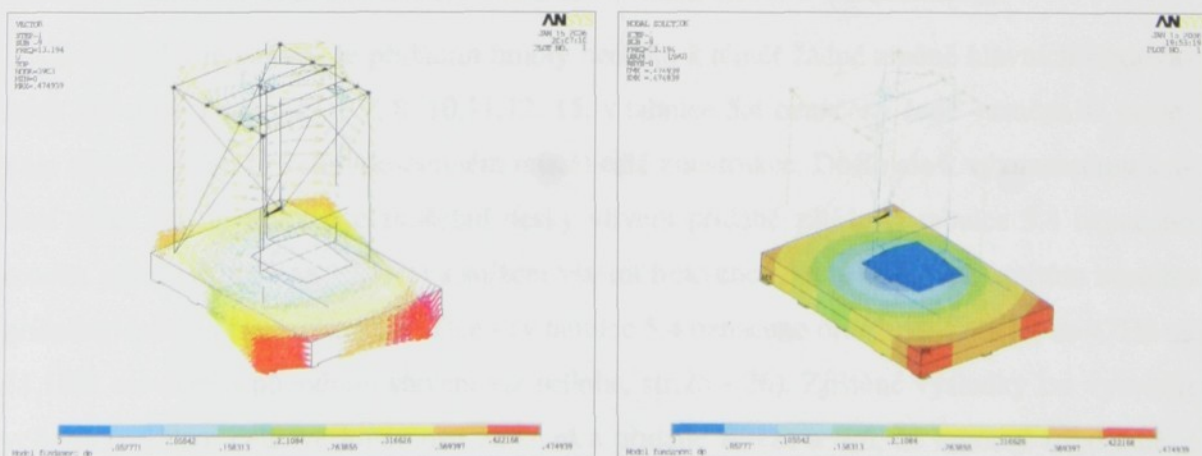
Z hlediska dynamické analýzy vibrační plošiny se jako nejvíce zajímavé jeví pásmo vlastních frekvencí 10,7 – 43,3 Hz, které je v tabulce zvýrazněno šedou barvou. Toto pásmo vlastních frekvencí se přímo překrývá se spektrem uvažovaných budících frekvencí. Mimo to jsou vlastní tvary kmitů v této oblasti kolineární s uvažovanými směry buzení. To lze názorně vidět na obrázcích 5.7 až 5.9 a na obrázcích v příloze práce (kapitola P3). Výjimku tvoří pouze vlastní frekvence 28.0 Hz, která reprezentuje první vlastní tvar kmitu upínací desky. Poměrně překvapující je vliv pryžových podložek na hodnoty prvních vlastních frekvencí, kdy uvažované pružné uložení vedlo ke snížení hodnot vlastních frekvencí vzhledem k původním modelům ([21], [13]), kde tato skutečnost nebyla zohledněna. Snížení u nižších vlastních frekvencí činí cca 10% až 20% vzhledem k hodnotám bez poddajných podložek.



Obr.5.7: Sedmý vlastní tvar kmitů -10.7 Hz - vizualizace ve vektorovém a bitmapovém tvaru



Obr.5.8: Osmý vlastní tvar kmitů -10.7 Hz - vizualizace ve vektorovém a bitmapovém tvaru



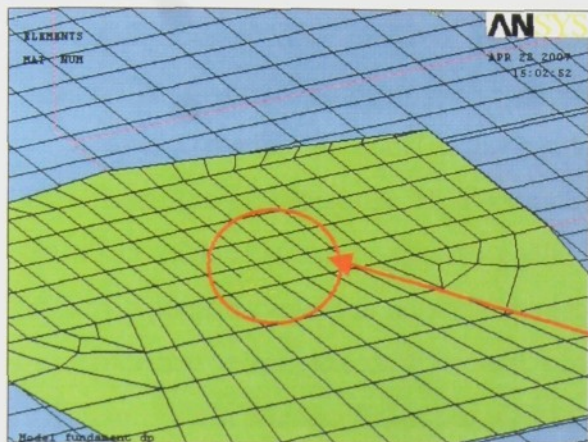
Obr.5.9: Devátý vlastní tvar kmitů -13.2 Hz - vizualizace ve vektorovém a bitmapovém tvaru



5.2.6 Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů plošiny se zátěží

Jelikož se při provozování vibrační plošiny počítá s užitečnou zátěží až 250kg, bylo nutné prověřit její vliv na změnu hodnot vlastních frekvencí zařízení. Matematický model vychází z modelu pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů bez zátěže, je pouze doplněn

pasivní zátěží o hmotnosti 250 kg. Zátěž je modelována prvkem typu MASS (bodová zátěž - maximální zjednodušení) přidaným na zkušební desku zařízení viz obr. 5.10. Výpočtem problému vlastních hodnot takto upraveného modelu byly získány výsledky jež udává tabulka 5.4.



Obr.5.10: Dodatečná zátěž na zkušební desce simulovaná pomocí prvku MASS

Tabulka 5.4 - Vlastní frekvence modelu vibrační plošiny se zátěží 250kg.

Pořadí	Frekvence [Hz]	Pořadí	Frekvence [Hz]	Pořadí	Frekvence [Hz]
1	0	11	24.9	21	83.1
2	0	12	25.9	22	85.1
3	0	13	31.1	23	88.4
4	0	14	43.3	24	89.4
5	0	15	51.1	25	91.4
6	0	16	58.3	26	91.8
7	10.7	17	67.6	27	96.3
8	10.7	18	72.3	28	97.2
9	12.4	19	73.5	29	99.6
10	13.2	20	74.1	30	100.2

Z výsledků je patrné, že přidáním hmoty nedošlo k téměř žádné změně hlavních sledovaných vlastních frekvencí (č.7, 8, 10,11,12, 15, v tabulce 5.4 označeny šedě - změna se projevuje až na druhém či třetím desetinném místě) celé konstrukce. Došlo ale k významnému snížení první vlastní frekvence zkušební desky vlivem přidané zátěže (v tabulce 5.4 označeno modře, pokles z 28Hz na 12,4Hz) a snížení vlastní frekvence, která odpovídá kmitům horního příčnicku - závěsu hydraulického válce - (v tabulce 5.4 označeno oranžově - pokles ze 47Hz na 31,1Hz; srovnání s původním stavem viz příloha, str.25 - 26). Zjištěné výsledky lze vysvětlit velkým rozdílem celkové hmotnosti zařízení a přidané zátěže a tím, že hmotný střed zátěže leží nízko (cca. 300mm) nad fundamentem zařízení. Celkově však lze u všech vlastních frekvencí, zejména pak vyšších, pozorovat určitý pokles jejich hodnot. Výsledky s jiným typem zátěže, např. modelem sedačky, se mohou pochopitelně lišit.



5.3 Kondenzace modelu metodou Craig-Bampton v prostředí ANSYS

Metoda konečných prvků je účinným nástrojem pro řešení úloh dynamiky soustav těles ve frekvenční doméně, nicméně pro úlohy řešené v časové oblasti, zejména pak s geometrickými nelinearitami, je účelné použít výpočtů založených na Lagrangeových rovnicích – např. v prostředí MSC - ADAMS. Pro tyto účely je v prostředí ANSYS možnost exportu modelů sestavených pomocí MKP prostřednictvím univerzálního výměnného formátu *.mnf – modal neutral file - do jiných softwarových produktů.

Konverze modelu je založena na kondenzaci výchozího MKP modelu pomocí metody Craig-Bampton (viz kapitola 3 - Teoretické základy kondenzačních metod). Výsledkem je optimální velikost struktury exportovaného modelu a dostatečná přesnost, kterou lze upravit vhodným počtem zvolených normálních módů.

Export lze velmi jednoduše provést v interaktivním menu pomocí následujícího postupu výběrem: **Main Menu> Solution> ADAMS Connection> Export to ADAMS**. Je ovšem třeba věnovat zvýšenou pozornost zvoleným parametrům modelu.

Po zvolení výše uvedené sekvence příkazů je uživatel vyzván k výběru uzlů modelu, které budou sloužit jako připojovací pro další tělesa, či pro zadání okrajových podmínek. Jde o uzly označené v kapitole 3 jako vektor souřadnic $\mathbf{q}_e$.

Po výběru připojovacích uzlů (vektor $\mathbf{q}_e$) je uživatel vyzván k zadání parametrů modelu, jak ukazuje obr. 5.10.

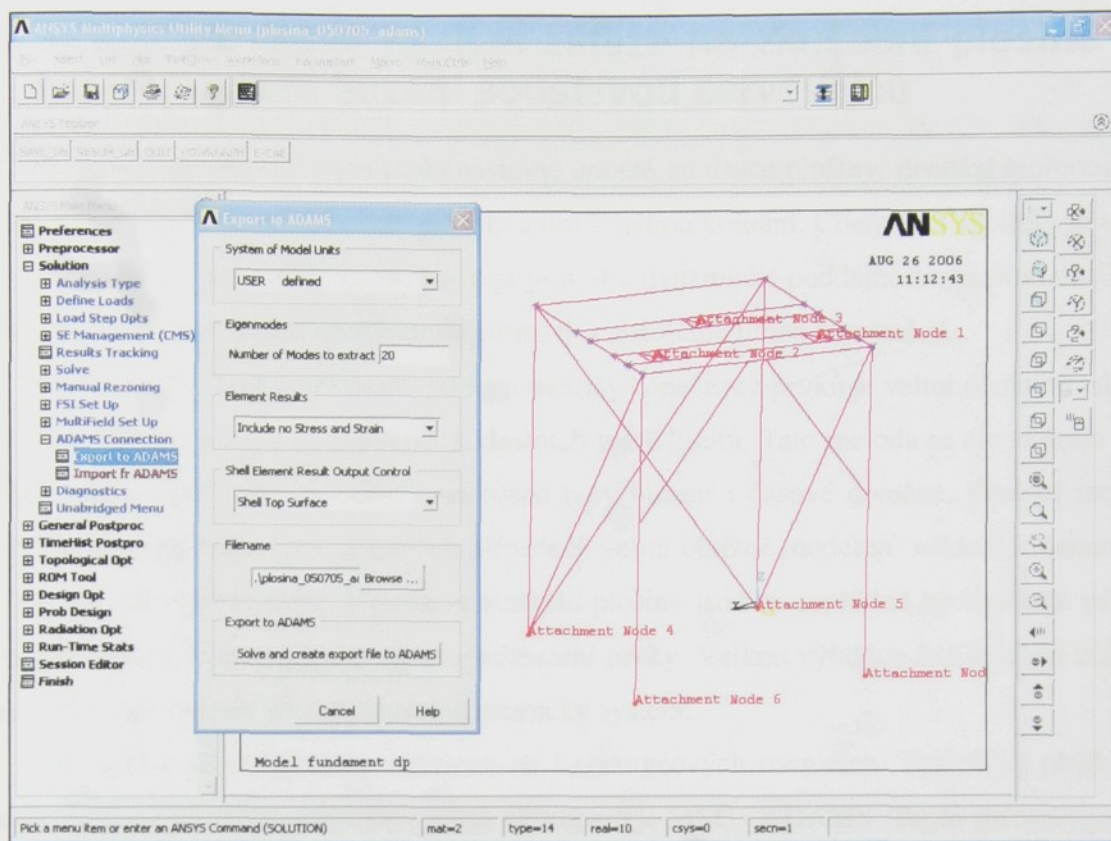
Systém of model unit – definice systému jednotek, pro ADAMS je velmi důležité dodržet zvolený jednotkový systém. Případné odchylky lze řešit použitím měřítek při volbě USER defined. Modelovou situací, kdy je původní model definován v jednotkách milimetr, tuna, newton a sekunda pro délku, hmotnost, sílu a čas, udává tabulka 5.4. Výsledkem je kondenzovaný model v jednotkách SI.

Tabulka 5.4: Konverze modelu do jednotek SI

Length Factor =	1 meter/millimeter	= 1000
Mass Factor =	1 kilogram/tonne	= 0.001
Force Factor =	1 newton/newton	= 1
Time Factor =	1 second/second	= 1

Number of Modes to Extract – definuje počet normálních tvarů pro definici kondenzovaného modelu. Tato volba významně ovlivňuje kvalitu kondenzovaného modelu, protože přímo souvisí s frekvenčním rozsahem buzení, ve kterém lze kondenzovaný model využít.

Element Results – specifikuje, zda se v exportu zapíše výsledky napjatosti a napětí. Pro elementy typu BEAM nemá tato volba žádný vliv.



Obr.5.10: Obrazovka exportu souboru *.mnf v ANSYS

Shell Element Result Output Control – specifikuje, jaké výsledky budou exportovány, zda pro vrchní vlákna, vlákna v neutrálné rovině, či spodní vlákna elementu. Pro prvky BEAM a SOLID nemá volba žádný vliv.

Filename – definice jména exportovaného souboru. Výchozí volbou je Jobname.MNF.

Export to ADAMS – spouští kondenzaci a generování souboru *.mnf.

5.4 Shrnutí hlavních závěrů plynoucích z kapitoly 5

- Pásmo vlastních frekvencí se přímo překrývá s pásmem uvažovaných budících frekvencí. Nejnižší vlastní frekvence mají hodnotu **10,7Hz** a mohou ještě klesnout vlivem dodatečné zátěže od zkoušeného předmětu. Navíc vlastní tvary kmitů jsou kolineární s uvažovanými směry buzení.
- Pryžové podložky mají nezanedbatelný vliv na hodnoty vlastních frekvencí, oproti dříve přijímanému názoru, že tuhost konstrukce je ovlivněna pouze tuhostí rámu plošiny. Toto konstatování by se mělo potvrdit experimentálním měřením.
- Pro posouzení dynamických vlastností, přesnosti a použitelnosti zařízení pro praktická měření bude nutné provést simulace odezvy na kinematické buzení v časové doméně.

6 Výpočty odezvy pasivní zátěže na zkušební plošině při kinematickém buzení soustavou servoválců

Při buzení zkušební dynamické soustavy, upnuté na desce plošiny, dochází k přenosu silových účinků do konstrukce celé plošiny a tím k jejímu kmitání. Cílem této kapitoly je simulovat vynucené kmity celé konstrukce a popsat vliv dynamické poddajnosti systému na zkreslení výsledků ve srovnání s ideálním stavem, tj. s absolutně tuhou konstrukcí.

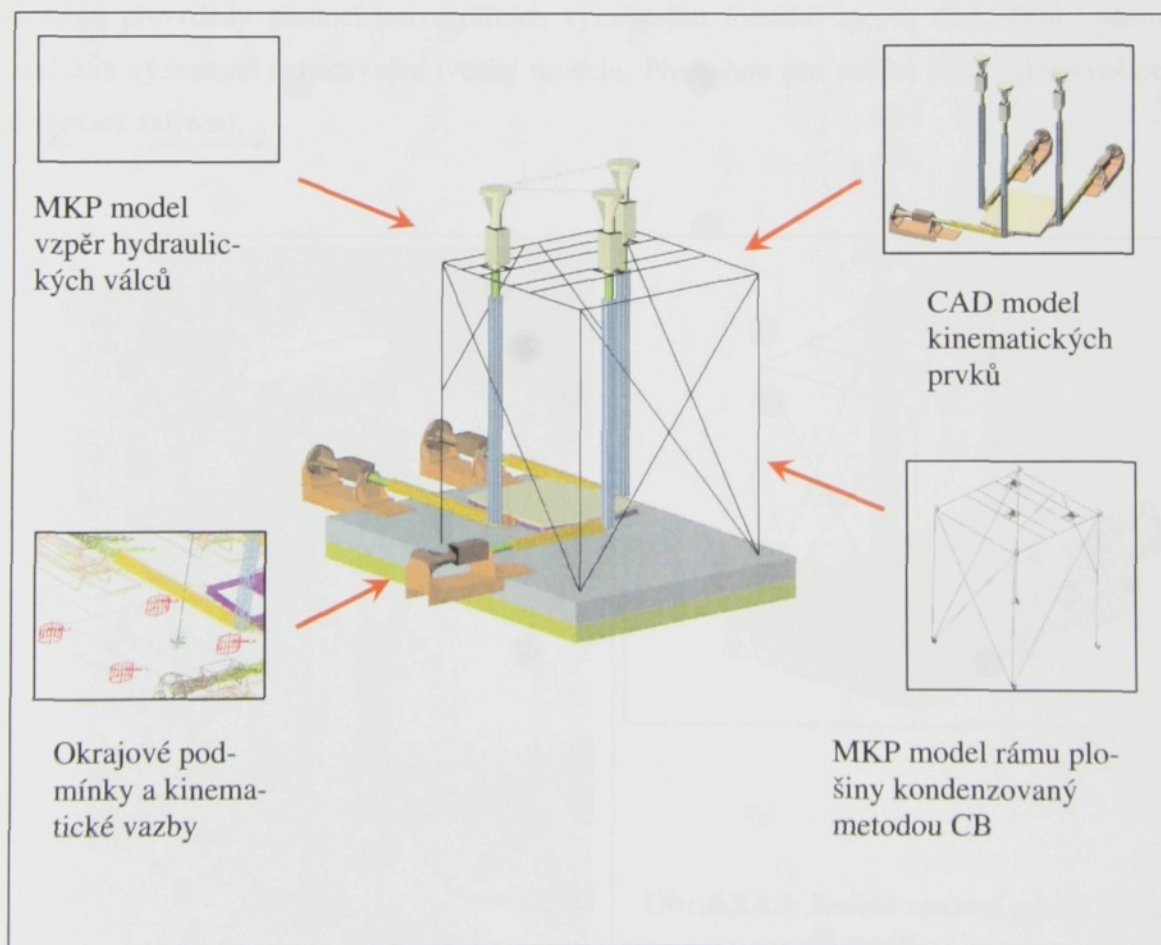
Matematický model vytvořený pomocí metody konečných prvků je velmi účinným nástrojem pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů. Tato metoda se ale ukázala jako méně vhodná pro výpočty odezvy na různé typy buzení v časové doméně. Pomocí metody konečných prvků se totiž v některých případech velmi obtížně modelují některé kinematické vazby a konstrukční prvky. V modelu vibrační plošiny jsou to například hydraulické válce - předpis buzení, kulové klouby ojníc - nelineární prvky. Velkou výhodou MKP je ale zohlednění deformací všech těles tvořících dynamický systém.

Alternativu nabízí postupy založené na Lagrangeových rovnicích. Typickým příkladem komerčního softwaru pracujícího s tímto přístupem je MSC - ADAMS. Tento software pracuje s Lagrangeovými rovnicemi smíšeného typu, jež umožňují zohlednění pasivních odporů, výpočet silových účinků atd. Samozřejmostí je nabídka knihovny všech běžných kinematických vazeb, lineárních i nelineárních pružin, tlumičů a speciálních vazeb jako např. kontakt těles. Nechybí ani integrovaný „řešič“ s možností volby několika metod numerického řešení soustavy pohybových rovnic a nástroje postprocesingu.

Systém může pracovat jednak s tuhými tělesy, nebo s tělesy poddajnými ve smyslu lineárních deformací. Možná je i stavba modelů kombinovaných s využitím palety kinematických vazeb. Poddajná tělesa lze modelovat přímo v prostředí ADAMS, které obsahuje pro tyto účely vytvořený modul AUTOFLEX. Druhou možností je import poddajných těles přes výměnný formát modal neutral file, zkráceně nazývaný mnf, například přímo z ANSYSu tak, jak je popsáno v kapitole 5.3. Výpočty v časové oblasti jsou obvykle z hlediska spotřeby výpočetního času velmi náročné. S ohledem na tuto skutečnost jsou všechny modely poddajných těles systémem kondenzovány s využitím algoritmu metody Craig-Bampton. Importované modely lze v interaktivním prostředí ještě optimalizovat, ovšem lze již pouze zmenšovat počet použitých normálních módů v algoritmu kondenzace Craig-Bampton (viz kapitola 3.2.3). Tímto způsobem lze velmi výrazně ovlivnit časovou náročnost výpočtu úlohy, ovšem na úkor rozlišovací schopnosti. Zahrnuta je také možnost konverze poddajného tělesa na tuhé těleso.

6.1 Model vibrační plošiny sestavený v prostředí MSC - ADAMS

Na základě výsledků modální analýzy byly určeny dva hlavní faktory ovlivňující tuhost celé konstrukce. Prvním z nich je tuhost (resp. poddajnost) rámu plošiny, druhým je tuhost (resp. poddajnost) pryžových podložek uložení plošiny. Dílčím faktorem, projevujícím se hlavně u vyšších vlastních frekvencí a směru Z souřadného systému, je pak ještě tuhost (resp. poddajnost) vzpěr horní řady hydraulických budících válců. Naopak fundament, ojnice mechanismu, připojení hydraulických válců a samotné hydraulické válce lze nahradit modely tuhých těles. Ojnice prostorového budícího mechanismu lze uvažovat jako tuhá tělesa, jelikož nejnižší vlastní frekvence ojnic leží v oblasti vyšší než 170 Hz. Výsledný model vznikl kombinací absolutně tuhých a poddajných těles, spojených pomocí kinematických i pružných vazeb. Obr. 6.1 ukazuje podrobněji skladbu modelu, která kombinuje modely MKP spolu s modely tuhých těles spojených nakonec do podoby funkčního celku s využitím vazeb a okrajových podmínek z knihovny ADAMSu.

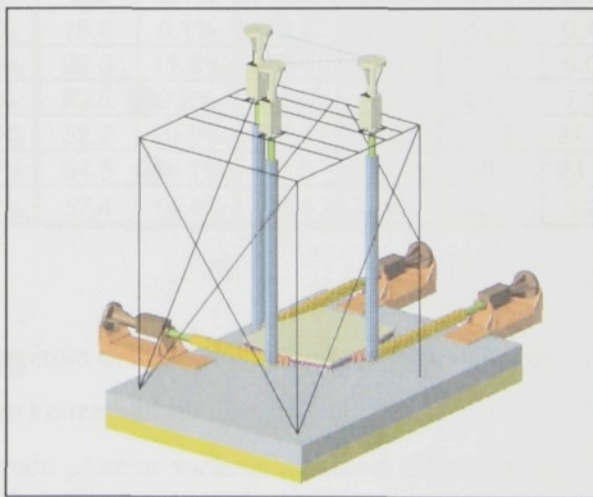


Obr.6.1: Princip skladby virtuálního modelu vibrační plošiny

Model obsahuje 2 subsystémy poddajných těles, 29 tuhých těles a celkem 52 vazeb a okrajových podmínek včetně generátorů buzení. Pryžové podložky jsou oproti MKP modelovány pomocí prvku s názvem BUSHING, což je v podstatě kombinace pružiny a tlumiče s definovatelnými tuhostmi a útlumy ve třech složkách souřadného systému.

Okrajové podmínky modelu jsou stanoveny stejně jako při výpočtech vlastních frekvencí pomocí MKP (viz kapitola 5.2.3). Uvažuje se zařízení stojící na pryžových podložkách na absolutně tuhém základu. Připojovací body vazeb BUSHING mají definovány nulové posuvy. V ose Z souřadného systému je navíc zavedeno tíhové zrychlení. S využitím knihoven vazeb programu ADAMS je modelována celá kinematická struktura zařízení včetně kulových kloubů ojníc a hydraulických válců, jakožto generátorů budících účinků. Kulové klouby a všechny ostatní vazby jsou modelovány jako ideální (bez pasivních odporů). Materiálové konstanty zůstávají zachovány z předchozích výpočtů vlastních frekvencí, stejně jako hodnoty tuhosti pryžových podložek, jež jsou převzaty z experimentálního měření.

Modely tuhých těles byly vytvořeny v samostatném CAD programu a do prostředí ADAMS převedeny pomocí univerzálních výměnných formátů iges a step. Tento postup umožňuje významné zefektivnění tvorby modelu. Předlohou pro model byla výkresová dokumentace zařízení.



Obr.6.2,6.3: Reálné zařízení a jeho virtuální model



6.2 Vliv počtu normálních módů použitých při kondenzaci metodou CB na přesnost výpočtu vlastních frekvencí kombinovaného modelu

Jak bylo uvedeno, ADAMS pracuje s poddajnými tělesy v kondenzované podobě. Samotný výpočtový model je navíc tvořen ještě tělesy absolutně tuhými. Z důvodu demonstrace shody dynamických vlastností s původním modelem MKP byla provedena modální analýza i pro model kombinovaný, variantně pro různé počty normálních módů použitých při kondenzaci modelu rámu plošiny. Celkový přehled ilustrativně podává tabulka 6.1 a to včetně frekvenčního rozsahu použitých módů a odchylek výsledků oproti nekondenzované MKP.

Tabulka 6.1: Srovnání výsledků modální analýzy kombinovaného modelu a původního modelu MKP, výsledky jsou zaokrouhleny na jedno desetinné místo.

Výpočet vlastních frekvencí matematických modelů											
Typ mat. modelu	MKP	CMS - Craig Bampton / odchylka oproti výpočtu pomocí MKP [%]									
Počet použitých módů / max. frekvence [Hz]	-	62 / 2020 Hz		57 / 1135 Hz		52 / 778 Hz		47 / 697 Hz		42 / 519 Hz	
Pořadí	f [Hz]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]	f [Hz]	Δ [%]
1	10.7	10.8	0.5%	10.8	0.6%	10.8	0.7%	10.8	0.8%	10.8	1.2%
2	10.7	11.0	2.4%	11.0	2.4%	11.0	2.4%	11.0	2.7%	11.0	2.8%
3	13.2	13.2	0.2%	13.2	0.0%	13.2	0.1%	13.2	0.3%	13.3	0.4%
4	24.9	21.6	13.3%	21.8	12.5%	22.0	11.8%	22.4	10.3%	22.7	9.0%
5	25.9	23.5	9.3%	23.5	9.2%	23.5	9.2%	23.9	7.8%	24.1	7.1%
6	43.3	41.6	3.9%	48.3	11.5%	52.2	20.5%	56.4	30.2%	57.0	31.7%
7	47.0	54.4	15.9%	54.5	16.0%	54.5	16.1%	57.5	22.5%	58.1	23.8%
8	67.0	57.2	14.7%	57.4	14.4%	57.4	14.4%	63.4	5.4%	63.5	5.2%

Okrajové podmínky výpočtů jsou popsány v kapitole 6.1. Vlastní frekvence jsou vypočteny pro zařízení bez zátěže, systém je uvažován jako konzervativní.

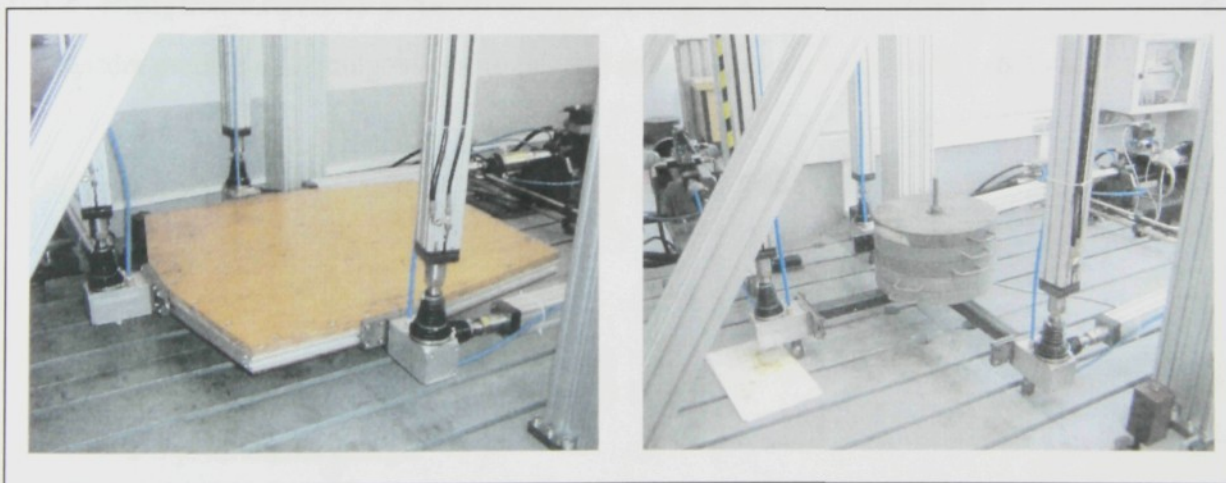
Pro další výpočty úloh vynuceného kmitání bude použita varianta s celkem 62 módy ve frekvenčním rozsahu 0-2020 Hz, což více než dostatečně pokrývá zkoumanou oblast budících frekvencí. Zároveň je model plně funkční z hlediska stability výpočtu. I přes volbu varianty s nejmenším stupněm redukce jsou výpočty úloh vynuceného kmitání časově přijatelné a úlohy lze řešit na běžném PC.

6.3 Výpočet odezvy zátěže na řízené buzení generované servoválci vibrační plošiny

Předchozí kapitoly byly věnovány výpočtům vlastních frekvencí a srovnáním vlastností modelu vibrační plošiny s použitím různých technik jeho tvorby. Účelem bylo shromáždit poznatky pro tvorbu modelu schopného simulovat chování skutečného zařízení v časové doméně při simulovaných experimentech. Předmětem následujících kapitol bude nejen vytvoření přehledu o provedených numerických simulacích, ale zároveň snaha o zodpovězení otázky, do jaké míry bude skutečný experiment zatížen dynamickými vlastnostmi soustavy vibrační plošina – zkoumané těleso. Výpočtem základních úloh, tj. odezvy zátěže na harmonický budicí signál budou získány výsledky, které poslouží pro srovnání s měřením provozních tvarů kmitů.

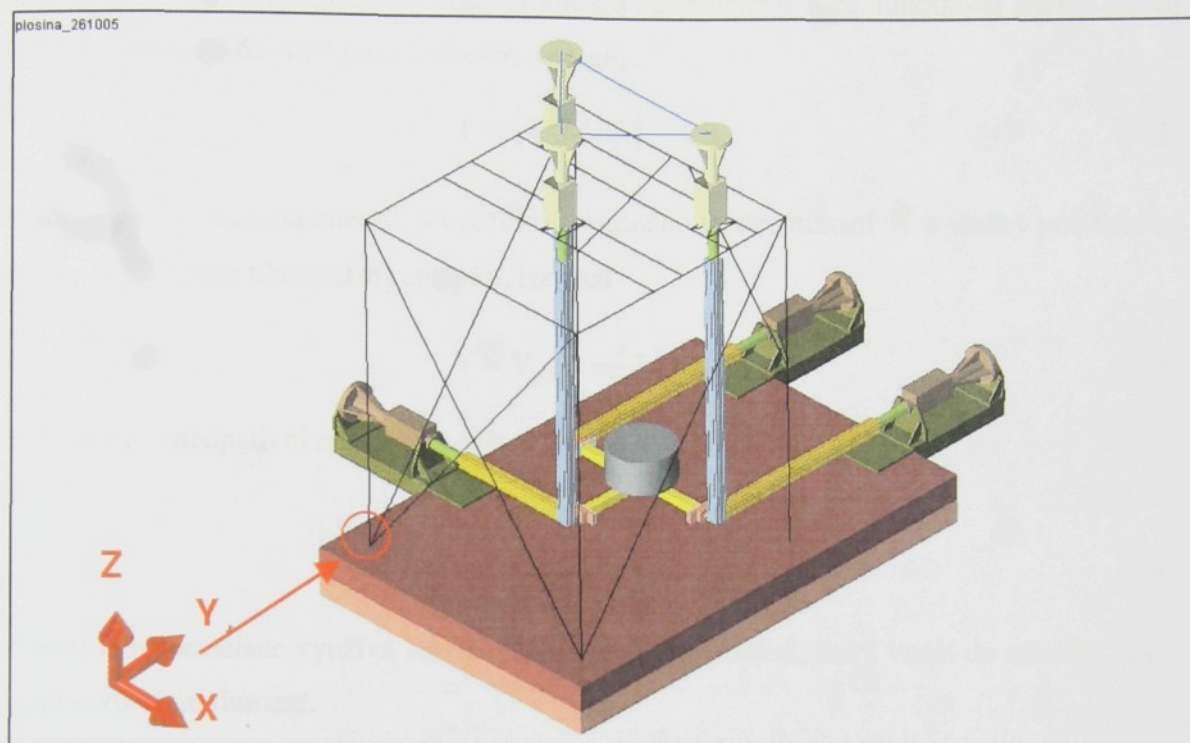
6.3.1 Úprava zařízení a modelu

Pro experimentální měření byla vibrační plošina upravena z hlediska možných kolizních situací např. v případě selhání řídicího systému regulace a vybavena zátěží. Úprava spočívá v nahrazení upínací desky jednoduchým svařencem v tvaru „T“ zhotoveným z ocelových profilů viz obrázky 6.4, 6.5. Instalovaná zátěž simuluje buzené těleso.



Obr. 6.4, 6.5: Vlevo původní provedení upínací desky z kombinace profilů a překližky, vpravo zjednodušené provedení spolu s upevněnou zátěží simulující buzený předmět.

Jako náhrada vyšetřovaného tělesa byla instalována pětice válcových závaží o celkové hmotnosti 250 kg. Ve stejném duchu byl následně upraven i výpočetní model, jak ukazuje obr. 6.6. Okrajové podmínky jsou shodné s modelem pro výpočet vlastních frekvencí. Pouze jsou přidány specifické budicí účinky s ohledem na danou úlohu.



Obr. 6.6: Upravený model zařízení se zátěží.

6.3.2 Pohybové rovnice a metoda jejich integrace, model tlumení

Systém pracuje s Lagrangeovými rovnicemi smíšeného typu ve tvaru (6.1, 6.2 - viz [17]),

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \dot{\xi}} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right]^T \Lambda - \mathbf{Q} = \mathbf{0}, \quad (6.1)$$

$$\Psi = \mathbf{0}, \quad (6.2)$$

kde:

$\mathbf{L}$.. je Lagrangeův operátor definovaný $\mathbf{L} = \mathbf{T} - \mathbf{V}$

$\mathbf{T}$.. je kinetická energie

$\mathbf{V}$.. potenciální energie

$\mathbf{D}$.. disipativní energie

Ψ .. vektor vazbových rovnic

Λ .. vektor Lagrangeových multiplikátorů

$\mathbf{Q}$.. vektor zobecněných sil

ξ .. vektor zobecněných souřadnic



S využitím vektoru zobecněných souřadnic ξ a zobecněné matice hmotnosti $\tilde{\mathbf{M}}$ lze použít zápisu v kvadratické formě pro kinetickou energii,

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T \tilde{\mathbf{M}}(\xi) \dot{\xi}. \quad (6.3)$$

Obdobně pro potenciální energii, s využitím zobecněné matice tuhosti $\tilde{\mathbf{K}}$ a složky potenciální energie $\mathbf{V}_g(\xi)$ dané tíhovým zrychlením, lze psát

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_g(\xi) + \frac{1}{2} \xi^T \tilde{\mathbf{K}} \xi \quad (6.4)$$

a nakonec pro disipativní energii lze psát

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \dot{\xi}^T \mathbf{R} \dot{\xi}, \quad (6.5)$$

přičemž tato formulace využívá Rayleighovu disipativní funkci, která vnáší do modelu ekvivalentní viskózní tlumení.

Výsledný tvar soustavy pohybových rovnic v systému zobecněných souřadnic softwaru ADAMS, lze zapsat ve tvaru (6.6):

$$\tilde{\mathbf{M}} \ddot{\xi} + \tilde{\mathbf{M}} \dot{\xi} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{M}}}{\partial \xi} \dot{\xi} \right]^T \dot{\xi} + \tilde{\mathbf{K}} \xi + \mathbf{f}_g + \mathbf{D} \dot{\xi} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right]^T \Lambda = \mathbf{Q}. \quad (6.6)$$

Postup odvození z obecného tvaru (6.1) na tvar (6.6) lze nalézt např. v literatuře [17], včetně definice zobecněných souřadnic, zobecněné matice hmotnosti, tlumení a tuhosti.

Pro výpočty je uvažováno ekvivalentní viskózní tlumení. Vzhledem k tomu, že konstrukce neobsahuje žádné aktivní prvky tlumení a odpor prostředí je zanedbatelný, reprezentuje náhradní tlumení pouze materiálový útlum a konstrukční tlumení, které se generuje na styčných plochách složených nosníků rámu plošiny. Tlumení má následující parametry: Pro poddajná tělesa byl ponechán standardní model, který nabízí ADAMS. Vlastním frekvencím do 100 Hz odpovídá poměrný útlum o velikosti 0,01, vlastním frekvencím v rozsahu 100 – 1000 Hz pak 0,1 a nakonec, vlastním frekvencím s hodnotami 1000 Hz je přiřazen poměrný útlum 1, tedy kritické tlumení, což přispívá ke zlepšení konvergence výpočtů. Pro pryžové uložení fundamentu byl poměrný útlum odhadnut na hodnotu 0,1.

Parametry tlumení jsou shodné při všech následujících výpočtech. Jejich hodnoty jsou odhadnuty a nejsou podloženy žádnými měřeními.

6.3.3 Simulace pohybu zátěže při harmonickém buzení

Odezva na harmonický budící signál tvoří základní úlohu v dané oblasti výpočtů. Představuje ideální, pro zkoumaný systém do značné míry pouze teoretický stav, kdy budící signál přesně kopíruje průběh sinové funkce. Výpočet této úlohy byl proveden pro tři, respektive šest základních variant úlohy viz tabulka 6.2 ⁽²⁾, působíště budících účinků viz obr. 4.4.

Tabulka 6.2: Přehled řešených úloh

	Varianta úlohy					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
konstrukce	Poddajná	abs. tuhá	poddajná	abs. tuhá	poddajná	abs. tuhá
Buzení X_1	$2 \sin(2\pi 5t)$	$2 \sin(2\pi 5t)$	0	0	0	0
Buzení Y_1	0	0	$2 \sin(2\pi 5t)$	$2 \sin(2\pi 5t)$	0	0
Buzení Y_2	0	0	$2 \sin(2\pi 5t)$	$2 \sin(2\pi 5t)$	0	0
Buzení Z_1	0	0	0	0	$5 \sin(2\pi 5t)$	$5 \sin(2\pi 5t)$
Buzení Z_2	0	0	0	0	$5 \sin(2\pi 5t)$	$5 \sin(2\pi 5t)$
Buzení Z_3	0	0	0	0	$5 \sin(2\pi 5t)$	$5 \sin(2\pi 5t)$

Poznámka k tabulce 6.2 - amplitudy jsou uvedeny v mm, frekvence v Hz.

Budící účinky působí odděleně, pasivní zátěž plošiny má pro všechny varianty výpočtu hmotnost 250 kg. Sledovaným místem modelu je pohyb hmotného středu zátěže (tj. ocelového válce) vždy ve směru působení budících účinků (kolineárně s buzením).

Simulace pohybu zátěže by měla poskytnout odpověď na otázku, do jaké míry je teoretický pohyb buzeného tělesa ovlivněn tuhostí celé soustavy. Pro tyto účely byly vypracovány výpočty variantně pro případ, kdy jsou členy dynamické soustavy absolutně tuhé, spojené pomocí kinematických vazeb a pro stav, kdy jsou v modelu uvažována poddajná tělesa spojená kinematickými a poddajnými vazbami.

Integrace pohybových rovnic byla provedena Newmarkovou metodou v časové oblasti 0 až 4s. Časový krok integrace byl zvolen 0,000488s, což odpovídá pro dobu 4s celkem 8192 bodům. časový krok byl zvolen v souladu s požadavky Newmarkovy metody podle rovnice,

$$\Delta t \leq \frac{0.2}{\Omega_{\max}} \quad , \tag{6.7}$$

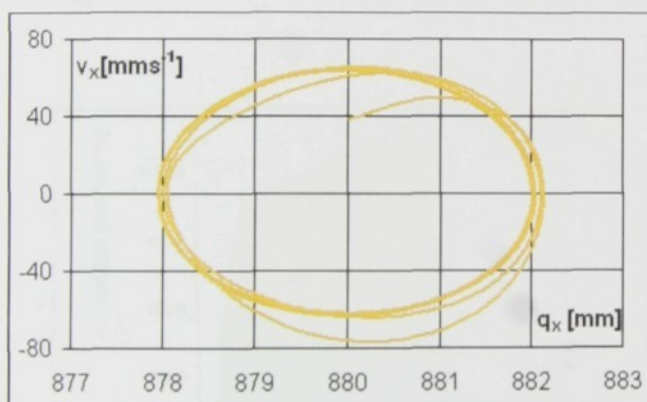
což odpovídá $\Omega_{\max}$ 409,6 rad s⁻¹, resp. $f_{\max}$ 65.2 Hz. Počet bodů 8192 byl zvolen rovněž s ohledem na další zpracování výsledného signálu pomocí FFT, ($8192 = 2^{13}$). Ve všech případech je výchozím předpokladem řešení stav statické rovnováhy soustavy. Rovněž se před-

² Jsou použity stejné parametry buzení jako při experimentálním měření provozních tvarů kmitů zařízení.



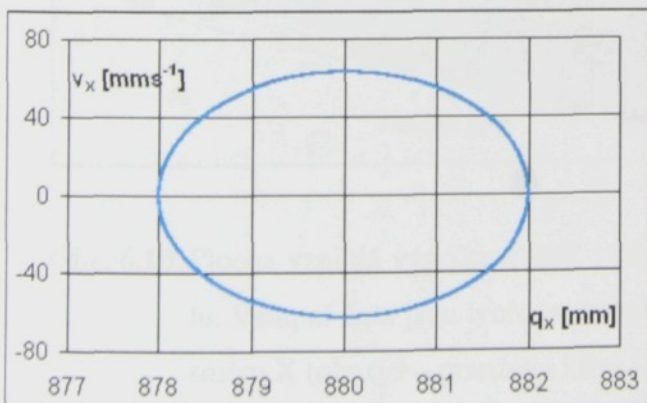
pokládá, že zdroj tlakové hydraulické kapaliny se chová jako tzv. „tvrdý“, nemění tedy své charakteristiky v závislosti na zátěži.

Následující obrázky (6.7, 6.8) interpretují výsledky výpočtu s buzením ve směru X s harmonickým budícím signálem s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz. Pro srovnání jsou zobrazeny výsledky jak s poddajnými, tak s absolutně tuhými členy. Vliv vlastních frekvencí konstrukce je pak nejvíce pozorovatelný v signálu zrychlení (obr.6.9). Pro ilustraci velikosti amplitud jednotlivých složek frekvenčního spektra signálu zrychlení a doby odeznění přechodového děje byl proveden výpočet frekvenčního spektra pomocí FFT a to pro různé okamžiky v průběhu trvání děje v čase 0 – 4s. Výsledkem je prostorová vizualizace spektra (obr.6.10), kde je kromě os frekvence a amplitudy přidána ještě osa časová. Pro zpracování signálu bylo použito časové okno typu Hanning a pro výpočet je využito 32768 bodů transformace. Využití signálu zrychlení má rovněž oproti signálu výchylky tu výhodu, že není zatíženo statickou složkou odpovídající rovnovážnému stavu, systém totiž pracuje s absolutními souřadnicemi.



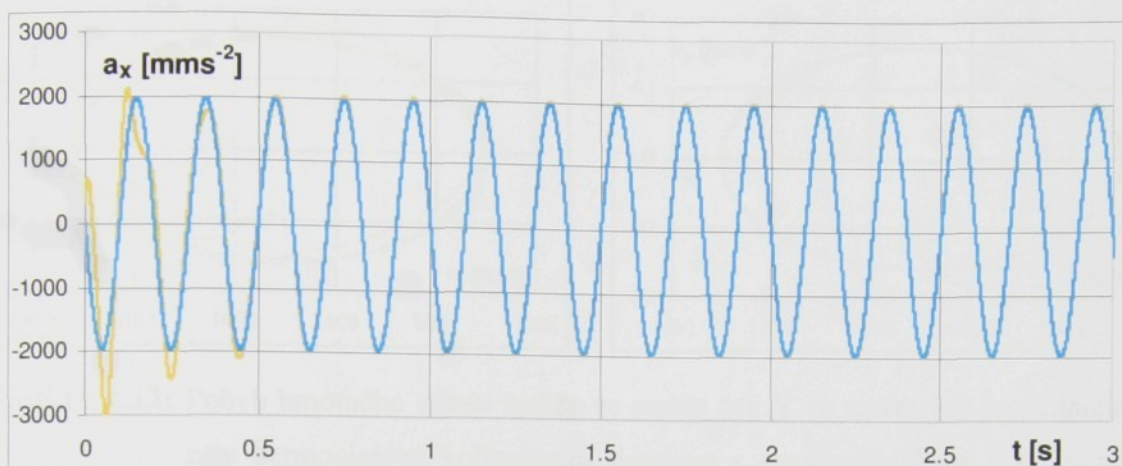
Obr. 6.7: Pohyb hmotného středu zátěže ve směru osy X ve stavových souřadnicích.

Buzení kolineárním harmonickým signálem s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz. Model s poddajnými členy

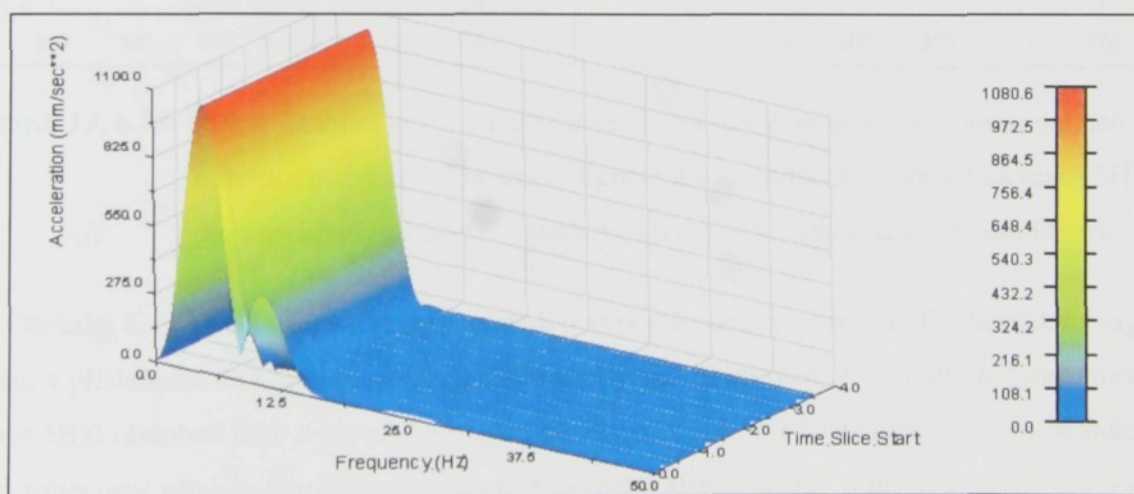


Obr. 6.8: Pohyb hmotného středu zátěže ve směru osy X ve stavových souřadnicích.

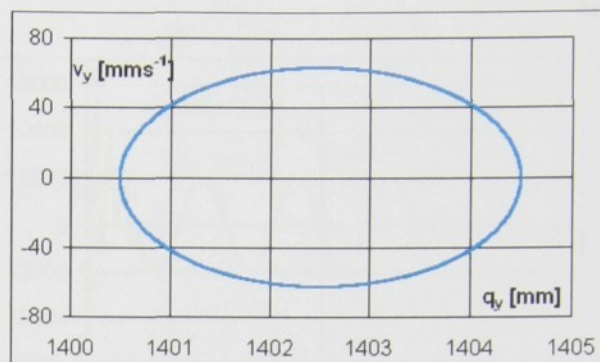
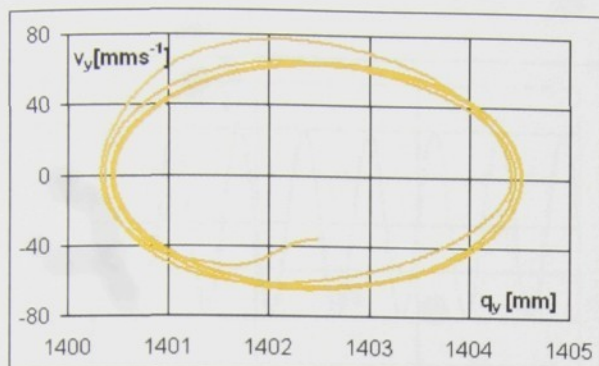
Buzení kolineárním harmonickým signálem s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz. Model s absolutně tuhými členy



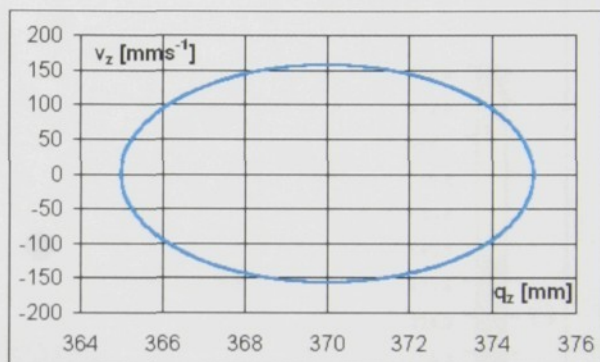
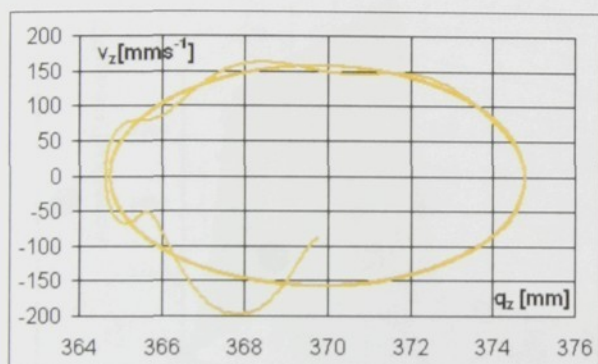
Obr. 6.9: Zrychlení hmotného středu zátěže ve směru osy X při buzení kolineárním harmonickým signálem s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz. Oranžová křivka odpovídá modelu s poddajnými členy, modrá odpovídá ideálnímu případu s absolutně tuhými členy.



Obr. 6.10: Plocha vzniklá výpočtem FFT v různých časových okamžicích trvání signálu. Vstupní data jsou tvořena průběhem zrychlení hmotného středu zátěže ve směru X (obr.6.9 – oranžová křivka) – třetí osou je čas trvání signálu.

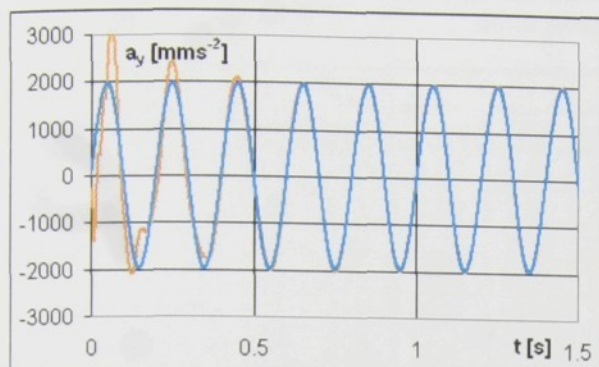


Obr.6.11, 6.12: Pohyb hmotného středu zátěže ve směru osy Y ve stavových souřadnicích. Buzení harmonickým kolineárním signálem s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz. Model s poddajnými členy - oranžová křivka a tuhými členy - modrá křivka.

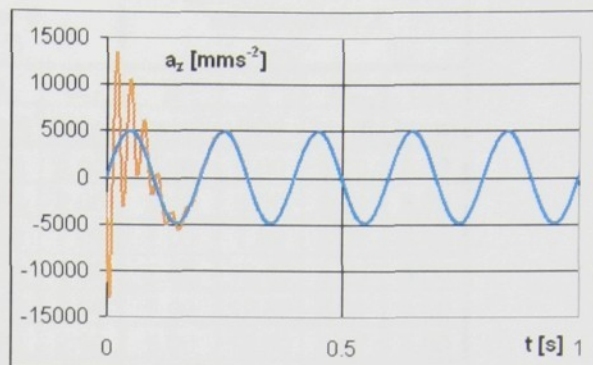


Obr.6.13, 6.14: Pohyb hmotného středu zátěže ve směru osy Z ve stavových souřadnicích. Buzení harmonickým kolineárním signálem s amplitudou 5mm a frekvencí 5Hz. Model s poddajnými členy - oranžová křivka a tuhými členy - modrá křivka.

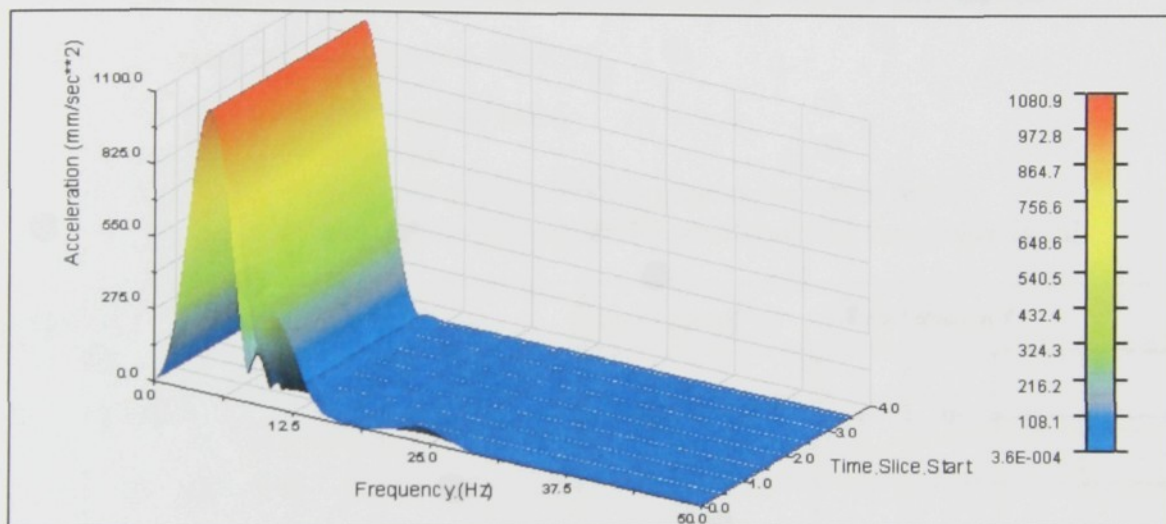
Obrázky 6.11 až 6.14 jsou ukázkou výsledků výpočtů odezvy na buzení harmonickým signálem v příslušném směru Y (amplituda 2mm, frekvence 5Hz) resp. Z (amplituda 5mm, frekvence 5Hz) obdobně jako v prvním případě obrázky 6.7, 6.8. Na následujících dvou stranách jsou zobrazeny příslušné průběhy zrychlení hmotného středu zátěže (obr.6.15, 6.16 – buzení Y, Z), včetně prostorových vizualizací spekter vypočtených pomocí FFT z průběhů křivek zrychlení a_y , a_z hmotného středu zátěže. Předpoklady řešení a způsob výpočtu odezev a spekter jsou shodné jako v prvním případě - odezvy na buzení ve směru X. Pro integraci soustavy pohybových rovnic je opět využito Newmarkovy metody s integračním krokem $\Delta T=0,000488s$, simulace jsou provedeny v časovém intervalu 0 – 4s. Výchozí podmínkou výpočtů je opět statická rovnováha soustavy. Výpočtem obdobných úloh pro budící frekvence 0 - 30Hz byly sestaveny jednoduché amplitudové charakteristiky, které přehledně udává tabulka 6.3 a obrázky 6.19 - 6.21.



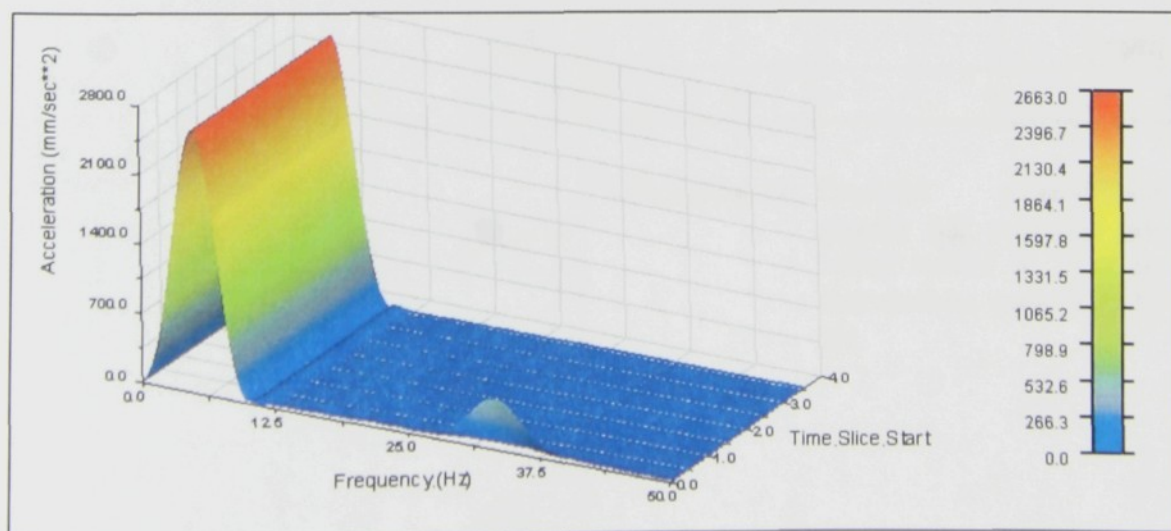
Obr.6.15: Zrychlení hmotného středu zátěže ve směru osy Y - buzení Y.



Obr.6.16: Zrychlení hmotného středu zátěže ve směru osy Z - buzení Z.



Obr.6.17: Plocha spekter vypočtená pomocí FFT z průběhu zrychlení a_y dle obr. 6.15.



Obr.6.18: Plocha spekter vypočtená pomocí FFT z průběhu zrychlení a_z dle obr. 6.16.

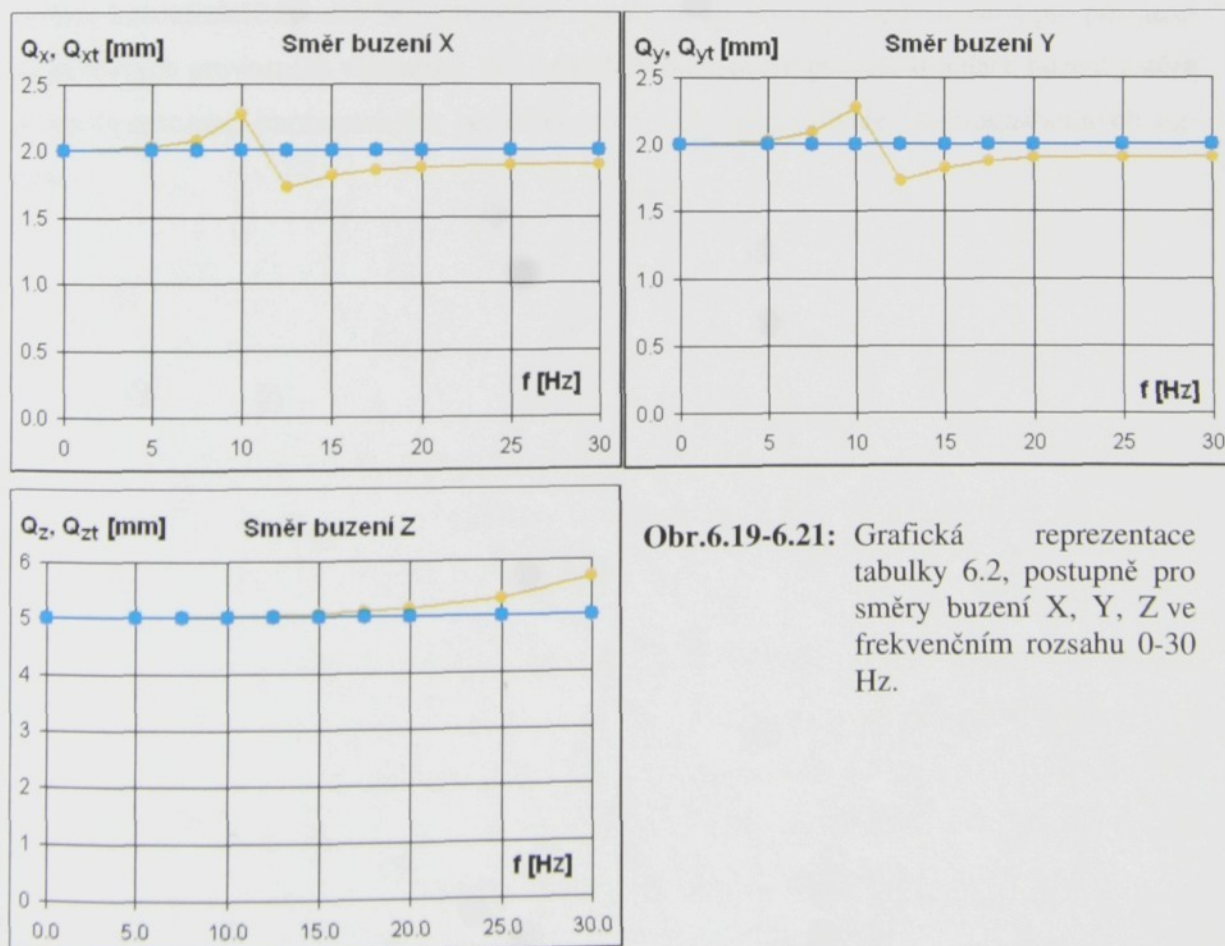


Tabulka 6.3: Vliv frekvence budícího signálu na pohyb hmotného středu zátěže

směr buzení X				směr buzení Y				směr buzení Z			
X	f	Q_x	Q_{xt}	Y	f	Q_y	Q_{yt}	Z	f	Q_z	Q_{zt}
[mm]	[Hz]	[mm]	[mm]	[mm]	[Hz]	[mm]	[mm]	[mm]	[Hz]	[mm]	[mm]
2.00	0.00	2.00	2.00	2.00	0.00	2.00	2.00	5.00	0.00	5.00	5.00
2.00	5.00	2.03	2.00	2.00	5.00	2.03	2.00	5.00	5.00	5.01	5.00
2.00	7.50	2.08	2.00	2.00	7.50	2.10	2.00	5.00	7.50	5.02	5.00
2.00	10.00	2.28	2.00	2.00	10.00	2.28	2.00	5.00	10.00	5.03	5.00
2.00	12.50	1.73	2.00	2.00	12.50	1.73	2.00	5.00	12.50	5.05	5.00
2.00	15.00	1.82	2.00	2.00	15.00	1.83	2.00	5.00	15.00	5.07	5.00
2.00	17.50	1.86	2.00	2.00	17.50	1.88	2.00	5.00	17.50	5.11	5.00
2.00	20.00	1.88	2.00	2.00	20.00	1.91	2.00	5.00	20.00	5.16	5.00
2.00	25.00	1.90	2.00	2.00	25.00	1.91	2.00	5.00	25.00	5.32	5.00
2.00	30.00	1.90	2.00	2.00	30.00	1.91	2.00	5.00	30.00	5.70	5.00

Legenda k tabulce 6.3 a obrázkům 6.19 - 6.21

- X, Y, Z – amplitudy buzení [mm]
- f - frekvence buzení [Hz]
- Q_x , Q_y , Q_z – vypočtená amplituda odezvy hmotného středu [mm]
- Q_{xt} , Q_{yt} , Q_{zt} – teoretická amplituda kmitů, absolutně tuhá konstrukce [mm]



Obr.6.19-6.21: Grafická reprezentace tabulky 6.2, postupně pro směry buzení X, Y, Z ve frekvenčním rozsahu 0-30 Hz.



Jak je z předchozích výpočtů patrné, pro oba směry buzení jak X tak Y dochází v intervalu hodnot 7,5 Hz - 20 Hz k významnějšímu zkreslování hodnoty amplitudy odezvy a to v rozsahu až cca $\pm 12\%$. Tento jev je způsoben vlivem prvních vlastních frekvencí zařízení, kdy dochází ke kývání celého zařízení v obou směrech X a Y. Pod touto oblastí je konstrukce poměrně dynamicky tuhá a odchylka od teoretického stavu se pohybuje do 5%. K odeznění přechodového děje při zvolených hodnotách útlumů dochází zhruba po 0.5s. Problémem by mohlo být buzení s rychlými náhlými změnami průběhu budícího signálu, protože je vidět určitý vliv vlastních frekvencí ve spektrech odezev (obr. 6.10, 6.17, 6.18). Uplatňuje se jak první, tak i druhá vlastní frekvence kmitů, které odpovídají ohybovým kmitům celé konstrukce, pro směry X a Y. Signál odezvy na buzení Z oproti tomu nenese složky prvních vlastních frekvencí, ale objevuje se stopa po vlastních frekvencích v oblasti okolo 30 Hz, jež odpovídají vlastním frekvencím nosníků, jimiž je tvořen horní „rošt“ uložení hydraulických válců. Pro budící frekvence do 20 Hz ale konstrukce zůstává relativně dynamicky tuhá a odchylka hodnot amplitud kmitů vzhledem k případu absolutně tuhé konstrukce nepřesahuje 3%. Celkově se směr buzení Z jeví jako nejvýhodnější pro buzení signály o frekvenci 7 Hz a vyšších. Simulace buzení zátěže pouze harmonickými signály se ale jeví jako nedostatečná pro posouzení celkových provozních vlastností. Pro tyto účely bude nutné provést simulace buzení zátěže pomocí kombinací harmonických, periodických a v ideálním případě i pseudonáhodných signálů.



6.3.4 Pohyb zátěže při periodickém buzení s třetí harmonickou složkou

V kapitole 6.3.3 jsou všechny budící signály definovány jako dokonalé harmonické funkce. Průběhy signálů generovaných hydraulickými prvky, což je právě případ zkušební plošiny, bývají zatíženy třetí harmonickou složkou. Rozbor vzniku třetí harmonické složky ve výstupním signálu hydraulických válců při jejich harmonickém buzení, přesahuje obsah předkládané práce. Detailně se touto problematikou zabývá literární pramen [12], z jehož poznatků a závěrů bylo při zpracování kapitoly 6.3.4 čerpáno. Ve zkratce je uvedena pouze citace závěrů ze strany 64 této práce.

„Příčina vzniku 3. harmonické složky v rychlosti pístnice hydromotoru je způsobena průtokem hydraulické kapaliny do komor hydromotoru. Průtok souvisí s tlakovým spádem na štěrbinách šoupátka (průběh závisí na typu zátěže) a průtočnou plochou. Pro harmonické buzení se obě veličiny v čase mění, tudíž průtok není harmonickou funkcí, což se projeví v rychlosti pístnice hydromotoru.“

„Z těchto závěrů můžeme usoudit, že nežádoucí 3. harmonická složka, obsažená v rychlosti pístnice hydromotoru při harmonickém buzení, není typickým jevem pouze pro hydrodynamické budící válce Inova. Tento problém se týká všech hydraulických mechanismů, pro jejichž řízení se používá systém hrana-vybrání nebo tryska-klapka, kde se s časem mění tlak a průtočná plocha a řízená veličina závisí na těchto parametrech.“

K výsledkům harmonické analýzy je v práci [12] uvedeno na straně 53 následující:

„Fáze 3. harmonické složky oproti základní harmonické složce je závislá na typu zátěže a to tak, že

- pro hmotovou zátěž je fáze 3. harmonické složky cca 90° ,*
- pro tlumičovou zátěž je fáze 3. harmonické složky cca 0° ,*
- pro pružinovou zátěž je fáze 3. harmonické složky cca -90° ,*
- pro kombinované zátěže se bude fáze 3. harmonické složky přiklánět k hodnotě zátěže, která bude v této kombinaci nejvýraznější.“*

Podle grafů na straně 25 přílohy A práce [12] byla, pro dále řešené simulace, amplituda třetí harmonické složky odhadnuta na hodnotu 2% z amplitudy první harmonické složky. Zátěž je v případě plošiny tvořena kombinací s dominující hmotovou zátěží, proto byla fáze třetí harmonické složky odhadnuta na devadesát stupňů. Takto sestavenou budící funkci lze pak zapsat pro rychlosti pístnice ve tvaru (6.8).



$$v(t) = Q\omega \cos(\omega t) + 0.02Q\omega \cos(3\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (6.8)$$
$$\omega = 2\pi f.$$

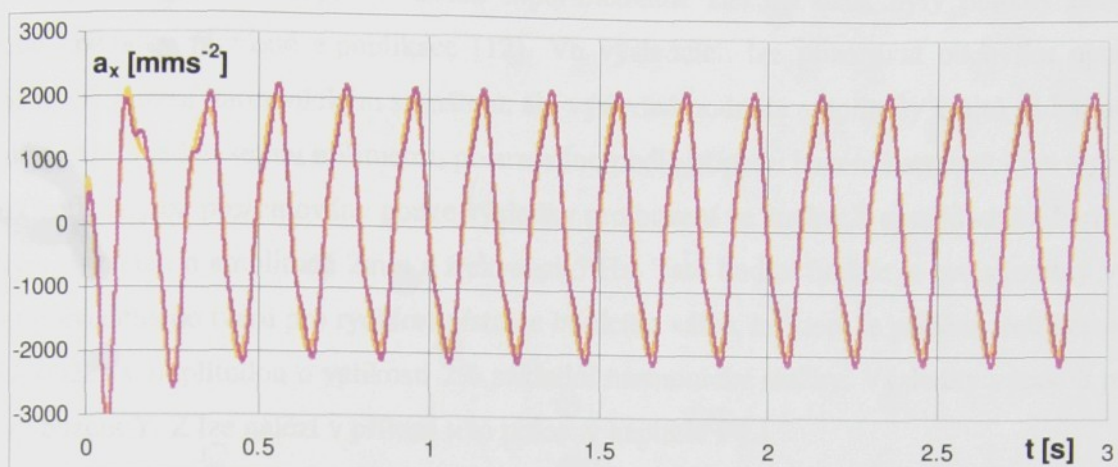
Varianty výpočtů, které byly provedeny udává tabulka 6.4. Úlohy vychází z výpočtů představených v kapitole 6.3.3, stejná zůstává i metodika výpočtu, počet bodů integrace a hodnoty použitých parametrů modelu a výpočtu. Výchozím předpokladem je opět podmínka statické rovnováhy. Pasivní zátěž plošiny má pro všechny varianty výpočtu hmotnost 250 kg.

Tabulka 6.4: Varianty úlohy buzení s třetí harmonickou složkou

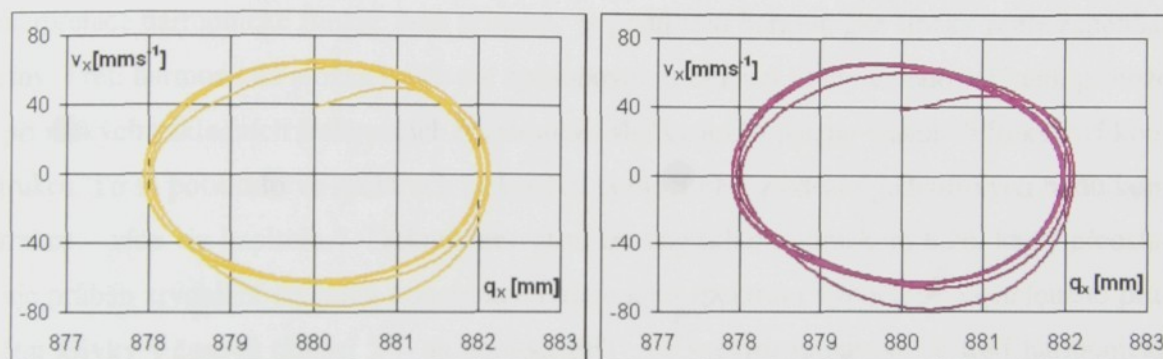
	Varianta úlohy		
	1.	2.	3.
konstrukce	Poddajná	Poddajná	Poddajná
Buzení X_1 (rychlost)	$20\pi \sin(10\pi) + 0,4\pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$	0	0
Buzení Y_1 (rychlost)	0	$20\pi \sin(10\pi) + 0,4\pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$	0
Buzení Y_2 (rychlost)	0	$20\pi \sin(10\pi) + 0,4\pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$	0
Buzení Z_1 (rychlost)	0	0	$50\pi \sin(10\pi) + \pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$
Buzení Z_2 (rychlost)	0	0	$50\pi \sin(10\pi) + \pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$
Buzení Z_3 (rychlost)	0	0	$50\pi \sin(10\pi) + \pi \sin(30\pi + \frac{\pi}{2})$

Jelikož výpočtům nepředcházela žádná experimentální měření ⁽³⁾, jež by přítomnost třetí harmonické složky v rychlosti pístnic budících válců prokázala, je třeba simulace chápat jako ukázkou dalších možných vlivů působících na dynamickou soustavu zařízení. Vybrané výsledky výpočtů pro směr buzení X lze nalézt na obrázcích 6.22 až 6.25. Další vizualizace, včetně směrů buzení Y a Z, lze nalézt v příloze práce v článku P4.1, (příloha, str.27 - příloha, str.29).

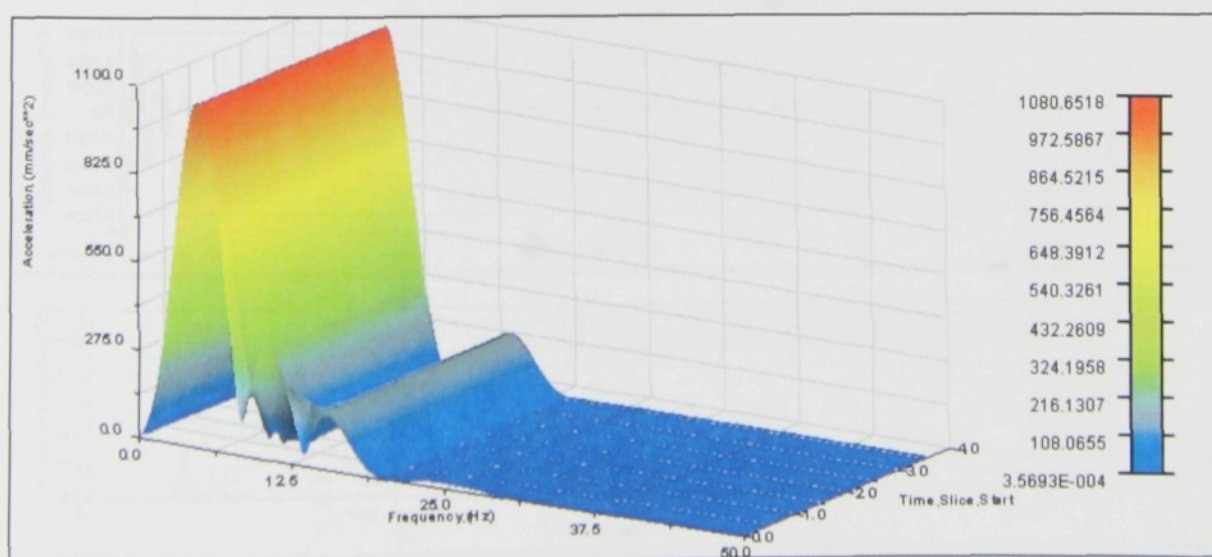
³ Přítomnost třetí harmonické složky v budících signálech byla posléze zjištěna při měření provozních tvarů kmitů (viz kapitola 7).



Obr.6.22: Srovnání průběhu křivky zrychlení hmotného středu zátěže při buzení harmonickým signálem – oranžová křivka a signálem s třetí harmonickou složkou – purpurová křivka. Směr buzení X.



Obr.6.23, 6.24: Křivky pohybu hmotného středu zátěže ve stavových souřadnicích při buzení harmonickým signálem – oranžová křivka a signálem s třetí harmonickou složkou – purpurová křivka. Směr buzení X.

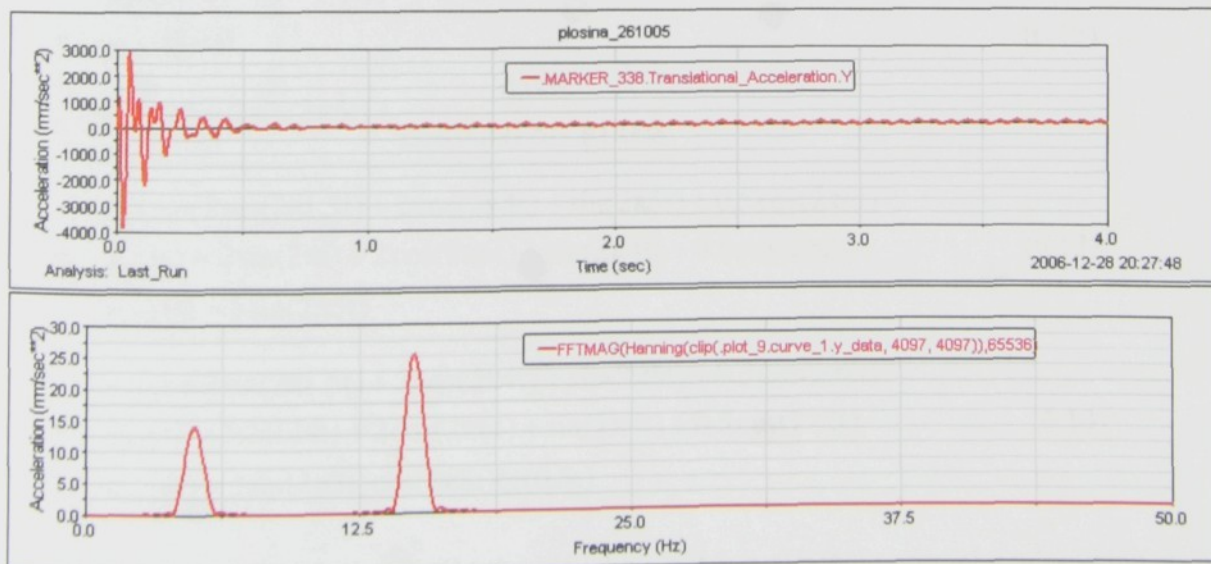


Obr.6.25: Výsledky FFT signálu zrychlení podle obr.6.22, patrná je třetí harmonická složka



Kapitola 6.3.4 se neopírá o žádná experimentálně získaná data, byly použity pouze obecné poznatky převzaté z publikace [12]. Ve výsledcích lze pozorovat odchylku oproti průběhu při buzení harmonickým signálem, ale výsledná hodnota amplitudy kmitů se liší přibližně pouze o jednu setinu milimetru, posuzováno podle případu buzení harmonickým signálem. Graficky jsou prezentovány pouze výsledky pro buzení ve směru X se základním harmonickým signálem o amplitudě 2mm a frekvenci 5 Hz. Tato budící funkce je pro samotný výpočet převedena do tvaru pro rychlost pístnice budícího válce, ke které je přidána třetí harmonická složka s amplitudou o velikosti 2% základní harmonické složky. Výsledky výpočtů pro směry buzení Y, Z lze nalézt v příloze této práce v kapitole P4.1.

Výskyt třetí harmonické složky v budících signálech může být na závadu v experimentech, které vyžadují přesnou interpretaci tvaru budící funkce. V případech kdy je nutné pouze získat určitý počet zátěžových cyklů, např. únavové zkoušky, nebo kdy nepřesná interpretace harmonické funkce není kritická, je podíl třetí harmonické složky zcela zanedbatelný. Třetí harmonická složka může ale způsobovat nežádoucí kmity celého zařízení, protože i při nízkých základních frekvencích harmonické složky leží v pásmu vlastních frekvencí konstrukce. To se potvrdilo ve spektrech získaných pomocí FFT z odezev jednotlivých bodů konstrukce – více viz kapitola 7. Dokumentovat to lze například i obrázkem 6.26, který představuje průběh zrychlení styčnicku konstrukce ránu a jeho spektrum vypočtené z ustáleného průběhu křivky v časové oblasti 2 – 4s pomocí FFT. Ve spektru je patrné, že třetí harmonická složka dokonce převyšuje základní složku, neboť frekvenční oblast okolo 15Hz leží v blízkosti vlastních frekvencí rámu konstrukce.



Obr.6.26: Příklad průběhu složky zrychlení Y styčnicku konstrukce ránu při buzení zátěže signálem s třetí harmonickou složkou.



6.3.5 Kombinace budících účinků, neharmonické budící funkce

Kapitoly 6.3.3 a 6.3.4 jsou věnovány případům, kdy budící účinky působí vždy odděleně a jejich podoba odpovídá v případě 6.3.3 ideálním harmonickým funkcím. Při konstrukci zařízení bylo ale zamýšleno obecné buzení včetně kombinací různých směrů buzení zátěže. Kapitola 6.3.5 bude proto věnována výběru úloh, které reprezentují obecnější průběh a rozložení budících účinků, a jejich kombinacím. Variant úlohy existuje nekonečné množství, proto bylo vybráno, s ohledem na spotřebu výpočetního času, několik následujících zadání:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 0,8 \sin(2\pi 10t) \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 2 \sin(2\pi 5t) \\ z_{1,2,3}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (6.9)$$

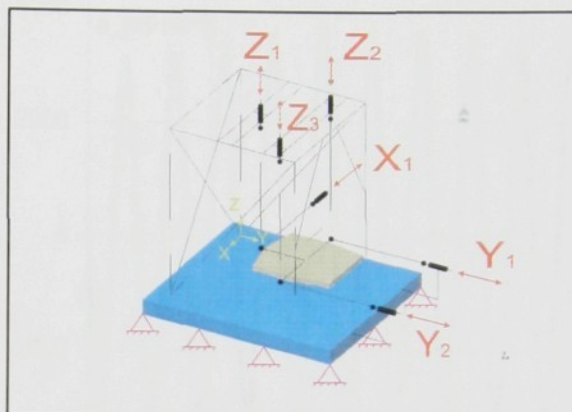
$$\begin{aligned} x_1(t) &= 0,8 \sin(2\pi 10t) \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 2 \sin(2\pi 5t) \\ z_1(t) &= 5 \sin(2\pi 5t) \\ z_{2,3}(t) &= 2 \cos(2\pi 5t) \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 2 \sin(2\pi 5t) + \frac{0.008}{\cos(0.5\pi 1.5t) + 1.008} \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 0 \\ z_{1,2,3}(t) &= 0 \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 0 \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 0 \\ z_{1,2,3}(t) &= 2 \sin(2\pi 5t) + \frac{0.008}{\cos(0.5\pi 1.5t) + 1.008} \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 2 \sin(2\pi 1.5t) + 2 \cos(2\pi 4t) + \sin(2\pi 5t) + 0.5 \cos(2\pi 8t) \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 2 \sin(2\pi t) + 2 \cos(2\pi 6t) + \sin(2\pi 4t) + 0.5 \cos(2\pi 2t) \\ z_{1,2,3}(t) &= 5 \sin(2\pi 5t) \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 2 \sin(2\pi 1.5t) + 2 \cos(2\pi 4t) + \sin(2\pi 5t) + 0.5 \cos(2\pi 8t) \\ \bullet \quad y_{1,2}(t) &= 2 \sin(2\pi t) + 2 \cos(2\pi 6t) + \sin(2\pi 4t) + 0.5 \cos(2\pi 2t) \\ z_{1,2,3}(t) &= 3 \sin(2\pi 5t) \cos(2\pi 8t) \operatorname{tg}(0.5t) \end{aligned} \quad (6.14)$$

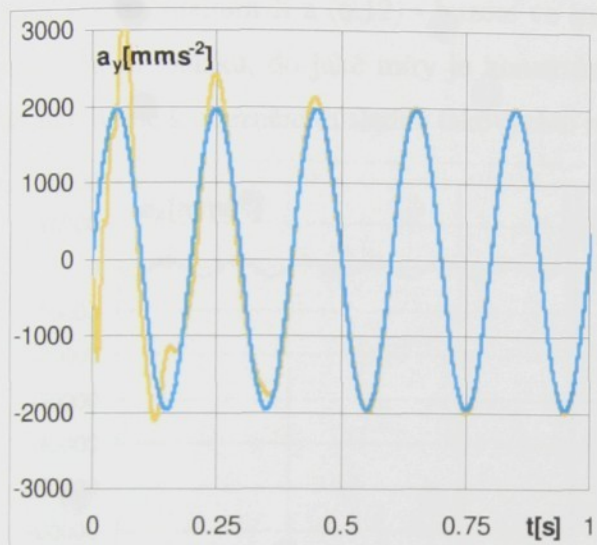


Obr.6.27: Schéma směrů buzení

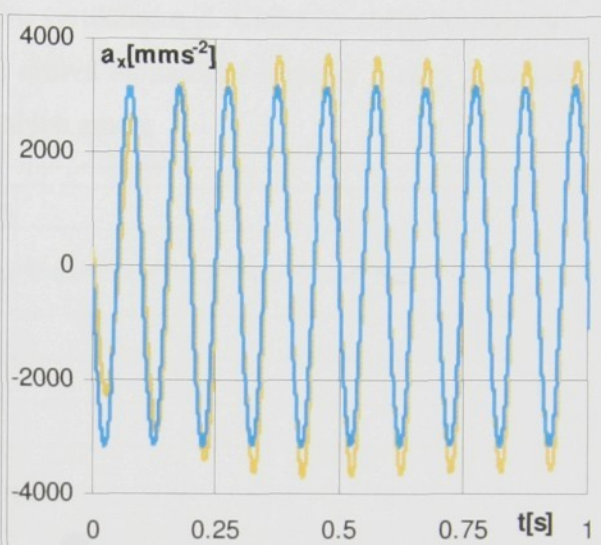
Parametry modelu zůstávají stále shodné jako v 6.3.3, počáteční podmínky odpovídají stavu statické rovnováhy. Pro řešení soustavy pohybových rovnic je využita Newmarkova metoda. Pasivní zátěž plošiny má opět hmotnost 250 kg.



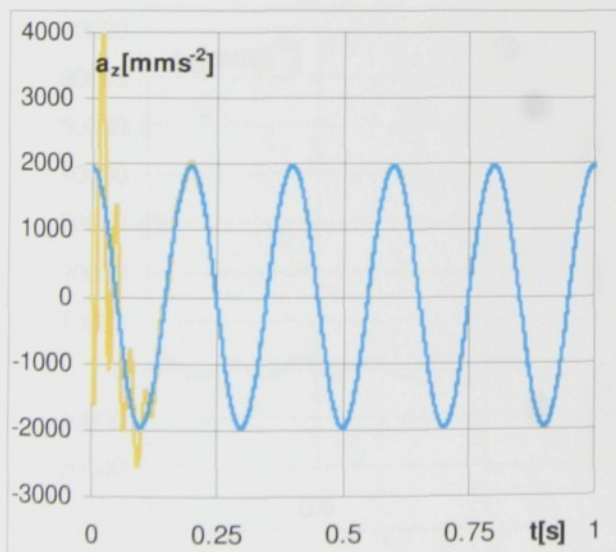
Jako ukázkové výsledky jsou záměrně voleny průběhy zrychlení, na nichž lze nejlépe pozorovat rozdíly mezi modely s absolutně tuhou konstrukcí a poddajnými členy. **Pro všechny následující obrázky je dodržena stejná barevná konvence jako v kapitole 6.3.3, tedy křivky průběhů veličin jsou u modelu s absolutně tuhými členy zobrazovány modrou barvou, u modelu s poddajnými členy barvou oranžovou.**



Obr.6.28: Průběh složky zrychlení Y hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.9



Obr.6.29: Průběh složky zrychlení X hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.9



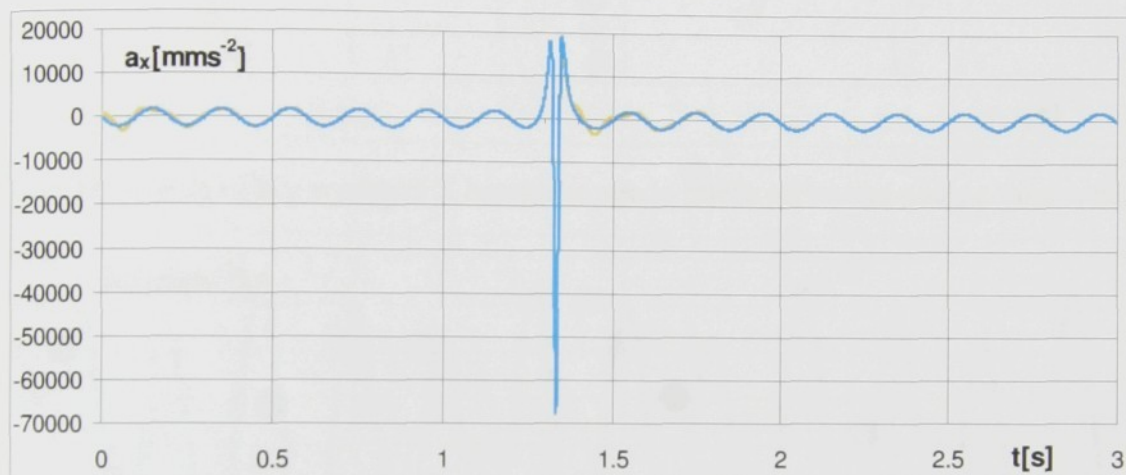
Obr.6.30: Průběh složky zrychlení Z hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.10

Z obrázků 6.28 - 6.30 je patrné, že ani přítomnost budícího signálu ve směru X s frekvencí blízkou vlastní frekvenci zařízení neznámá zásadní změnu chování konstrukce v ostatních vyhodnocovaných směrech (Y, Z). Je zřejmé, že pro kombinace podle předpisu (6.9) a (6.10) přechodový děj odeznívá pro složky zrychlení Y, Z do zhruba 0,5 s po začátku buzení. Po odeznění přechodového děje dochází k ustálení a amplitudy vynucených kmitů jsou prakticky totožné s případem, kdy je konstrukce uvažována jako absolutně tuhá. To zřejmě neplatí pro směr buzení X.

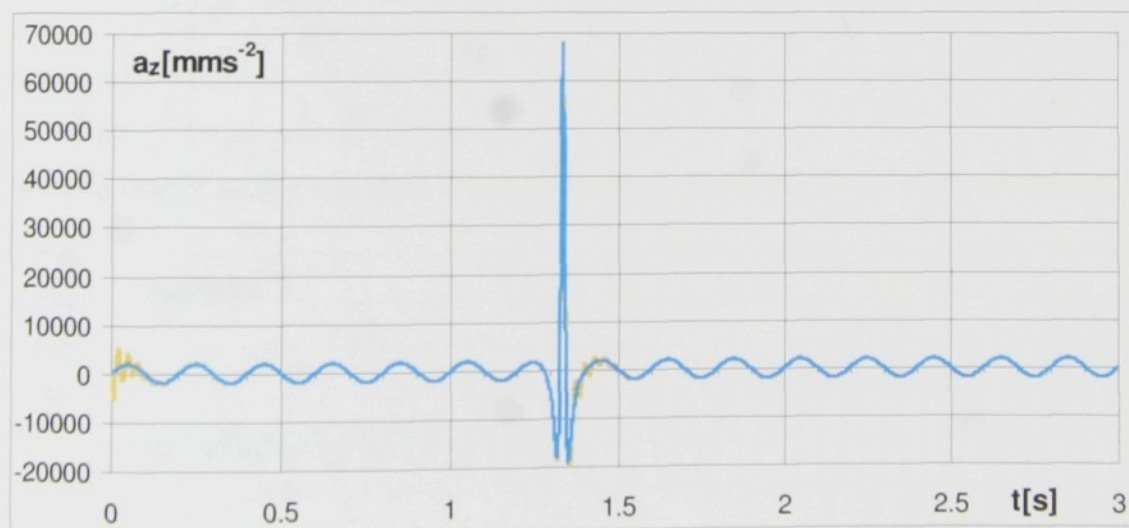


V tomto směru zůstává amplituda složky ustálených zrychlení a_x i po odeznění přechodového děje asi o 12% vyšší než v případě absolutně tuhé konstrukce (Obr. 6.29).

Případy buzení podle předpisu (6.11) a (6.12) představují situaci, kdy je harmonický budící signál náhle narušen impulsem o amplitudě, která významně převyšuje amplitudu základního harmonického signálu. Zkoušeny byly dvě varianty úlohy (6.11) - buzení konstrukce ve směru horizontálním X a (6.12) - buzení ve směru vertikálním Z. Úloha by měla poskytnout odpověď na otázku, do jaké míry je konstrukce citlivá na zatížení impulsy a rázy a za jak dlouho dojde k odeznění důsledků takovýchto náhlých změn.



Obr.6.31: Průběh složky zrychlení X hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.11

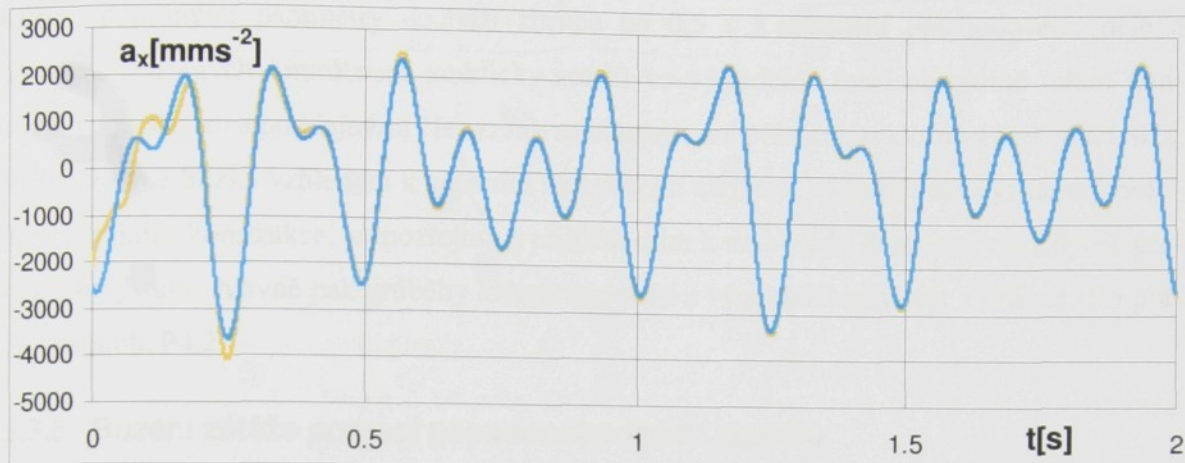


Obr.6.32: Průběh složky zrychlení Z hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.12

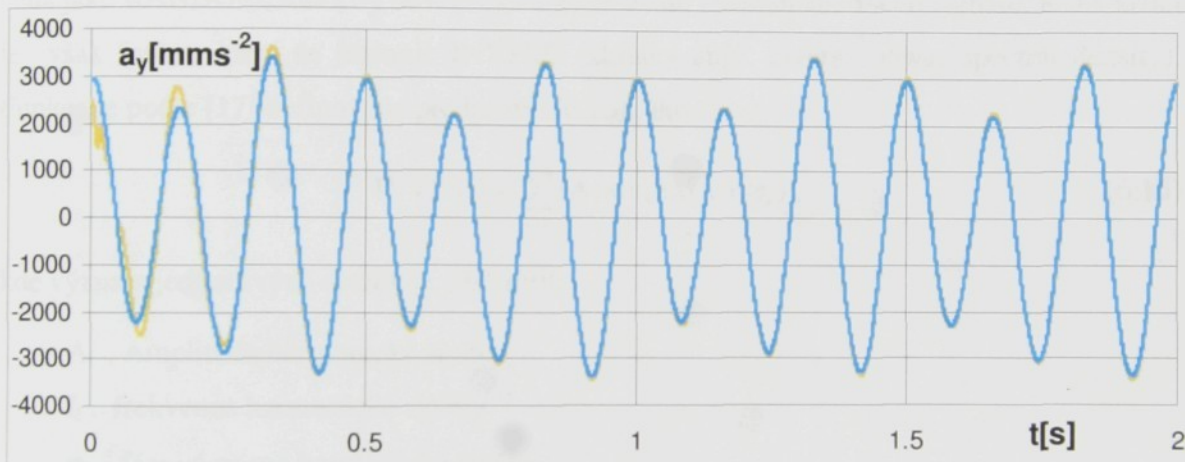
Jak ukazují obr.6.31 a 6.32 impuls v budícím signálu vyvolává účinky srovnatelné s přechodovým dějem na začátku buzení. Rovněž spektrum signálu odezvy těsně po impulsu je shodné se spektrem odezvy v oblasti přechodového děje. Doba odeznění je rovněž do 0,5s po impulsu.



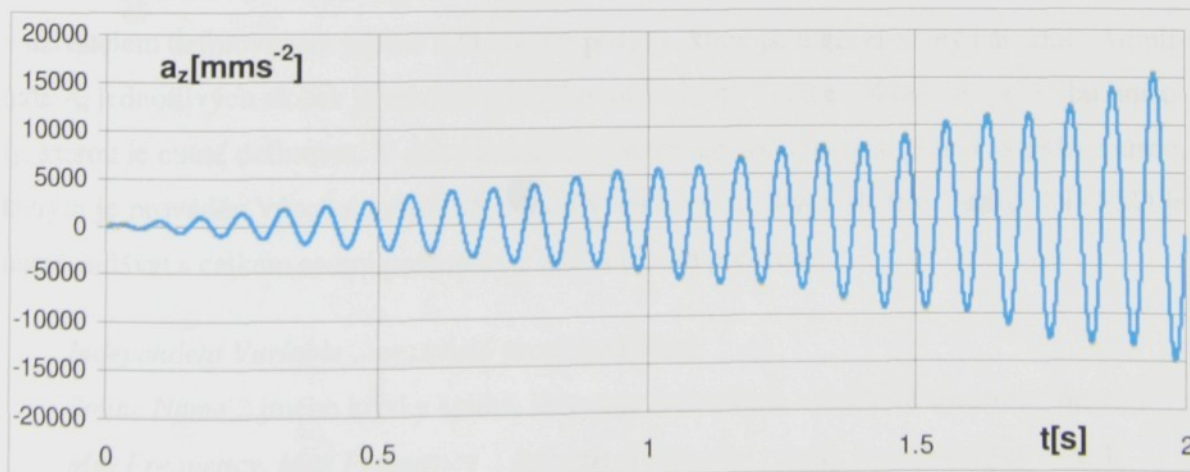
Předpisy pro budící funkce (6.13) a (6.14) jsou zastoupeny kombinacemi periodických signálů s frekvencemi složek od 1,5 Hz do 8 Hz a amplitudami od 0,5 mm do 5 mm.



Obr.6.33: Průběh složky zrychlení X hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.13



Obr.6.34: Průběh složky zrychlení Y hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.13



Obr.6.35: Průběh složky zrychlení Z hmotného středu zátěže při buzení podle předpisu 6.14



Výsledky simulací s buzením podle předpisu (6.13) a (6.14) ukazují totožné závěry jako všechny předchozí výpočty s periodickými budícími signály. Při zvoleném modelu tlumení s dříve popsány parametry dochází zhruba po 0,5 s k odeznění přechodového děje a v oblasti ustálených kmitů není prakticky rozdíl ve výsledcích mezi absolutně tuhou konstrukcí a modelem s poddajnými členy. Jak se ukazuje, ani přítomnost složek s frekvencí 8 Hz, tedy poměrně blízká vzhledem k vlastním frekvencím zařízení, nezpůsobuje významný nežádoucí rozkmit konstrukce, samozřejmě s přihlédnutím k amplitudě dané složky. Zbytek grafických výstupů, hlavně pak průběhy křivek rychlostí a výchylek lze nalézt v příloze této práce - kapitola P4.2.

6.3.6 Buzení zátěže pomocí pseudonáhodných signálů

Nabídka matematických funkcí ADAMSu neobsahuje přímo funkci, obvykle bývá označena jako RANDOM, která by umožňovala generování pseudonáhodného signálu. K dispozici je však funkce která se jmenuje INVPSD (zkratka angl. inverse power spectral density). Funkce je podle [17] definována předpisem (6.15) jako,

$$\text{INVPSD} = \sum_{i=1}^{n_f} (A_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i)), \quad (6.15)$$

kde význam jednotlivých složek je následující:

A_i .. Amplituda harmonické složky

f_i .. frekvence harmonické složky

φ_i .. fázový posun harmonické složky

Funkce INVPSD generuje signál složený s harmonických složek s frekvencemi ležícími v uživateli definovaném pásmu a fázovými posuny, které jsou generovány náhodně. Amplituda A_i jednotlivých složek je odvislá od efektivní hodnoty funkce výkonové spektrální hustoty, kterou je nutné definovat. V dokumentaci softwaru ale bohužel není přesně popsán způsob, kterým je prováděn výpočet amplitud jednotlivých harmonických složek. Funkci INVPSD je nutné zadávat s celkem sedmi parametry s následujícím popisem:

Independent Variable .. nezávislá proměnná (čas)

Spline Name .. jméno křivky spline, kterou je definována výkonová spektrální hustota

Min Frequency, Max Frequency .. definuje frekvenční rozsah harmonických složek

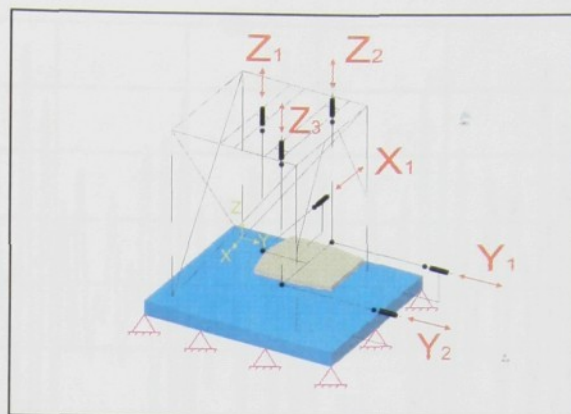
Num Frequencies .. počet harmonických složek použitých při tvorbě výsledného signálu

Use Logarithmic .. určuje zda je spektrální hustota zadána logaritmicky nebo dekadicky

Random Number Seed (RNS) .. nastavení generátoru fázových posuvů



S využitím funkce INVPSD byly řešeny dvě úlohy vynuceného kmitání. První úloha byla řešena pro směr buzení Y (viz tabulka parametrů 6.5), druhá pro směr Z (viz tabulka parametrů 6.6). Pro obě úlohy byl použit konstantní průběh funkce výkonové spektrální hustoty $S_{xx} = 0,5$, který v reálu odpovídá bílému šumu. Okrajové a počáteční podmínky i metoda řešení, se plně shodují s předpisem uvedeným v kapitole



Obr.6.36: Schéma směrů buzení

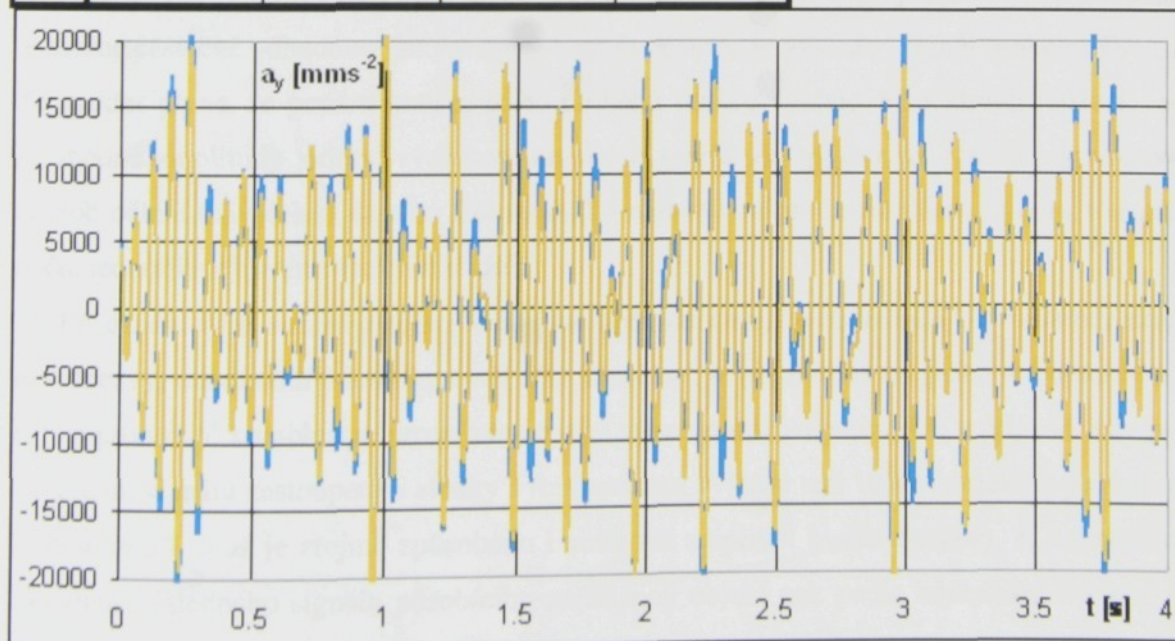
6.3.3. Rovněž metodika vyhodnocování provedená srovnáním výsledků dosažených s modelem absolutně tuhé konstrukce a modelem konstrukce s poddajnými členy zůstala zachována.

Tabulka 6.5: Parametry funkce INVPSD použité pro výpočet buzení ve směru Y

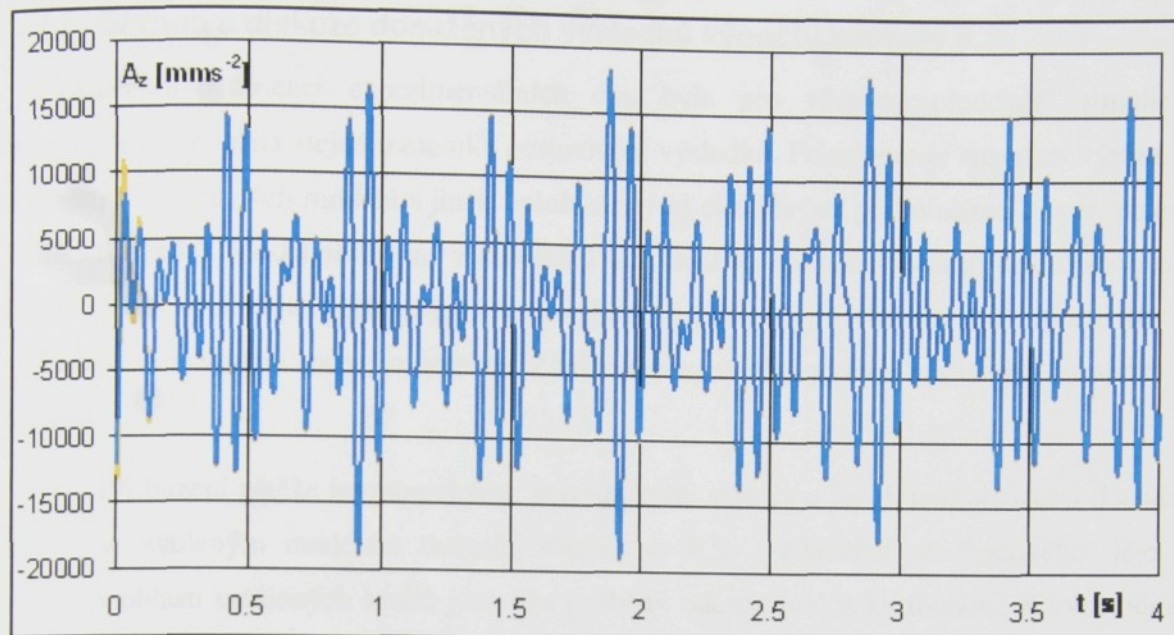
	min. fr. [Hz]	max. fr. [Hz]	počet fr.	RNS
Y1	5	15	8	5
Y2	3	15	4	3

Tabulka 6.6: Parametry funkce INVPSD použité pro výpočet buzení ve směru Z

	min. fr. [Hz]	max. fr. [Hz]	počet fr.	RNS
Z1	3	13	4	2
Z2	5	15	6	5
Z3	2	10	8	5



Obr.6.37: Průběh složky zrychlení Y hmotného středu zátěže při buzení podle tabulky 6.5



Obr.6.38: Průběh složky zrychlení Y hmotného středu zátěže při buzení podle tabulky 6.6

Na obr.6.37 a 6.38 je opět dodržena konvence, kdy jsou výsledky dosažené s modelem absolutně tuhé konstrukce zobrazeny modrou barvou a výsledky dosažené s modelem s poddajnými členy barvou oranžovou. Pasivní zátěž plošiny má hmotnost 250 kg.

Další vizualizace, včetně průběhů budících funkcí, lze nalézt v příloze v kapitole P4.3.3, (příloha, str.44 - příloha, str.50). Z těchto vizualizací, hlavně pak ze spekter budících signálů, je možné částečně odhadnout jakým způsobem je generován výsledný signál funkce INVPSD. Ze spekter plyne, že použití konstantního průběhu funkce výkonové spektrální hustoty vede na shodné amplitudy jednotlivých harmonických složek. Ze spekter lze rovněž vypočítat způsob dělení uživatelem daného frekvenčního rozsahu na pravidelné úseky podle zadaného počtu jednotlivých harmonických složek.

Při daném typu buzení zátěže plošiny lze opět sledovat, že nedochází k zásadnímu zkreslení odezvy, maximální odchylky tvoří 5%. Zkreslení je ale závislé na průběhu budícího signálu a pro určité kombinace buzení není rozdíl vůbec pozorovatelný. Ani v případě, kdy jsou v budícím signálu zastoupeny i složky s frekvencemi vyššími než 10Hz nepřekračuje zkreslení hranici 5% (což je zřejmě způsobeno i velikostí amplitud budící funkce). K nejmenšímu zkreslení výsledného signálu působícího na buzený objekt pak podle očekávání dochází při buzení ve směru Z.



6.3.7 Shrnutí a diskuze dosažených výsledků výpočtů kapitoly 6.3

Vzhledem k absenci experimentálních dat, byla pro všechny předchozí simulace z kapitoly 6.3 použita stejná metodika posuzování výsledků. Principem je srovnání výsledků výpočtů dvou různých modelů s jinak úplně stejnými okrajovými podmínkami a předpisem budících účinků. Model sestavený z absolutně tuhých těles má představovat ideální stav, zatímco model využívající poddajná tělesa a vybavený poddajnými vazbami má reprezentovat přiblížení se reálnému stavu konstrukce. Z takto řešených úloh plynou následující výsledky a zjištění:

- Při buzení zátěže harmonickými, periodickými signály a jejich kombinacemi dochází se zvoleným modelem tlumení zhruba po 0,5s k odeznění přechodového děje a v oblasti ustálených kmitů jsou oba průběhy odezev prakticky totožné. K výraznému rozdílu, až 12 procent navýšení v oblasti ustálených kmitů, dochází pro směry buzení X, Y (viz obr. 6.19, 6.20, 6.27) až v oblasti budících frekvencí vyšších než 9Hz. Tato skutečnost souvisí s vypočtenými prvními vlastními frekvencemi zařízení, jež mají hodnotu **10,7Hz**. Názorně to ukazuje obr. 6.29. Výhodou je, že celková hmotnost zařízení je oproti buzené zátěži řádově vyšší - poměr přibližně 20:1.
- Směr buzení Z vykazuje nižší dynamickou poddajnost i při frekvencích vyšších než 15Hz, ale je nutné počítat s výraznějším přechodovým dějem, který způsobují vyšší vlastní frekvence ($\Omega \geq 30$ Hz), které odpovídají kmitům závěsů hydraulických válců. Jednoduchá amplitudová charakteristiku je vykreslena na obr.6.21.
- Při výskytu náhlé poruchy v budícím signálu vykazuje model s poddajnými členy oproti modelu s absolutně tuhými členy dodatečný rozkmit ještě zhruba 0,5 s po odeznění poruchy v budícím signálu (viz obrázky 6.31, 6.32). Spektrum těchto kmitů obsahuje stejné frekvenční složky jako přechodový děj, ale jeho intenzita dosahuje pro směr buzení Z asi jenom polovinu intenzity přechodového děje. Ve směru buzení X je pak dodatečný rozkmit prakticky totožný s přechodovým dějem.

Z výsledků simulací, uvedených na předchozích stranách, vyplývá, že konstrukce zařízení je za daných podmínek dostatečně dimenzovaná a při aplikaci budících účinků s frekvencemi do 8Hz nedochází k významnému zkreslování výsledků (do hodnoty 5%) oproti ideálními stavu absolutně tuhé konstrukce. Nicméně je třeba uvést faktory, které mohou mít na reálné experimenty vliv a nejsou v numerických simulacích zohledněny.



- Neuvažuje se tuhost podlahy a podloží pod zařízením; ve všech výpočtech se podlaha a podloží uvažují jako absolutně tuhé.
- Neuvažuje se vliv řídicího systému, jeho dynamika.
- Zkreslením požadovaného budicího signálu hydraulickým obvodem vlivem třetí harmonické složky v budícím signálu se pouze ilustrativně sleduje v kapitole 6.3.4. Zdroj hydraulické kapaliny je uvažován jako absolutně tvrdý, což nemusí být vždy splněno. Neuvažuje se stlačitelnost hydraulické kapaliny, deformace přírodních potrubí atd.
- Opakovatelná přesnost najetí polohy pístnice je brána jako absolutní. Neuvažuje se s odchylkou polohy pístnice, oproti poloze požadované. Jistý vliv může mít i teplota hydraulické kapaliny, tj. lze očekávat rozdílné vlastnosti před a po dosažení provozní teploty hydraulické kapaliny.
- Neuvažují se pasivní odpory v kulových kloubech budicího mechanismu.
- Nejsou zohledněny výrobní a montážní nepřesnosti, jako například vůle a nedokonalá geometrie dílů. Celkové nastavení „geometrie“ mechanismu, jež má vliv na počáteční podmínky děje, je bráno jako dokonalé, bez jakýchkoliv odchylek.
- Tlumení je uvažováno jako ekvivalentní viskózní. Velikost poměrného útlumu je pouze odhadnuta, odhad není podepřen experimentálními daty.
- Numerické výpočty jsou vždy zatíženy chybou, která souvisí s volbou metody a počtu kroků integrace.

Zohlednění všech uvedených faktorů by sice bylo teoreticky možné, ale vytvořený model by byl velice komplikovaný. Zároveň by se musel opírat o velké množství experimentálně získaných dat. Jejich sběr by byl náročný jak z hlediska technického, tak časového a rovněž ekonomického. Lze předpokládat, že i experimentálně získaná data jsou obvykle zatížena určitou chybou či rozptylem hodnot. Použití takového množství vstupů zatížených určitou chybou a nejistotami pro matematický model pak může vést ke kumulaci chyby a ke zkresleným výsledkům.



7 Strukturální stroboskopie

Strukturální stroboskopie, nazývaná též měřením provozních tvarů kmitů (v zahraničních pramenech - operation deflection shape measurement), slouží k vizualizaci tvarů kmitů při ustálených provozních režimech stroje, tj. v oblasti ustálených kmitů, po odeznění přechodového děje. Pomocí strukturální stroboskopie lze určit hodnoty amplitud kmitů jednotlivých bodů konstrukce pro daný režim buzení. V problému zjišťování dynamických vlastností vibrační plošiny poslouží k měření velikosti deformace rámu zařízení při ustáleném stavu buzení.

7.1 Základní poznatky o strukturální stroboskopii

Možnosti použití strukturální stroboskopie jsou podmíněny několika základními předpoklady.

- Zařízení pracuje v ustáleném provozním režimu po odeznění přechodového děje, kdy se výkonová spektrální hustota signálů odezvy jednotlivých bodů konstrukce s časem nemění.
- Frekvenční spektra kmitů bodů struktury obsahují dominantní složky.
- Rozložení budících účinků je obecně neznámé, ale při měření se nemění.
- Struktura není výrazně nelineární, jako měřítko linearity slouží funkce koherence.

Principem metody je zviditelňování pohybu sítě bodů reprezentujících zkoumanou strukturu, vzhledem k pohybu zvoleného referenčního bodu, pro vybrané dominantní frekvenční složky spektra vynucených kmitů. K tomuto účelu lze s výhodou použít postupy a prostředky využívané při experimentální modální analýze. Jedná se zejména o využití algoritmů FFT pro zpracování navzorkovaných signálů odezev, metodiku výpočtu frekvenčních přenosů a s tím související technické vybavení. V následujícím textu je stručně popsáno teoretické pozadí metody pro popis pohybu jednoho bodu konstrukce s označením s vůči zvolenému referenčnímu bodu r . Podrobnější popis metody lze nalézt např. v publikacích [11], [15].

Ve frekvenční doméně můžeme odezvy bodů s a r vyjádřit pomocí frekvenčních přenosů dle vztahů (7.1):

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_s &= \mathbf{H}_{sj}(\omega) \mathbf{f}_j, \\ \mathbf{X}_r &= \mathbf{H}_{rj}(\omega) \mathbf{f}_j. \end{aligned} \quad (7.1)$$

V rovnicích (7.1) se ale vyskytují budící účinky, které mají obecně neznámou velikost i místo působení. Pro více identifikačních bodů struktury je rovněž nemožné dosáhnout neustále stejného časového průběhu budící funkce v daném časovém okně měření (vždy dojde



k posunu průběhu). Řešením je formulace přenosové funkce $H_{sr}(\omega)$, která je definována vztahem (7.2)

$$\mathbf{X}_s = \mathbf{H}_{sr}(\omega) \mathbf{X}_r, \quad (7.2)$$

pomocí funkcí výkonové spektrální hustoty. Funkce spektrální výkonové hustoty nemění při stacionárním průběhu signálu svůj průběh a to ani v případě různých počátků vzorkování - různé poloze časového okna. Z tohoto důvodu stačí k měření pouze dvoukanálový FFT spektrální analyzátor. Zároveň tato metodika umožňuje získat hodnoty amplitud kmitů bodů struktury a fáze vůči pohybu referenčního bodu. Funkce spektrální výkonové hustoty jsou standardním výstupem FFT spektrálních analyzátorů. Frekvenční přenosovou funkci definujeme pomocí spektrálních výkonových hustot pomocí vztahů (7.3, 7.4),

$$\mathbf{H}_{sr}(\omega) = \frac{\mathbf{S}_{sr}(\omega)}{\mathbf{S}_{rr}(\omega)}, \quad (7.3)$$

$$|\mathbf{H}_{sr}(\omega)|^2 = \frac{\mathbf{S}_{ss}(\omega)}{\mathbf{S}_{rr}(\omega)}. \quad (7.4)$$

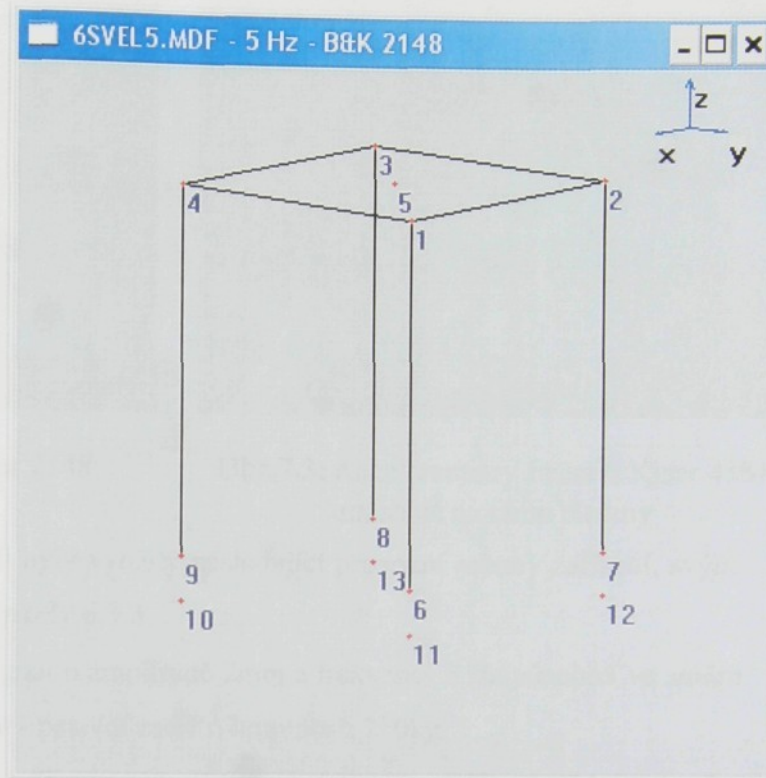
Funkce S_{sr} je křížové spektrum, S_{ss} a S_{rr} jsou autospektra signálů odezvy bodů s a r . Podrobné odvození viz literární pramen [14]. Všechny výše jmenované funkce lze bez problémů určit s využitím algoritmů FFT z navzorkovaných signálů odezvy bodů s a r . Křížové spektrum je totiž ve vztahu přímé a zpětné Fourierovy transformace korelační funkce navzorkovaných signálů x_s a x_r . Autospektra jsou ve vztahu přímé a zpětné Fourierovy transformace autokorelačních funkcí navzorkovaných signálů x_s a x_r .

Přenosová funkce definovaná pomocí vztahu (7.3) s sebou nese informaci o hodnotě amplitudy bodu s vzhledem k amplitudě bodu r . Přenosovou funkci definovanou pomocí (7.4) lze zase využít k výpočtu fáze pohybu mezi body s a r . Jednotlivé provozní tvary se pak určují pro dominantní frekvenční složky přenosové funkce.

Praktické provedení spočívá ve volbě referenčního bodu vyšetřované struktury, obvykle v místě největších očekávaných kmitů konstrukce. V tomto bodě se umísťuje referenční snímač signálu x_r . Pro zvolené body struktury se pak měří přenosy vzhledem k referenčnímu bodu pomocí dalšího akcelerometru s využitím dvoukanálového FFT spektrálního analyzátoru. Pro dominantní složky spekter se realizuje výpočet amplitud a fází kmitů včetně vizualizace provozních tvarů kmitů vhodným softwarem (např. ADASH).

7.2 Měření provozních tvarů kmitů vibrační plošiny

Pro měření provozních tvarů byla na reálném zařízení zvolena struktura bodů podle obrázku 7.1. Body číslo 10, 11, 12, 13 odpovídají spodnímu okraji fundamentu zařízení, leží tedy v těsné blízkosti pryžového uložení. Jejich kmity potvrzují poddajnost pryžových podložek a jejich podíl na celkových kmitoch zařízení. Body 1, 2, 3, 4 odpovídají horním styčnickům rámu plošiny. Jako místa s největšími předpokládanými hodnotami amplitud kmitů budou výsledky z nich získané použity pro srovnání z matematickým



Obr.7.1: Struktura bodů použitá pro měření PTK

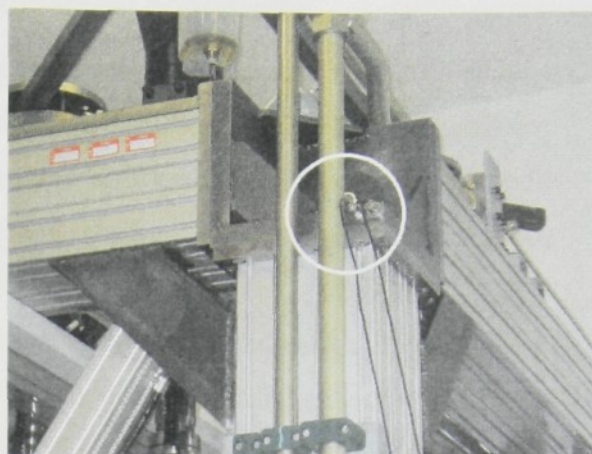
modelem. Bod 5 pak odpovídá uložení hydraulického válce Z_1 (viz obr. 4.4) a jako takový poslouží pro vyhodnocení velikosti amplitud kmitů konstrukce při buzení ve směru Z. Souřadný systém je zachován stejný jako při matematickém modelování (počátek souřadného systému odpovídá bodu 8).

Pro vlastní měření PTK bylo použito následující vybavení:

- Dvoukanálový analyzátor Brüel & Kjaer 2148 (obr. 7.2)
- Akcelerometry Brüel & Kjaer 4384 (obr. 7.3)
- Kalibrátor Brüel & Kjaer 4294
- Pro zpracování výsledků byl použit software ADASH
- Při vzorkování signálů odezvy jednotlivých bodů konstrukce pro algoritmus výpočtu FFT bylo použito časové okno typu Hanning.



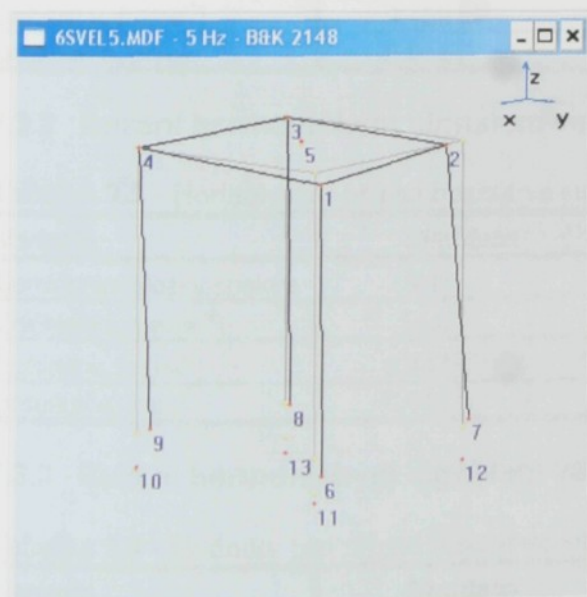
Obr.7.2: Analyzátor Brüel & Kjær 2148



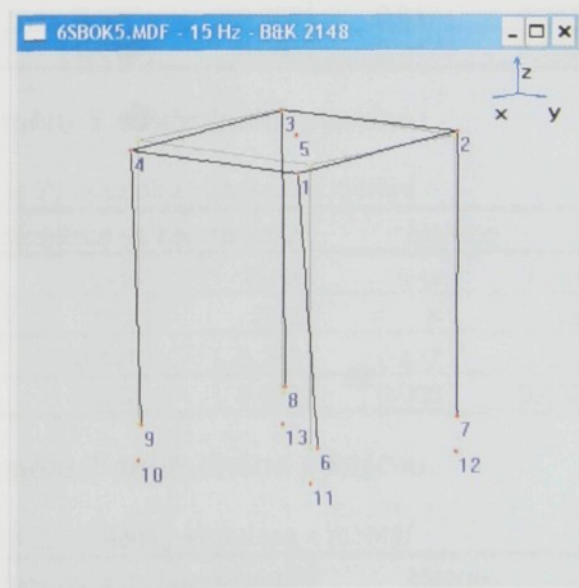
Obr.7.3: Akcelerometry Brüel & Kjær 4384 umístěné na rámu plošiny

Pro měření provozních tvarů kmitů byly využity následující provozní režimy zařízení, svým zadáním odpovídají úloze podle kapitoly 6.3.3:

- Harmonický budící signál o amplitudě 2mm a frekvenci 5 Hz působící ve směru X souřadného systému - pasivní zátěž o hmotnosti 250kg.
- Harmonický budící signál o amplitudě 2mm a frekvenci 5 Hz působící ve směru Y souřadného systému - pasivní zátěž o hmotnosti 250kg.
- Harmonický budící signál o amplitudě 5mm a frekvenci 5 Hz působící ve směru Z souřadného systému - pasivní zátěž o hmotnosti 250kg.



Obr.7.4: Nalezený provozní tvar odpovídající frekvenční složce spektra 5Hz



Obr.7.5: Nalezený provozní tvar odpovídající frekvenční složce spektra 15Hz

7.3 Srovnání výsledků měření PTK s vypočtenými hodnotami

Výchozí teoretická data představují výsledky simulací podle kapitoly 6.3.3. Vzhledem k tomu, že měřená spektra obsahují i třetí harmonickou složku s frekvencí 15 Hz bude zajímavé i srovnání s výsledky kapitoly 6.3.4. Číselné hodnoty získané z matematických simulací podle výše uvedených zadání a naměřených dat dokumentují tabulky 7.1 - 7.3. Pro posouzení shody vypočtených a měřených dat byly vybrány specifické body konstrukce u kterých se předpokládají nejvyšší hodnoty amplitud pro daný typ buzení. Pro případy buzení ve směru X, Y byl vybrán bod 1 (viz obr. 7.1), pro buzení ve směru Z pak bod 5 (viz obr. 7.1).

Poznámka k tabulkám 7.1 - 7.3 - Sloupec Simulace udává výsledky matematické simulace při čistě harmonickém budícím signálu, sloupec Simulace-3.harmonická pak výsledky při buzení s přítomností 3. harmonické složky v rychlosti pístnice budícího válce viz kapitola 6.3.4.

7.3.1 Buzení harmonickým signálem ve směru X souřadného systému.

Tabulka 7.1 - Hodnoty pro případ buzení ve směru X, výsledky simulace a měření

Variantá	Simulace		Simulace -3. harmonická		Měřeno	
Dominantní složky spektra	5Hz	-	5Hz	15Hz	5Hz	15Hz
Zrychlení a_x [mms ⁻²]	14.4	-	14.1	21.6	16	20
rychlost v_x [mms ⁻¹]	0.459	-	0.458	0.226	0.517	0.211
posunutí q_x [mm]	0.012	-	0.012	0.002	0.017	0.002

7.3.2 Buzení harmonickým signálem ve směru Y souřadného systému.

Tabulka 7.2 - Hodnoty pro případ buzení ve směru Y, výsledky simulace a měření

Variantá	Simulace		Simulace -3. harmonická		Měřeno	
Dominantní složky spektra	5Hz	-	5Hz	15Hz	5Hz	15Hz
Zrychlení a_y [mms ⁻²]	14.0	-	13.7	25.3	8	19
rychlost v_y [mms ⁻¹]	0.447	-	0.447	0.265	0.247	0.203
posunutí q_y [mm]	0.012	-	0.012	0.002	0.008	0.002

7.3.3 Buzení harmonickým signálem ve směru Z souřadného systému.

Tabulka 7.3 - Hodnoty pro případ buzení ve směru Z, výsledky simulace a měření

Variantá	Simulace		Simulace -3. harmonická		Měřeno	
Dominantní složky spektra	5Hz	-	5Hz	15Hz	5Hz	14Hz
Zrychlení a_z [mms ⁻²]	4.84	-	4.8	9.2	3	19
rychlost v_z [mms ⁻¹]	0.154	-	0.151	0.097	0.136	0.214
posunutí q_z [mm]	0.005	-	0.005	0.001	0.005	0.002



7.4 Nejdůležitější poznatky z měření PTK

- Měřením PTK bylo prokázáno, že pryžové uložení zařízení vykazuje deformace a projevuje se v celkové hodnotě dynamické tuhosti zařízení - viz obr. 7.4 a 7.5, kde lze pozorovat odchylku od klidového stavu.
- Nepřímo se potvrdila přítomnost třetí harmonické složky v budících signálech.
- Měřením bylo potvrzena velikost deformací rámu zařízení při daných zatěžovacích stavech maximálně do 0,02 mm, což je při zástavbové výšce cca 2,9m a délce téměř 3,2m více než přijatelná hodnota
- Ve spektrech nebyla zjištěna výrazná složka, jež by odpovídala hodnotám vlastních frekvencí i přes jejich nízké hodnoty. Lze tedy usuzovat, že nízké hodnoty vlastních frekvencí nebudou na závadu při obdobných podmínkách zátěže a buzení.
- Při provozování zařízení bude nutná pravidelná kontrola všech důležitých šroubových spojů (styčníky, kulové klouby), vzhledem k možnosti uvolnění. K závadě došlo i při měření, uvolnil se spojovací šroub jednoho z kulových kloubů. Riziko uvolnění šroubových spojů styčníků konstrukce hrozí i u těch spojů, kde je závit proveden v profilech z hliníkové slitiny - možnost „tečení závitu“, jak ukazují případy ze strojírenské praxe.
- Experimentálně zjištěné hodnoty deformací rámu se pohybují v hodnotách setin milimetru, což je u zařízení v rozměrech metrů velmi malá hodnota a nelze s jistotou určit do jaké míry je měření zatíženo chybou. Účelné by bylo srovnat experimentální a vypočtená data pohybu zkoušeného tělesa. Rovněž by bylo žádoucí provést měření vlastních frekvencí zařízení a určení tlumení reálné konstrukce.

8 Závěr a přínosy disertační práce

Náplní předkládané disertační práce je studie dynamických vlastností reálného strojního zařízení - vibrační plošiny se šesti stupni volnosti - s využitím metod a prostředků výpočetní techniky v aplikovaných problémech mechaniky. Jde především o metodu konečných prvků a postupy využívající Lagrangeovy rovnice v multibody simulacích. Teoretický základ práce pak tvoří redukční metoda Craig - Bampton. Její princip spočívá v transformaci zobecněných souřadnic s využitím speciální báze, která není závislá na okrajových podmínkách modelu.

K řešení úloh jsou využita komerčně dostupná programová prostředí ANSYS - metoda konečných prvků a MSC-ADAMS - dynamika soustav těles založená na Lagrangeových rovnicích. Pro zpracování dané úlohy bylo nutné podrobněji prostudovat obě prostředí i proto, že model vytvořený pomocí metody konečných prvků tvoří po kondenzaci vstupní data úloh vynuceného kmitání v multibody prostředí. Právě zde, při řešení této dílčí úlohy, byly s výhodou uplatněny teoretické poznatky o metodě Craig - Bampton.

8.1 Shrnutí hlavních dosažených výsledků

Obsahem kapitol (5, 6 a 7) přinášejících dosažené dílčí výsledky je i jejich hodnocení a rozbor, proto následující text obsahuje pouze shrnutí nejdůležitějších zjištěných poznatků a splnění cílů disertační práce vytyčených článkem 1.1.

- S využitím poznatků, převzatých z odborných článků zabývajících se problematikou dynamiky soustav těles, byly představeny prostředky a metody využitelné pro simulaci dynamických vlastností vibrační plošiny. (*Vytyčeno cílem č.1*)
- Aplikací teoretických poznatků o metodě Craig-Bampton a s využitím programů ANSYS a ADAMS, byly vytvořeny matematické modely reálného zařízení, umožňující výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů. Rovněž byl vytvořen model schopný simulovat provozní stavy zařízení včetně pohybu vyšetřovaného objektu při různých kombinacích budících účinků v úlohách vynuceného kmitání. (*Vytyčeno cílem č.2*)

Zodpovězení cílů č.3 a č.4 tvoří obsah kapitol 5 a 6. Jedná se hlavní část práce a výtah hlavních poznatků přináší následující odstavce.

- Nejdůležitějším poznatkem plynoucím z výpočtu vlastních frekvencí je, že pásmo vlastních frekvencí se přímo překrývá s pásmem uvažovaných budících frekvencí.



Nejnižší vypočtené vlastní frekvence nezátíženého zařízení mají hodnotu 10,7Hz. Navíc vlastní tvary kmitů jsou kolineární s uvažovanými směry buzení. Pro posouzení dynamických vlastností bylo proto nezbytně nutné provést výpočty odezvy konstrukce na vynucené buzení a zjistit tak odlišnost od ideálního stavu absolutně tuhé konstrukce. Více o problematice vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů pojednává kapitola 5.

- Z úloh simulací vynuceného kmitání plyne, že při buzení zátěže harmonickými, resp. periodickými signály a jejich kombinacemi dochází zhruba po 0,5s k odeznění přechodového děje (s použitým modelem tlumení) a v oblasti ustálených kmitů jsou oba průběhy odezev prakticky totožné (tuhá versus poddajná konstrukce). K výraznému rozdílu, až 12% navýšení amplitudy kmitů u konstrukce s poddajnými členy a daným modelem tlumení, dochází v oblasti ustálených kmitů pro směry buzení X, Y v oblasti budících frekvencí vyšších než 9Hz. Tato skutečnost souvisí s prvními vlastními frekvencemi zařízení 10,7Hz. Více viz článek 6.3.3.
- Ve směru buzení Z dochází k významnějšímu rozdílu až pro frekvence vyšší než 20 Hz, ale je nutné počítat s výraznějším přechodovým dějem, který způsobují vyšší vlastní frekvence odpovídající kmitům závěsů hydraulických válců. Více viz článek 6.3.3.
- Při výskytu náhlé poruchy - rázu - v budícím signálu vykazuje model s poddajnými členy vzhledem k modelu s absolutně tuhými členy dodatečný rozkmit ještě zhruba 0,5 s po odeznění rázu v budícím signálu. Spektrum těchto kmitů obsahuje stejné frekvenční složky jako přechodový děj, ale jeho intenzita dosahuje pro směr Z asi jenom polovinu intenzity přechodového děje. Ve směru X a Y je pak dodatečný rozkmit prakticky totožný s přechodovým dějem. Více viz článek 6.3.5.
- Při buzení zátěže plošiny pseudonáhodnými signály (periodický signál s náhodně generovanými fázovými posuny jednotlivých složek) lze opět sledovat pouze malé zkreslení odezvy (zkreslení však velmi závisí na průběhu budícího signálu a pro určité kombinace buzení není rozdíl vůbec pozorovatelný) a to i v případě, že jsou v budícím signálu zastoupeny i složky s frekvencemi vyššími než 10Hz. Při simulacích popsaných v kapitole 6.3.6 se opět projevilo nejmenší zkreslení výsledného signálu působícího na buzený objekt při buzení ve směru Z. Více viz článek 6.3.6.
- Problémy zkreslení budícího signálu by mohli být na závadu v případech, kdy je nutné dodržení přesné interpretace průběhu harmonické funkce. Zde však svou roli sehraává



nejen dynamická tuhost konstrukce, ale i třetí harmonická složka obsažená v rychlostech posuvu pístnic hydraulických servoválců.

Z experimentálních měření (*Vytyčených cílem č.5*) se povedlo provést pouze měření provozních tvarů kmitů. Bohužel se nepodařilo provést experimentální modální analýzu, která by vedla k ověření hodnot vlastních frekvencí a zpřesnění parametrů použitého modelu tlumení, ani měření odezvy na buzeném objektu. Měření provozních tvarů ale posloužila alespoň k částečnému ověření vypočtených hodnot, jako jsou například hodnoty deformace rámu plošiny. Nejdůležitější zjištěné poznatky jsou shrnuty v následujících bodech:

- Při vyhodnocení naměřených spekter se potvrdila přítomnost třetí harmonické složky v budících signálech.
- Měřením byla potvrzena velikost deformací rámu zařízení při daných zatěžovacích stavech maximálně do 0,02 mm, při zástavbové výšce cca 2,9m a délce téměř 3,2m. Více viz kapitola 7.
- Ve spektrech signálů odezev v režimu ustáleného stavu nebyla zjištěna žádná výrazná složka, jenž by odpovídala hodnotám vlastních frekvencí.
- Prokázal se vliv poddajnosti pryžových podložek, resp. pohyb fundamentu zařízení.

Disertační práce přispívá k rozvoji poznání v následujících oblastech:

- V oborech aplikovaná mechanika a počítačová mechanika.
- Využití kondenzačních metod pro simulace komplikovanějších dynamických systémů.
- Možnosti využití komerčně dostupných programů pro úlohy dynamiky těles a jejich soustav.

9 Seznam použité literatury

- [1] Schartz, P., *Full vehicle dynamic analysis using automated component modal synthesis*, ClusterWorld Conference, June 2003.
- [2] Gordon, S., *FEMCI The Book - The Craig-Bampton Method*, NASA Goddard Space Flight Center, May 6, 1999.
- [3] Noran Engineering Inc., *Component modal synthesis using the Craig Bampton method*, June 2004.
- [4] Sjögren, F., *Modeling of flexible components in vehicles and rotating machinery*, Multibody dynamics in Sweden, November 11.-12. 1999, Skaene.
- [5] Schüller, G.I., Pradlwarter, H.J., Pellissetti, M.F., *Reliability of spacecraft structures*, HPC Seminar WS 2005, December 15, 2005
- [6] Hostert, C., Maas, S., Zürbes, A., Nordmann, R., *Dynamic simulation of an injection molding machine*, Université de Luxembourg, TU Darmstadt,
- [7] Píštěk, V., Novotný, P., *Powetrain dynamics analyse by virtual engine*, TU Brno, MECCA 3/2003.
- [8] Skácel, J., Kuchař, P., Hlaváček, P., *Analýzy klikových hřídelí*, ANSYS users' meeting, 2004 Hrubá Skála.
- [9] Duvernier, M., Fraysse, P., Bomblain, V., Dormegnie, E., *Tyre modelling for NVH engineering in ADAMS*, Michelin Tyre Company, France 2002.
- [10] Slavík, J., Stejskal, V., Zeman, V., *Základy dynamiky strojů*, Vydavatelství ČVUT, 1997, ISBN 80-01-01622-6
- [11] Miláček, S., *Modální analýza mechanických kmitů*, Ediční středisko ČVUT, 1992,
- [12] Engelberth, E., *Analýza příčin nežádoucího dynamického chování hydrodynamických budičích válců při buzení harmonickým signálem*, diplomová práce TUL, Fakulta strojní 2002.
- [13] Loudová, J., Mevald, J., *Výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů konstrukčního návrhu vibrační plošiny s šesti stupni volnosti*, zpráva grantového projektu GAČR č. 101/02/0175, KMP TUL, 2001.
- [14] Tůma, J., *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*, Sdělovací technika, Praha 1997.
- [15] Richardson, M., H., *Is it a mode shape, or an operating deflection shape?*, Sound & Vibration Magazine 30th Anniversary issue, March 1997.
- [16] Kanócz, A., Španiel, M., *Metoda konečných prvků v mechanice poddajných těles*, Vydavatelství ČVUT, 1998, ISBN 80-01-01183-2.
- [17] *ADAMS user's manual - Appendix D theoretical background*, Mechanical Dynamics, 2003.
- [18] Tuhovčák, O., *Řešení dynamiky mechanických soustav redukcí matematického modelu*, VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2005, ISBN 80-248-0926-5.



9.1 Seznam vlastních publikací

- [19] Dvořák, B., *Dynamical analysis of testing board with six degree of freedom*, Sborník konference - National colloquium with international participation, 2007, Praha, s. 43-50, ISBN - 978-80-87012-03-01.
- [20] Dvořák, B., Mevald, J., *Model vibrační plošiny vhodný pro simulaci dynamických vlastností tohoto zařízení*, Sborník konference - 9th International scientific conference applied mechanic 2007, Malenovice., s.59 - 60, ISBN 978-80-248-1389-9.
- [21] Dvořák, B., *Dynamická analýza vibrační plošiny se šesti stupni volnosti* - Doplnková zpráva o tvorbě mechanického modelu vibrační plošiny se šesti stupni volnosti, KMP TUL, 2003.

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta strojní



**Dynamická analýza vibrační plošiny se šesti stupni
volnosti**

Příloha disertační práce

Liberec 2007

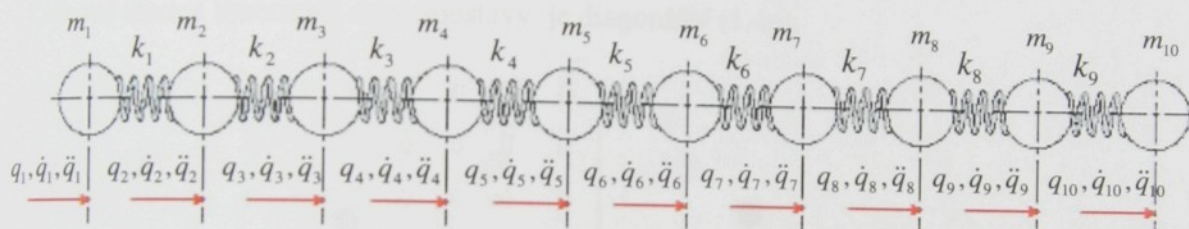
Bořek Dvořák

Obsah přílohy

P1	TESTOVACÍ ÚLOHA PRO POUŽITÍ METODY CB.....	2
P2	VYBRANÁ VÝKRESOVÁ DOKUMENTACE ZAŘÍZENÍ	8
P2.1	VÝPOČET POČTU STUPŇŮ VOLNOSTI MECHANISMU ZAŘÍZENÍ	12
P3	VÝBĚR NĚKTERÝCH VIZUALIZACÍ VLASTNÍCH TVARŮ KMITŮ	13
P3.1	VLASTNÍ FREKVENCE KMITŮ HORNÍHO PŘÍČNÍKU KONSTRUKCE	25
P4	VÝPOČTY ODEZVY ZÁTĚŽE NA KINEMATICKÉ BUZENÍ - VYBRANÉ VIZUALIZACE	27
P4.1	BUZENÍ SIGNÁLY SE TŘETÍ HARMONICKOU SLOŽKOU	27
P4.2	KOMBINACE BUDÍCÍCH ÚČINKŮ, NEHARMONICKÉ BUDÍCÍ FUNKCE - VYBRANÉ VIZUALIZACE	30
P4.2.1	Buzení podle přepisu (6.10)	30
P4.2.2	Buzení podle přepisu (6.11)	32
P4.2.3	Buzení podle přepisu (6.12)	34
P4.2.4	Buzení podle přepisu (6.13)	36
P4.2.5	Buzení podle přepisu (6.14)	38
P4.3	DALŠÍ ŘEŠENÉ ÚLOHY	40
P4.3.1	Buzení zátěže harmonickým signálem s amplitudou 100mm	41
P4.3.2	Buzení zátěže pomocí hydraulického válce Z1 - rotace	42
P4.3.3	Buzení zátěže pomocí signálů definovaných funkcí INVPSD - vybrané vizualizace	44

P1 Testovací úloha pro použití metody CB

V následující kapitole bude představena jednoduchá testovací úloha pro ukázkou funkce metody Craig-Bampton. Testovací dynamickou soustavu tvoří jednoduchý konzervativní systém (obr.1.1p) o deseti stupních volnosti. Testovací úloha ilustruje ukázkou věrnosti modálních vlastností kondenzovaných modelů při různém stupni kondenzace, tedy počtu použitých „normálních“ módů (dle kap.3.2.3). Matice hmotnosti a tuhosti modelu byly sestaveny pomocí metodiky MKP a matematické pozadí úlohy bylo řešeno s využitím softwaru MATHCAD. Z důvodu využití tohoto softwaru byl zvolen počet stupňů volnosti 10. Rozměr úlohy pak odpovídá maticím 10x10, což je maximum pro standardní maticové operace v tomto programu. Soustava podle obrázku 1.1p, je uvažována volná, připojovací uzly pro definici okrajových podmínek či působení budících účinků nesou označení 1 a 10.



Obr. 1.1p: Model testovací úlohy

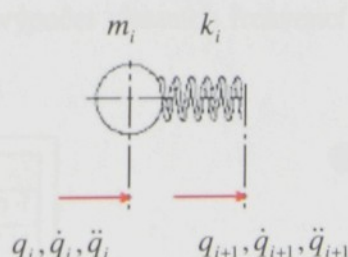
Takto zvolené úloze odpovídají vektory posuvů $\mathbf{q}_e$ a $\mathbf{q}_i$ (viz. kapitola 3.2.3) ve tvaru (1.1p):

$$\mathbf{q}_e = [q_1, q_{10}]^T, \mathbf{q}_i = [q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}]^T. \quad (1.1p)$$

Parametry modelu pro numerický výpočet byly zvoleny naprosto náhodným způsobem následovně (tabulka.1.1p).

Tabulka 1.1p: Parametry modelu

tuhost	[N/m]	hmotnost	[kg]
k_1	120	m_1	0.25
k_2	85	m_2	0.325
k_3	320	m_3	0.675
k_4	159	m_4	1.00
k_5	320	m_5	0.46
k_6	230	m_6	1.06
k_7	530	m_7	1.325
k_8	236	m_8	0.39
k_9	490	m_9	0.295
k_{10}	-	m_{10}	0.23



Obr. 1.2p: Prvek modelu testovací úlohy

Matice tuhosti $\mathbf{K}$ a hmotnosti $\mathbf{M}$ pro prvek dle obr. 1.2p jsou definovány následovně,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_i & -k_i \\ -k_i & k_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.2p)$$

Soustavě podle obr.1.1p odpovídá třídiagonální celková matice tuhosti (1.3p),

$$K := \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & k_7 + k_8 & -k_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_8 & k_8 + k_9 & -k_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_9 & k_9 \end{pmatrix} \quad (1.3p)$$

Celková matice hmotnosti dané soustavy je diagonální (1.4p),

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{10} \end{pmatrix} \quad (1.4p)$$

Matice podle (1.3p a 1.4p) lze již přímo použít pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů soustavy viz. obrázky (1.3p, 1.4p).

$\Lambda := M^{-1} \cdot K$ $\lambda := \text{sort}(\text{eigenvals}(\Lambda))$ $\Omega := \sqrt{\lambda}$	$\lambda =$		1		1
		1	5.989·10 ⁻¹⁴	1	2.447·10 ⁻⁷
		2	50.552	2	7.11
		3	164.682	3	12.833
		4	290.367	4	17.04
		5	515.196	5	22.698
		6	842.858	6	29.032
		7	1.064·10 ³	7	32.616
		8	1.374·10 ³	8	37.073
		9	2.27·10 ³	9	47.646
		10	4.307·10 ³	10	65.629

Obr.1.3p: Procedura výpočtu hodnot vlastních frekvencí v prostředí MATHCAD

$j := 1..10$

$v_j := \text{eigenvec}(\Lambda, \lambda_j)$

$v_1 =$	<table><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0.316</td></tr><tr><td>2</td><td>0.316</td></tr><tr><td>3</td><td>0.316</td></tr><tr><td>4</td><td>0.316</td></tr><tr><td>5</td><td>0.316</td></tr><tr><td>6</td><td>0.316</td></tr><tr><td>7</td><td>0.316</td></tr><tr><td>8</td><td>0.316</td></tr><tr><td>9</td><td>0.316</td></tr><tr><td>10</td><td>0.316</td></tr></table>		1	1	0.316	2	0.316	3	0.316	4	0.316	5	0.316	6	0.316	7	0.316	8	0.316	9	0.316	10	0.316	$v_2 =$	<table><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-0.533</td></tr><tr><td>2</td><td>-0.477</td></tr><tr><td>3</td><td>-0.305</td></tr><tr><td>4</td><td>-0.227</td></tr><tr><td>5</td><td>$2.127 \cdot 10^{-3}$</td></tr><tr><td>6</td><td>0.116</td></tr><tr><td>7</td><td>0.247</td></tr><tr><td>8</td><td>0.273</td></tr><tr><td>9</td><td>0.308</td></tr><tr><td>10</td><td>0.316</td></tr></table>		1	1	-0.533	2	-0.477	3	-0.305	4	-0.227	5	$2.127 \cdot 10^{-3}$	6	0.116	7	0.247	8	0.273	9	0.308	10	0.316	$v_3 =$	<table><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-0.697</td></tr><tr><td>2</td><td>-0.458</td></tr><tr><td>3</td><td>0.168</td></tr><tr><td>4</td><td>0.276</td></tr><tr><td>5</td><td>0.207</td></tr><tr><td>6</td><td>0.124</td></tr><tr><td>7</td><td>-0.086</td></tr><tr><td>8</td><td>-0.142</td></tr><tr><td>9</td><td>-0.228</td></tr><tr><td>10</td><td>-0.248</td></tr></table>		1	1	-0.697	2	-0.458	3	0.168	4	0.276	5	0.207	6	0.124	7	-0.086	8	-0.142	9	-0.228	10	-0.248	$v_4 =$	<table><tr><td></td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-0.281</td></tr><tr><td>2</td><td>-0.111</td></tr><tr><td>3</td><td>0.253</td></tr><tr><td>4</td><td>0.194</td></tr><tr><td>5</td><td>-0.278</td></tr><tr><td>6</td><td>-0.396</td></tr><tr><td>7</td><td>-0.031</td></tr><tr><td>8</td><td>0.15</td></tr><tr><td>9</td><td>0.485</td></tr><tr><td>10</td><td>0.561</td></tr></table>		1	1	-0.281	2	-0.111	3	0.253	4	0.194	5	-0.278	6	-0.396	7	-0.031	8	0.15	9	0.485	10	0.561
	1																																																																																														
1	0.316																																																																																														
2	0.316																																																																																														
3	0.316																																																																																														
4	0.316																																																																																														
5	0.316																																																																																														
6	0.316																																																																																														
7	0.316																																																																																														
8	0.316																																																																																														
9	0.316																																																																																														
10	0.316																																																																																														
	1																																																																																														
1	-0.533																																																																																														
2	-0.477																																																																																														
3	-0.305																																																																																														
4	-0.227																																																																																														
5	$2.127 \cdot 10^{-3}$																																																																																														
6	0.116																																																																																														
7	0.247																																																																																														
8	0.273																																																																																														
9	0.308																																																																																														
10	0.316																																																																																														
	1																																																																																														
1	-0.697																																																																																														
2	-0.458																																																																																														
3	0.168																																																																																														
4	0.276																																																																																														
5	0.207																																																																																														
6	0.124																																																																																														
7	-0.086																																																																																														
8	-0.142																																																																																														
9	-0.228																																																																																														
10	-0.248																																																																																														
	1																																																																																														
1	-0.281																																																																																														
2	-0.111																																																																																														
3	0.253																																																																																														
4	0.194																																																																																														
5	-0.278																																																																																														
6	-0.396																																																																																														
7	-0.031																																																																																														
8	0.15																																																																																														
9	0.485																																																																																														
10	0.561																																																																																														

Obr.1.4p: Procedura výpočtu vlastních tvaru kmitů v prostředí MATHCAD

Takto vypočtené vlastní tvary kmitů nelze použít pro kondenzaci soustavy protože odpovídají volné soustavě bez vazeb. Pro kondenzaci metodou CB je třeba vypočítat vlastní vektory soustavy, kterým jsou odebrány všechny stupně volnosti v připojovacích uzlech 1 a 10. To znamená v maticích M a K soustavy eliminovat sloupce a řádky číslo 1 a 10. Z celkové matice tuhosti je také nutné vypočítat tzv. „statické tvary“ soustavy podle rovnice (1.5p),

$$[K][u] = [0]. \quad (1.5p)$$

Statické tvary je nutné získat pro dvě varianty okrajových podmínek úlohy:

- $u_1 = 1, u_{10} = 0,$
- $u_1 = 0, u_{10} = 1.$

Z takto získaných dat lze již přímo vytvořit transformační matici kondenzační metody Craig-Bampton ve tvaru (1.6p),

$$T_{10} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} & V_{1,1} & V_{1,2} & V_{1,3} & V_{1,4} & V_{1,5} & V_{1,6} & V_{1,7} & V_{1,8} \\ \Phi_{2,1} & \Phi_{2,2} & V_{2,1} & V_{2,2} & V_{2,3} & V_{2,4} & V_{2,5} & V_{2,6} & V_{2,7} & V_{2,8} \\ \Phi_{3,1} & \Phi_{3,2} & V_{3,1} & V_{3,2} & V_{3,3} & V_{3,4} & V_{3,5} & V_{3,6} & V_{3,7} & V_{3,8} \\ \Phi_{4,1} & \Phi_{4,2} & V_{4,1} & V_{4,2} & V_{4,3} & V_{4,4} & V_{4,5} & V_{4,6} & V_{4,7} & V_{4,8} \\ \Phi_{5,1} & \Phi_{5,2} & V_{5,1} & V_{5,2} & V_{5,3} & V_{5,4} & V_{5,5} & V_{5,6} & V_{5,7} & V_{5,8} \\ \Phi_{6,1} & \Phi_{6,2} & V_{6,1} & V_{6,2} & V_{6,3} & V_{6,4} & V_{6,5} & V_{6,6} & V_{6,7} & V_{6,8} \\ \Phi_{7,1} & \Phi_{7,2} & V_{7,1} & V_{7,2} & V_{7,3} & V_{7,4} & V_{7,5} & V_{7,6} & V_{7,7} & V_{7,8} \\ \Phi_{8,1} & \Phi_{8,2} & V_{8,1} & V_{8,2} & V_{8,3} & V_{8,4} & V_{8,5} & V_{8,6} & V_{8,7} & V_{8,8} \end{pmatrix}. \quad (1.6p)$$

Přechodem od čtvercové matice k obdélníkové, tedy vypouštěním sloupců 10 až 3 matice (1.6p) klesá rozměr úlohy a dochází ke zvýšení stupně kondenzace modelu. S rostoucím stupněm kondenzace souvisí zhoršování shody přesnosti modálních vlastností kondenzovaného modelu vůči modelu původnímu, viz tabulka 1.2p. Při praktické realizaci výpočtu je nutné přeskupit matice hmotnosti a tuhosti podle selekce uzlů soustavy na vnitřní a připojovací (více viz kapitola 3.2.3). Ze zápisu (1.7p) a (1.8p) je možné sledovat přeskupení původní celkové matice tuhosti (1.3p) a celkové matice hmotnosti původně podle (1.4p),

$$K_{aa} := \begin{pmatrix} K_{1,1} & K_{1,10} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} & K_{1,5} & K_{1,6} & K_{1,7} & K_{1,8} & K_{1,9} \\ K_{2,1} & K_{2,10} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} & K_{2,6} & K_{2,7} & K_{2,8} & K_{2,9} \\ K_{3,1} & K_{3,10} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} & K_{3,5} & K_{3,6} & K_{3,7} & K_{3,8} & K_{3,9} \\ K_{4,1} & K_{4,10} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} & K_{4,5} & K_{4,6} & K_{4,7} & K_{4,8} & K_{4,9} \\ K_{5,1} & K_{5,10} & K_{5,2} & K_{5,3} & K_{5,4} & K_{5,5} & K_{5,6} & K_{5,7} & K_{5,8} & K_{5,9} \\ K_{6,1} & K_{6,10} & K_{6,2} & K_{6,3} & K_{6,4} & K_{6,5} & K_{6,6} & K_{6,7} & K_{6,8} & K_{6,9} \\ K_{7,1} & K_{7,10} & K_{7,2} & K_{7,3} & K_{7,4} & K_{7,5} & K_{7,6} & K_{7,7} & K_{7,8} & K_{7,9} \\ K_{8,1} & K_{8,10} & K_{8,2} & K_{8,3} & K_{8,4} & K_{8,5} & K_{8,6} & K_{8,7} & K_{8,8} & K_{8,9} \\ K_{9,1} & K_{9,10} & K_{9,2} & K_{9,3} & K_{9,4} & K_{9,5} & K_{9,6} & K_{9,7} & K_{9,8} & K_{9,9} \\ K_{10,1} & K_{10,10} & K_{10,2} & K_{10,3} & K_{10,4} & K_{10,5} & K_{10,6} & K_{10,7} & K_{10,8} & K_{10,9} \end{pmatrix}, \quad (1.7p)$$

$$M_{aa} := \begin{pmatrix} M_{1,1} & M_{1,10} & M_{1,2} & M_{1,3} & M_{1,4} & M_{1,5} & M_{1,6} & M_{1,7} & M_{1,8} & M_{1,9} \\ M_{2,1} & M_{2,10} & M_{2,2} & M_{2,3} & M_{2,4} & M_{2,5} & M_{2,6} & M_{2,7} & M_{2,8} & M_{2,9} \\ M_{3,1} & M_{3,10} & M_{3,2} & M_{3,3} & M_{3,4} & M_{3,5} & M_{3,6} & M_{3,7} & M_{3,8} & M_{3,9} \\ M_{4,1} & M_{4,10} & M_{4,2} & M_{4,3} & M_{4,4} & M_{4,5} & M_{4,6} & M_{4,7} & M_{4,8} & M_{4,9} \\ M_{5,1} & M_{5,10} & M_{5,2} & M_{5,3} & M_{5,4} & M_{5,5} & M_{5,6} & M_{5,7} & M_{5,8} & M_{5,9} \\ M_{6,1} & M_{6,10} & M_{6,2} & M_{6,3} & M_{6,4} & M_{6,5} & M_{6,6} & M_{6,7} & M_{6,8} & M_{6,9} \\ M_{7,1} & M_{7,10} & M_{7,2} & M_{7,3} & M_{7,4} & M_{7,5} & M_{7,6} & M_{7,7} & M_{7,8} & M_{7,9} \\ M_{8,1} & M_{8,10} & M_{8,2} & M_{8,3} & M_{8,4} & M_{8,5} & M_{8,6} & M_{8,7} & M_{8,8} & M_{8,9} \\ M_{9,1} & M_{9,10} & M_{9,2} & M_{9,3} & M_{9,4} & M_{9,5} & M_{9,6} & M_{9,7} & M_{9,8} & M_{9,9} \\ M_{10,1} & M_{10,10} & M_{10,2} & M_{10,3} & M_{10,4} & M_{10,5} & M_{10,6} & M_{10,7} & M_{10,8} & M_{10,9} \end{pmatrix}. \quad (1.8p)$$

S modelem sestaveným dle obr.1.1p byly provedeny numerické experimenty pro různý stupeň kondenzace. Výsledky výpočtu vlastních frekvencí ukazuje tabulka 1.2p.

Tabulka 1.2p: Vypočtené vlastní frekvence při různém stupni kondenzace modelu

Výpočty vlastních frekvencí testovací úlohy v závislosti na stupni kondenzace													
Rozměr úlohy	10		9		8		7		6		5		Nekondenzováno-NM
Odchylka od NM		Δ [%]		Δ [%]		Δ [%]		Δ [%]		Δ [%]		Δ [%]	[-]
Vlastní frekvence	[rad/s]		[rad/s]		[rad/s]		[rad/s]		[rad/s]		[rad/s]		[rad/s]
1.	0.0	0%	0.0	0%	0.0	0%	0.0	0%	0.0	0%	0.0	0%	0.0
2.	7.1	0%	7.0	-2%	7.0	-2%	7.0	-1%	6.9	-3%	8.3	16%	7.1
3.	12.8	0%	12.9	1%	12.9	1%	13.2	3%	13.3	4%	13.4	4%	12.8
4.	17.0	0%	16.7	-2%	16.8	-2%	16.5	-3%	14.9	-13%	17.7	4%	17.0
5.	22.7	0%	22.5	-1%	22.2	-2%	22.2	-2%	21.2	-7%	24.0	6%	22.7
6.	29.0	0%	29.1	0%	29.1	0%	31.6	9%	31.2	8%			29.0
7.	32.6	0%	32.6	0%	32.6	0%	47.3	45%					32.6
8.	37.1	0%	37.1	0%	48.1	30%							37.1
9.	47.6	0%	47.8	0%									47.6
10.	65.6	0%											65.6

Z tabulky 1.2p je patrné, že i při snížení počtu stupňů volnosti o 30% si kondenzovaný model zachovává v rozsahu 0-22.7 rad/s⁻¹ velmi dobrou shodu vlastních frekvencí.

Dalším kritériem je hodnocení shody vlastních vektorů soustavy při různém stupni kondenzace modelu. Vyhodnocení je provedeno s pomocí kritéria modální věrnosti – MAC. Definice kritéria modální věrnosti (1.9p) je následující:

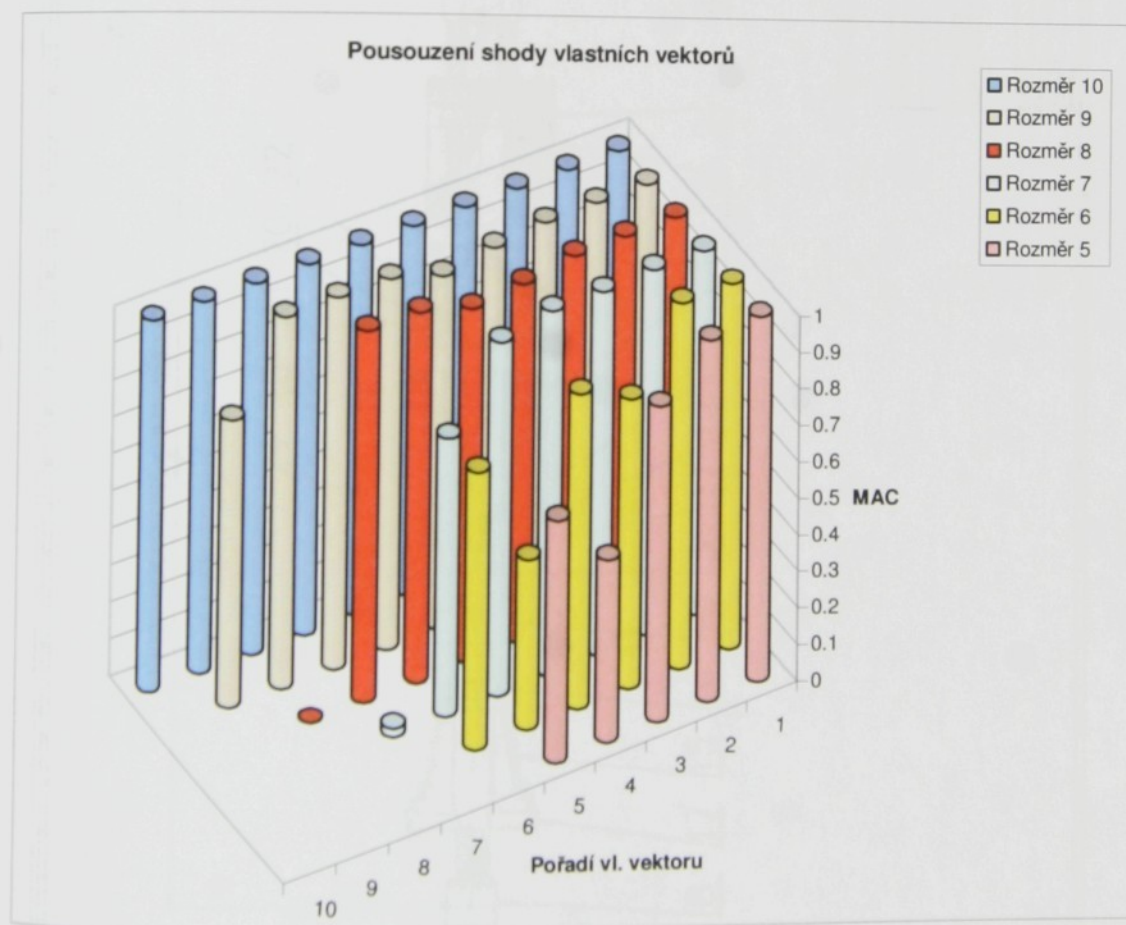
$$MAC(\Phi_1, \Phi_2) = \frac{(\Phi_1^T \cdot \Phi_2)^2}{(\Phi_1^T \cdot \Phi_1)(\Phi_2^T \cdot \Phi_2)} \quad (1.9p)$$

Hodnota MAC může nabývat hodnoty <0,1>, přičemž 0 udává, že mezi dvěma posuzovanými vektory není žádná shoda, naopak 1 udává, že oba porovnávané vektory jsou shodné. Jako vzory jsou použity vlastní vektory nekondenzované soustavy. Výsledek numerického experimentu pak prezentuje tabulka 1.3p a obr. 1.5p.

Rovněž ověření shody vlastních vektorů podle kritéria MAC prokázalo, že i při snížení počtu stupňů volnosti o 30% si kondenzovaný model zachovává velmi dobrou shodu prvních pěti vlastních vektorů.

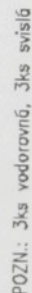
Tabulka 1.3p – Výsledky výpočtu kritéria MAC

MAC - Testovací úloha 10 stupňů volnosti						
Rozměr	10	9	8	7	6	5
Pořadí vlastního tvaru	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	0.999	0.987
3	1	0.998	0.998	0.991	0.787	0.858
4	1	0.981	0.973	0.99	0.854	0.494
5	1	0.956	0.957	0.957	0.458	0.654
6	1	0.999	0.999	0.749	0.748	
7	1	1	1	0.023		
8	1	0.999	0			
9	1	0.771				
10	1					

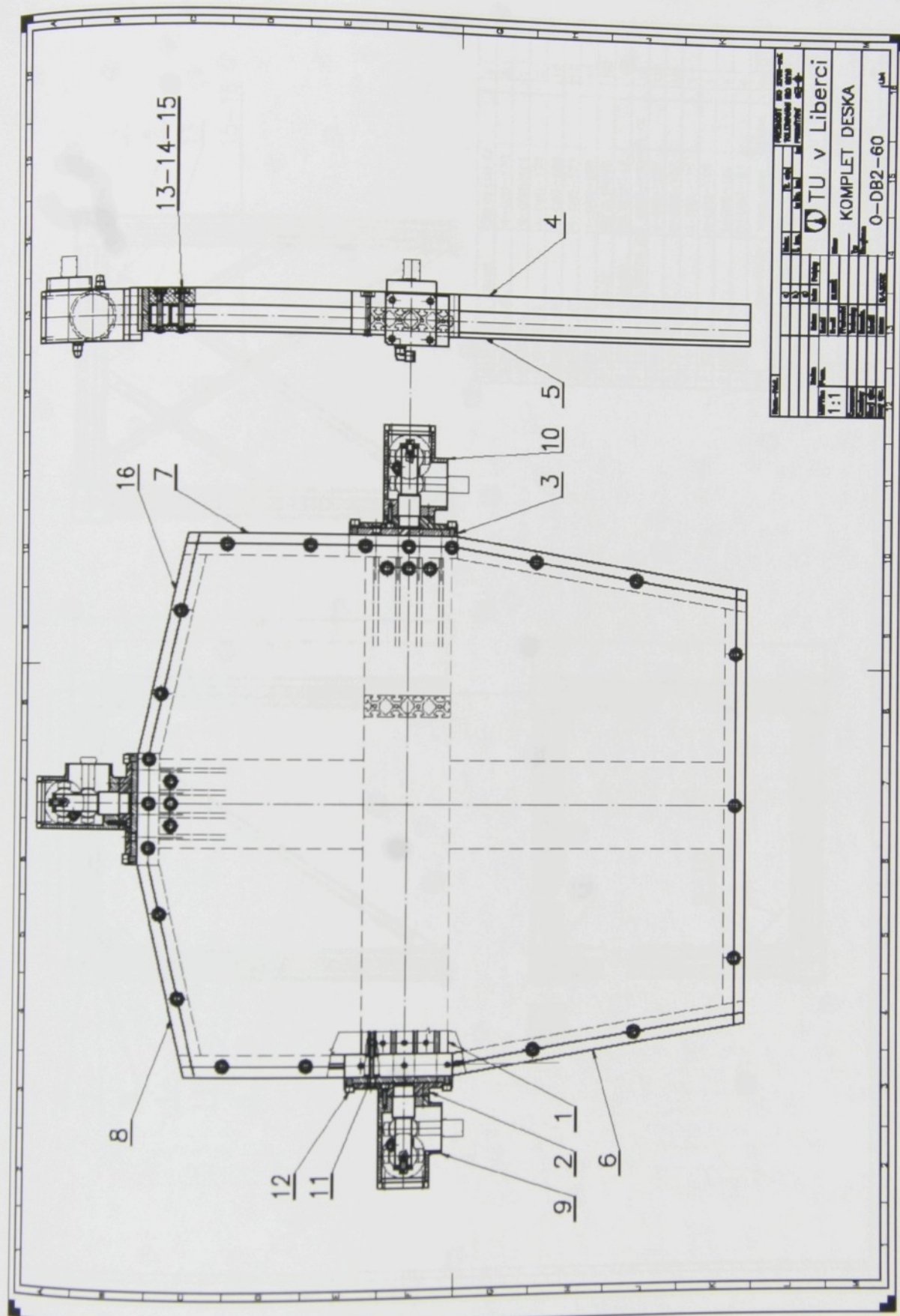


Obr. 1.5p: Výsledky hodnocení shody vlastních vektorů pomocí kritéria MAC

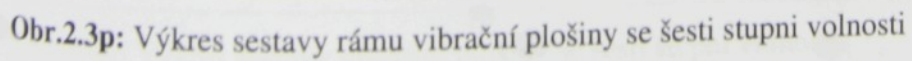
Na následujících stránkách je uveden výběr z výkresové dokumentace zařízení, která posloužila pro tvorbu geometrie virtuálního modelu. Uveden je výkres sestavy celého zařízení, výkres sestavy jedné z ojníc mechanismu, rámu a upínací desky v původním provedení.

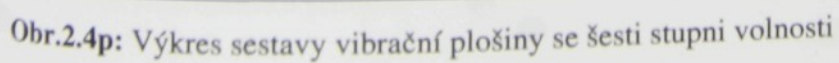


-Příloha, 8 -



Obr.2.2p: Výkres sestavy upínací desky vibrační plošiny v původním provedení





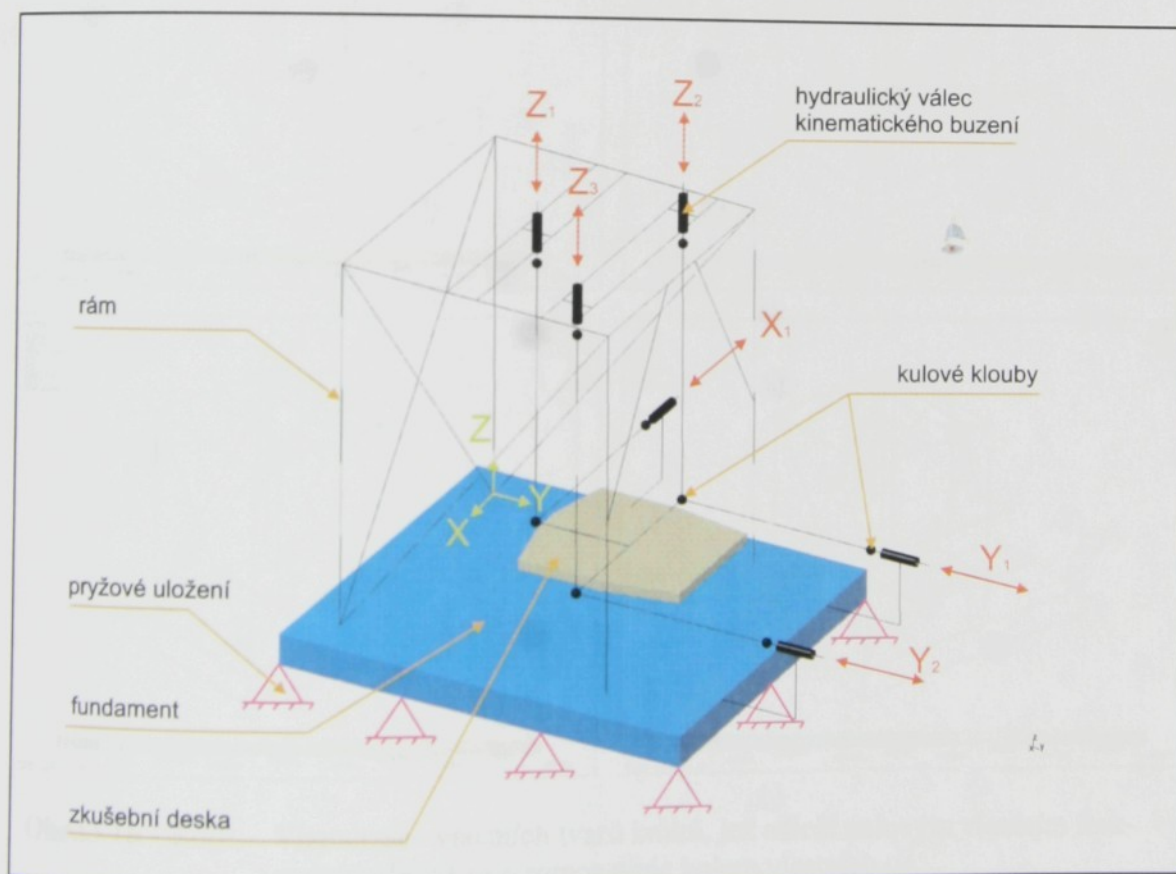
p2.1 Výpočet počtu stupňů volnosti mechanismu zařízení

Grüblerův vztah pro mechanismus vibrační plošiny lze, vzhledem k přítomnosti pouze sférických a posuvných vazeb v konstrukci, psát ve tvaru (2.1p),

$$DOF = 6(n - 1) - 3r - 5p. \quad (2.1p)$$

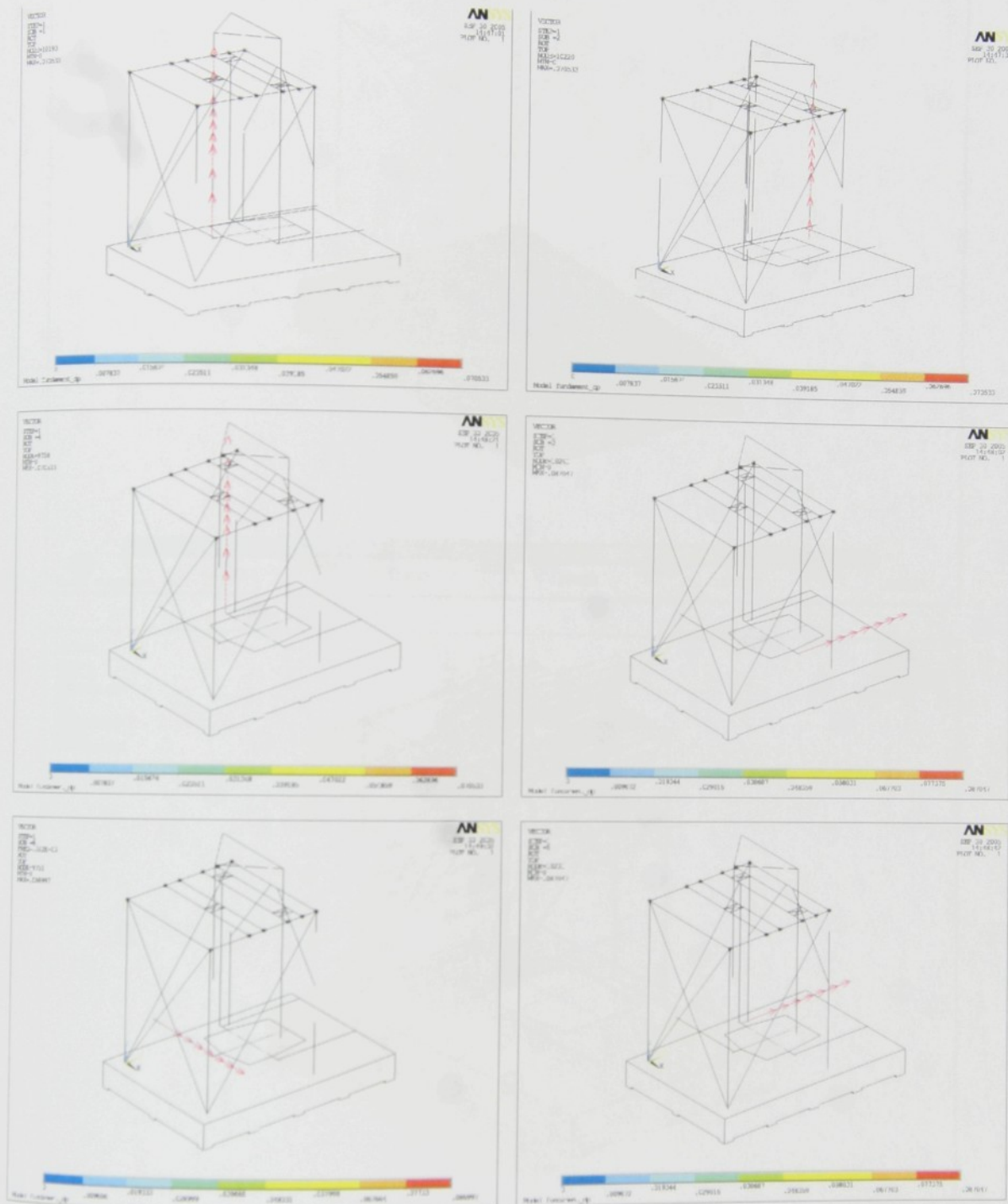
Přičemž celkový počet těles soustavy n včetně rámu je 14. (1x rám, 1x zkušební deska, 6x ojnice mechanismu, 6x pístnice hydraulického válce). Celkový počet sférických vazeb r je 12, počet posuvných vazeb p (pístnice hydraulického válce) je 6.

Dosazením do Grüblerova vztahu (2.1p) získáme pro takto sestavený mechanismus celkový počet stupňů volnosti (DOF) 12, což zdánlivě nekoresponduje s udávanými šesti stupni volnosti mechanismu zařízení. Ve výsledných dvanácti stupních volnosti je totiž obsaženo ještě šest rotací ojníc kolem podélných vlastních os. Na reálném zařízení lze tyto rotace eliminovat vhodným konstrukčním řešením. Po odečtení těchto stupňů volnosti získáme skutečný výsledek s hodnotou $DOF = 6$.

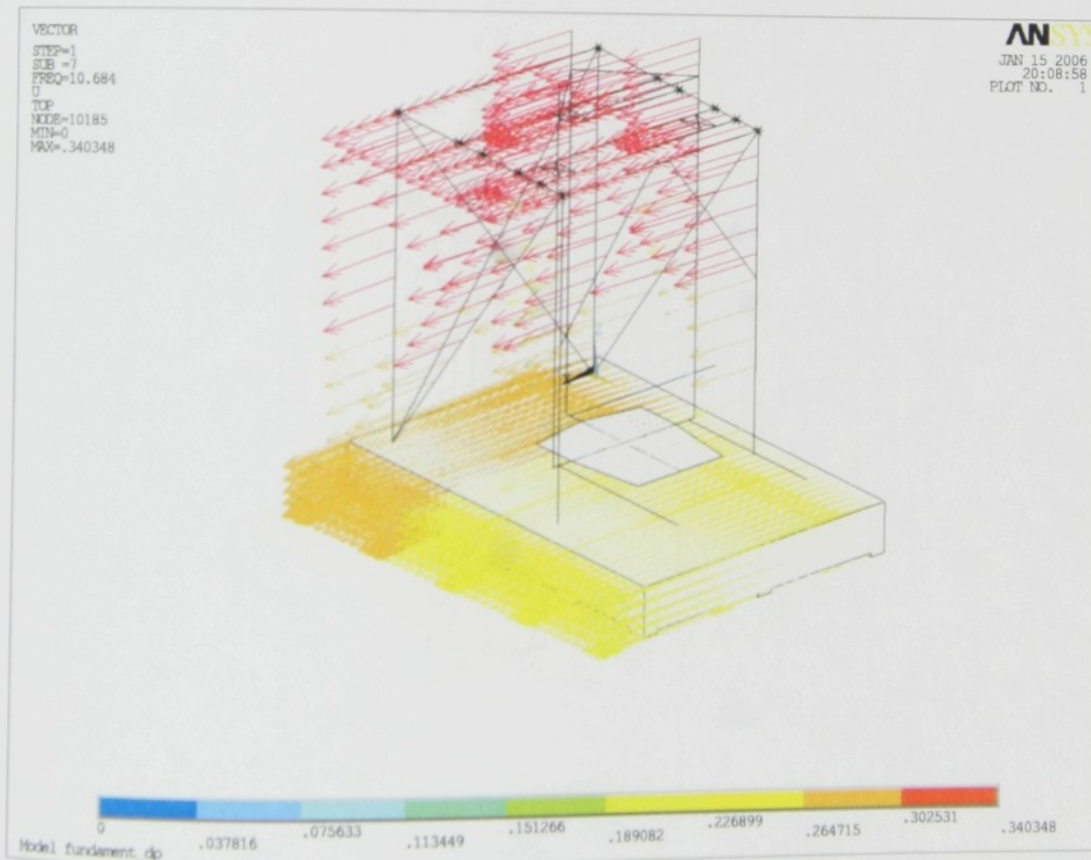
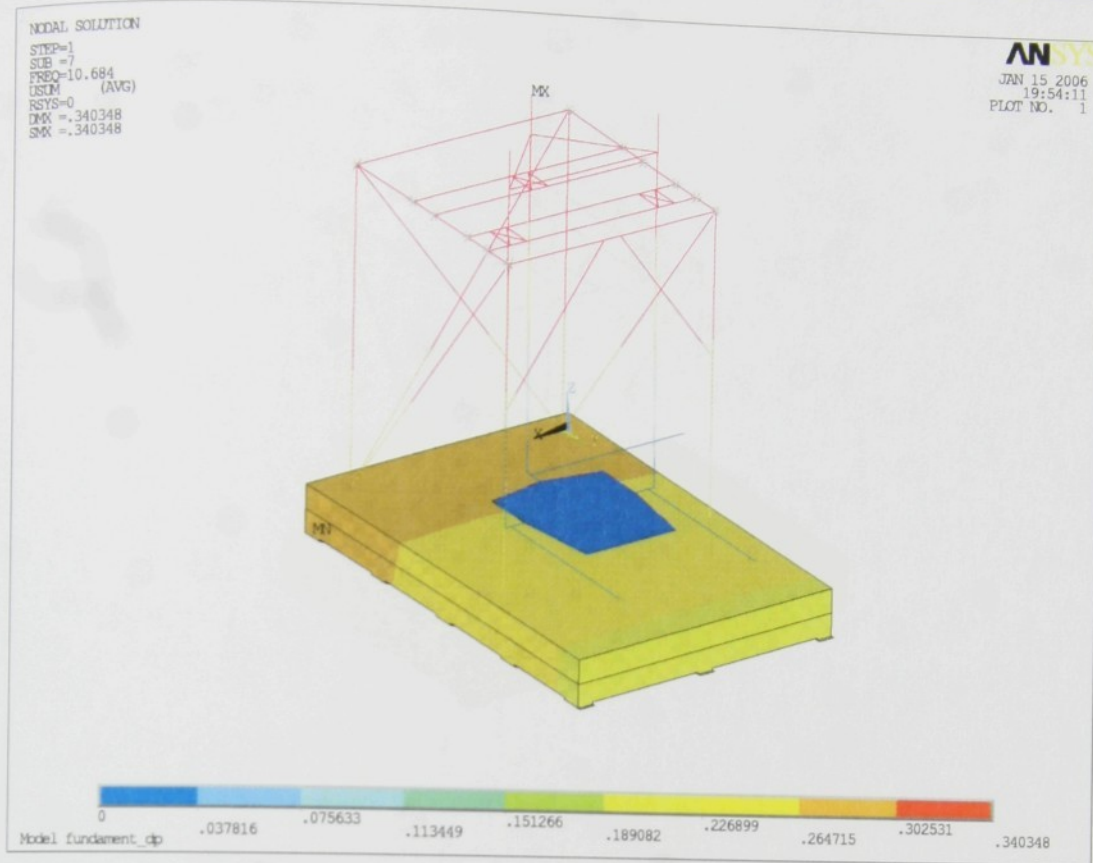


Obr.2.5p: Kinematické schéma

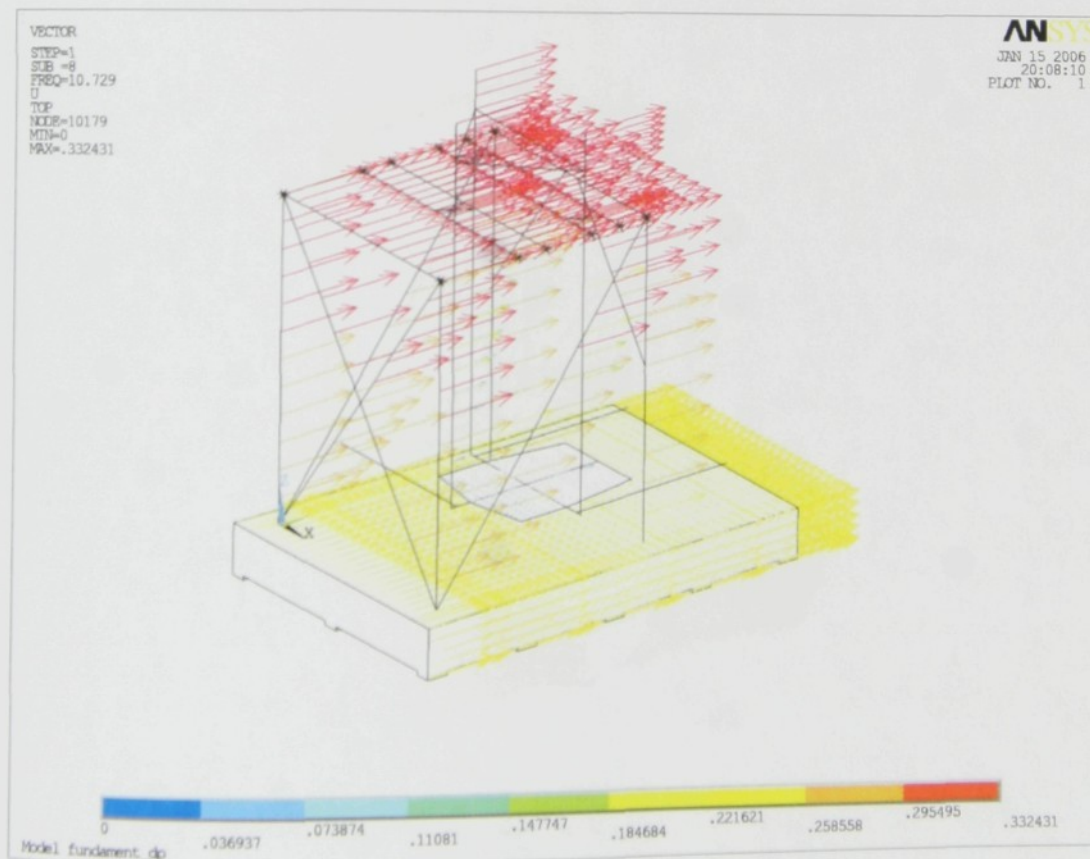
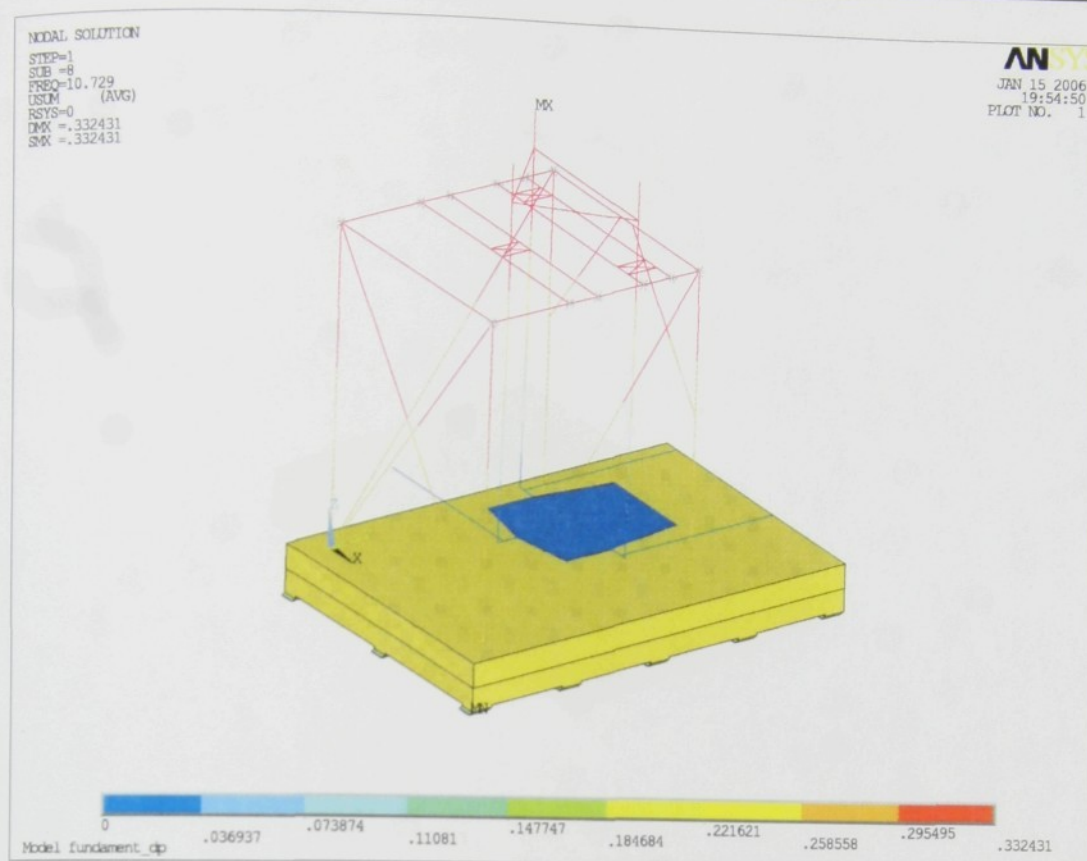
p3 Výběr některých vizualizací vlastních tvarů kmitů



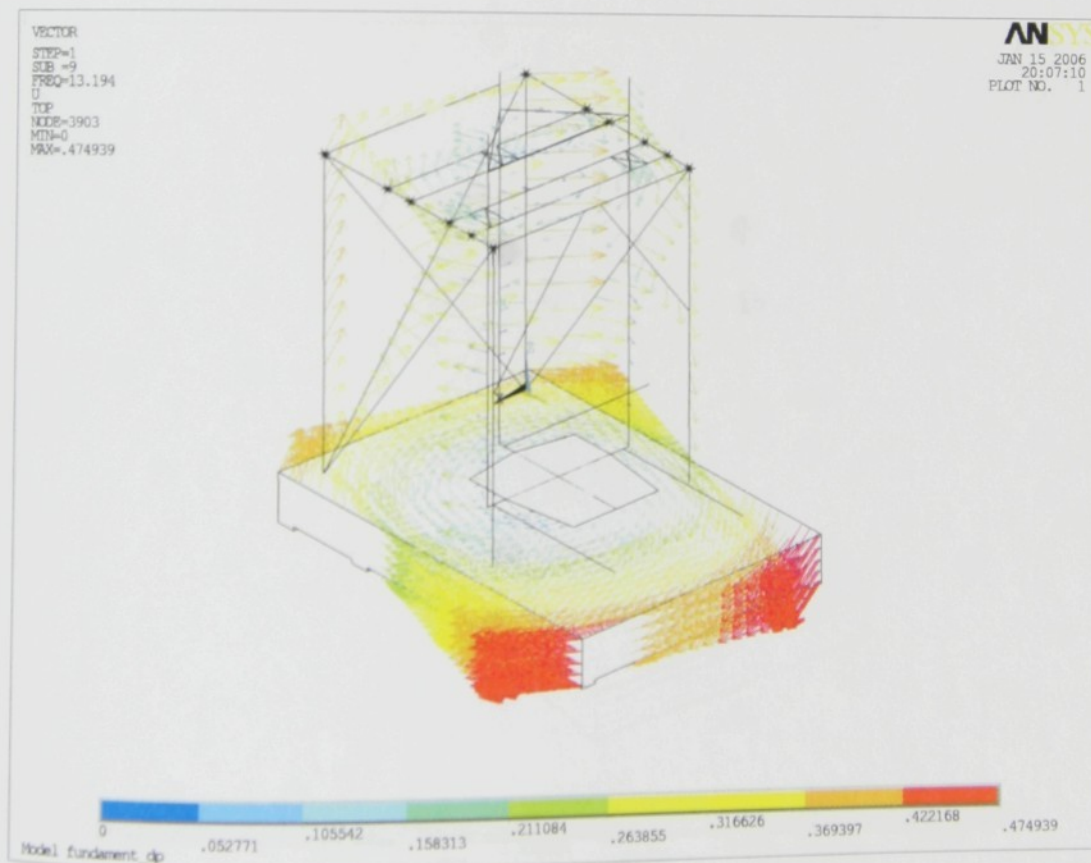
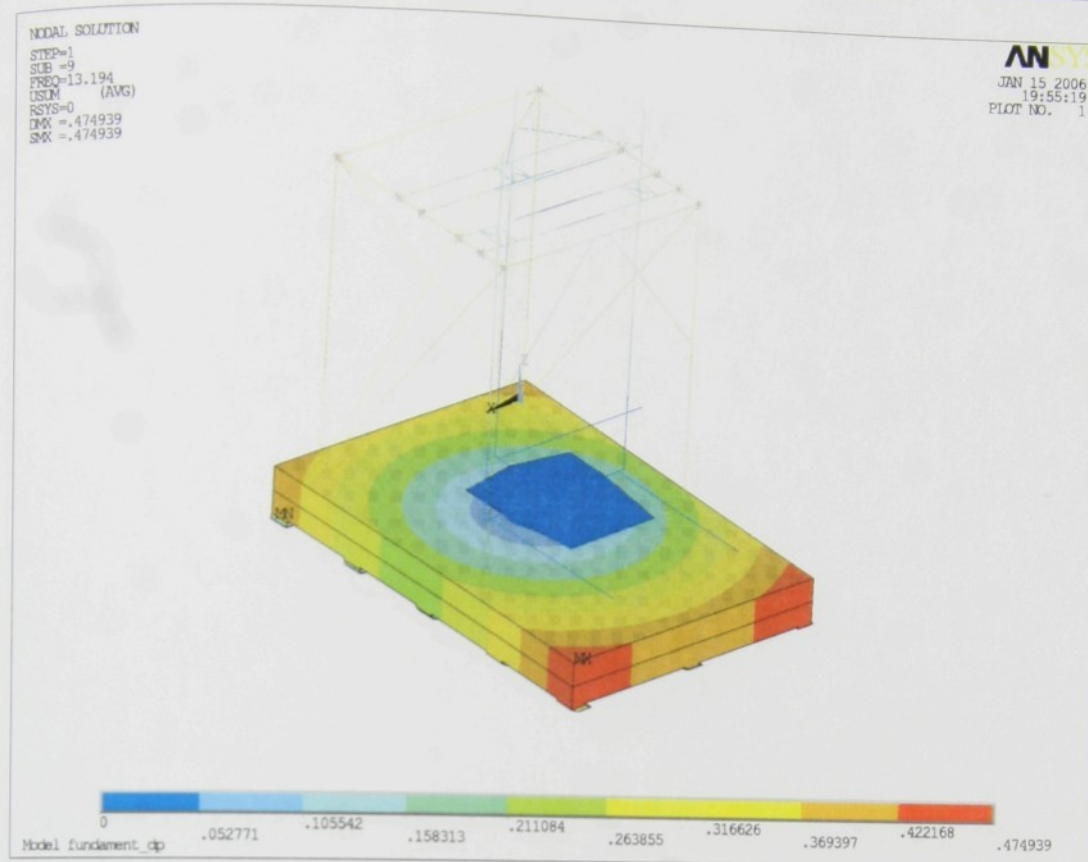
Obr.:3.1p - 3.6p: Vizualizace vlastních tvarů kmitů, jež náležejí nulovým vlastním frekvencím. Jedná se o rotace ojníc kolem vlastních os.



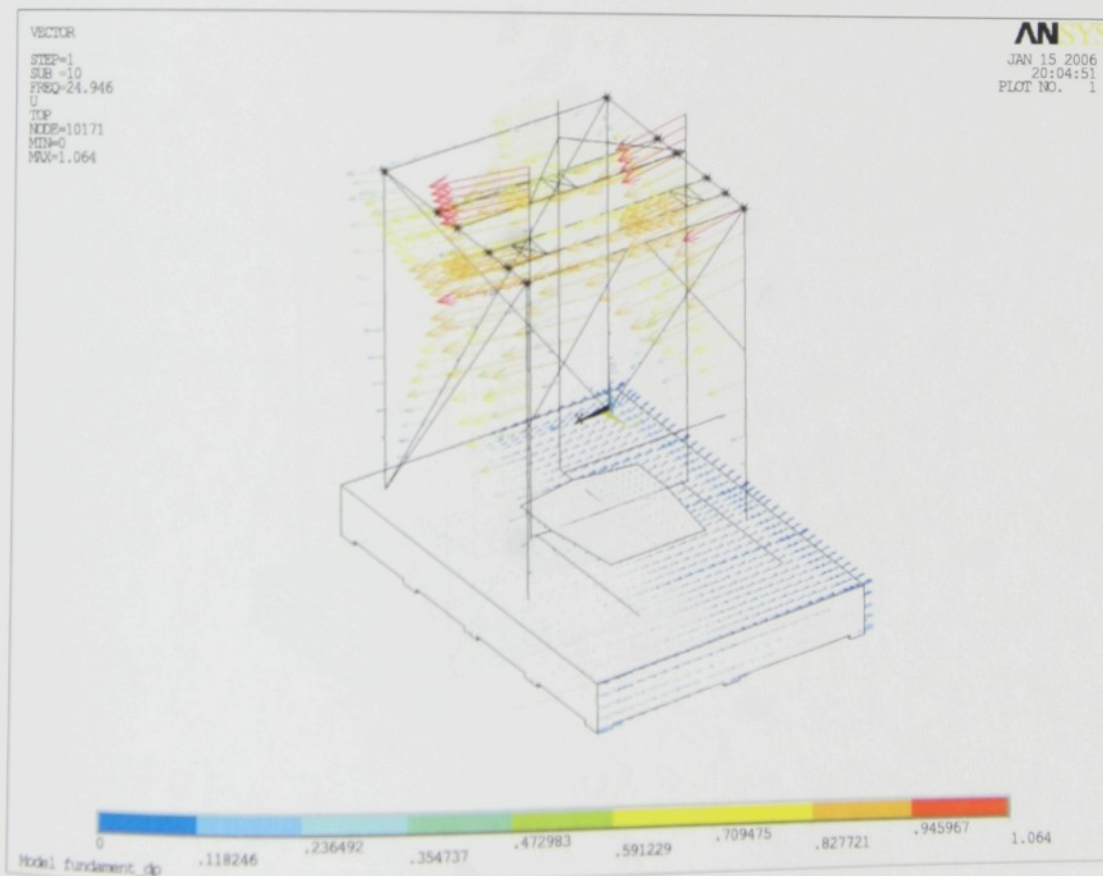
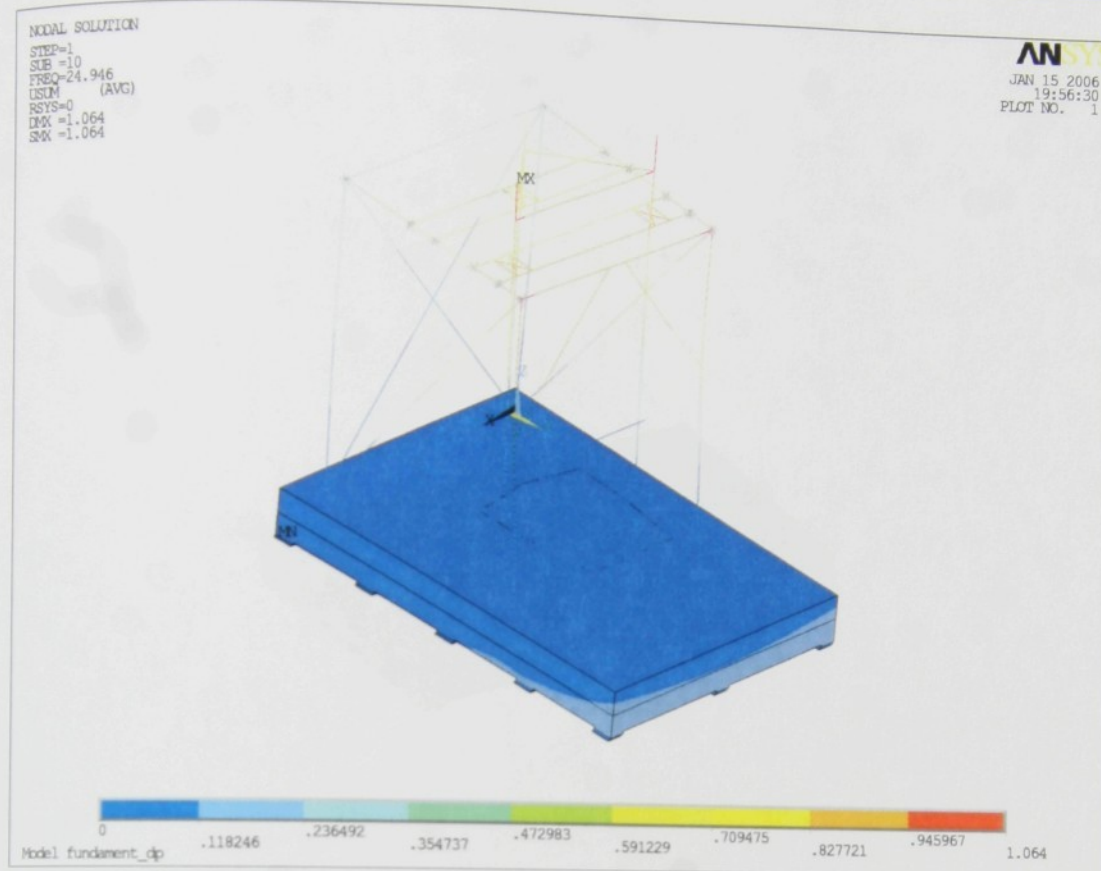
Obr. 3.7p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 10,684 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



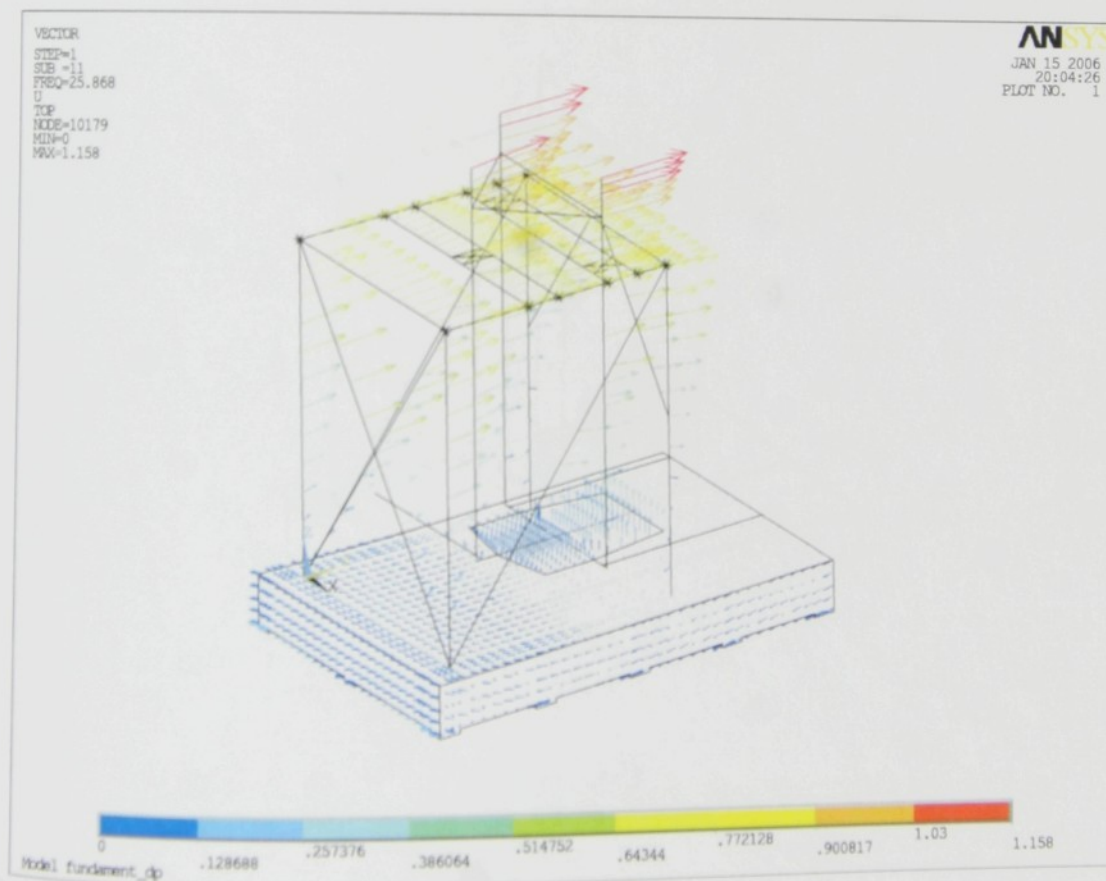
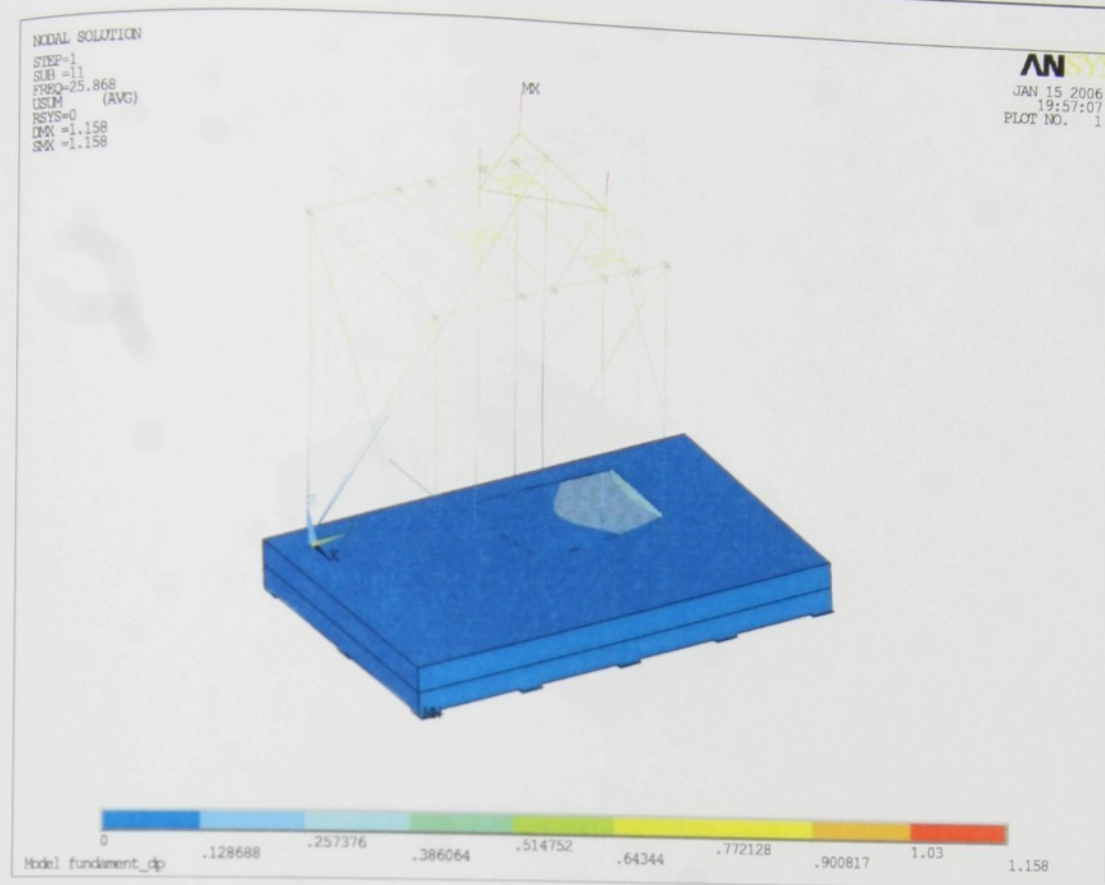
Obr. 3.8p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 10,729 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



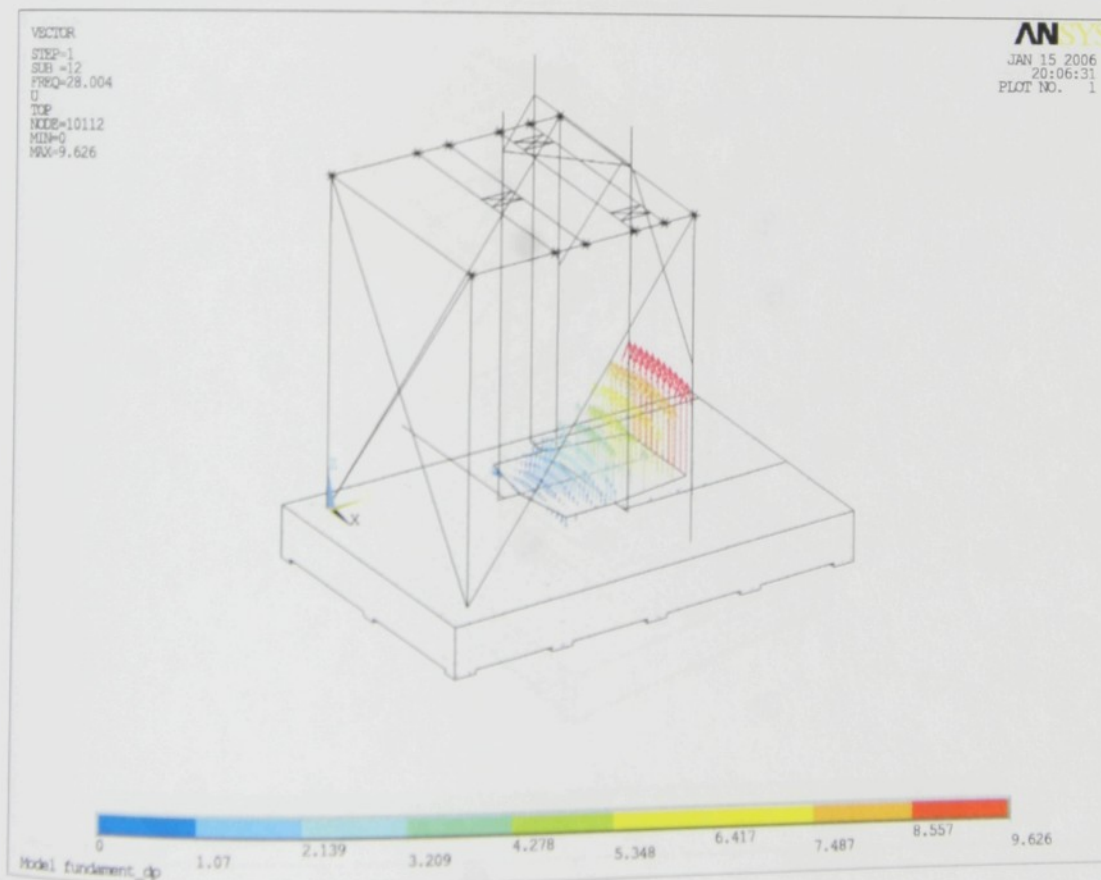
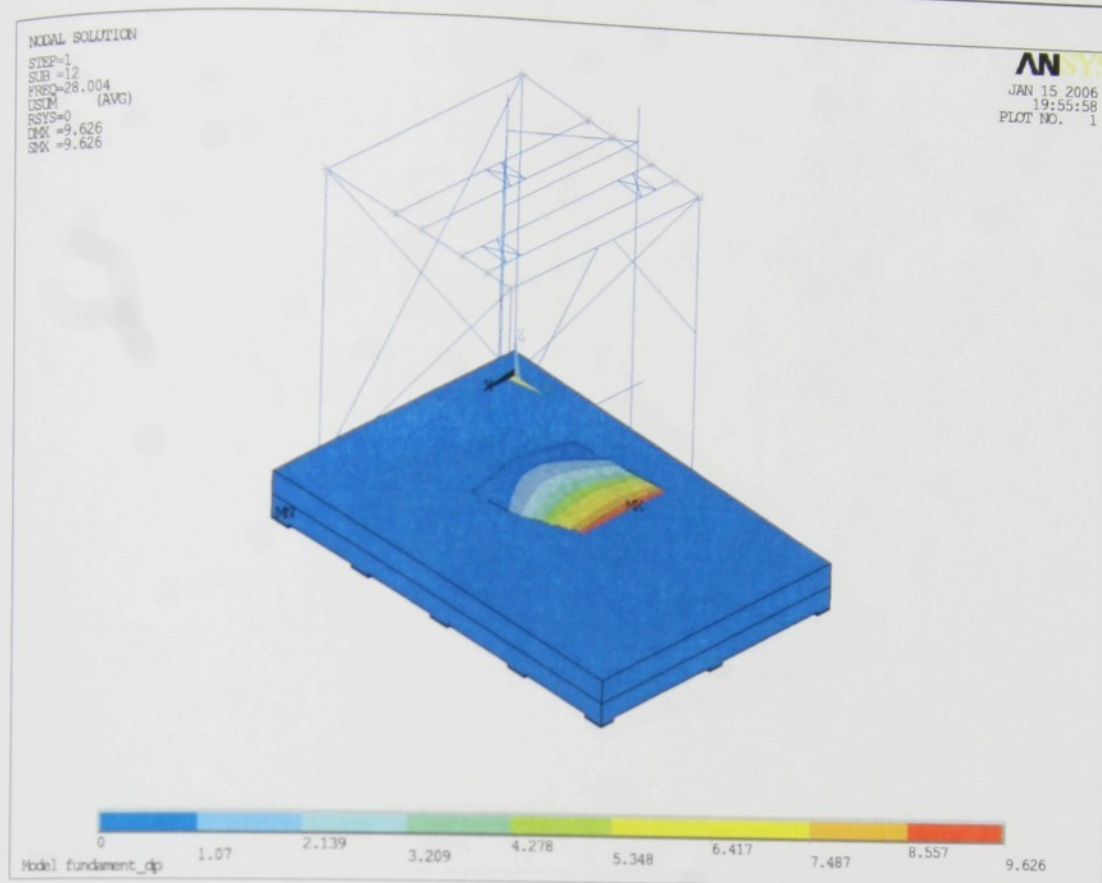
Obr. 3.9p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 13,194 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



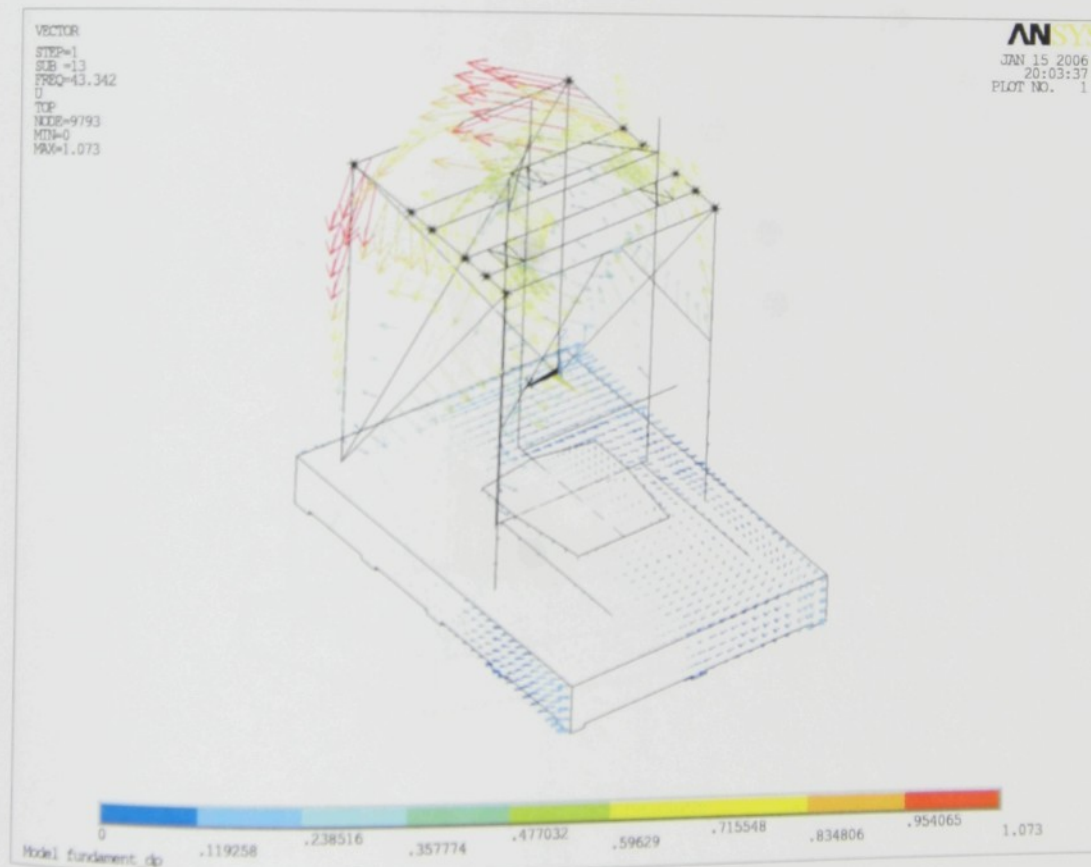
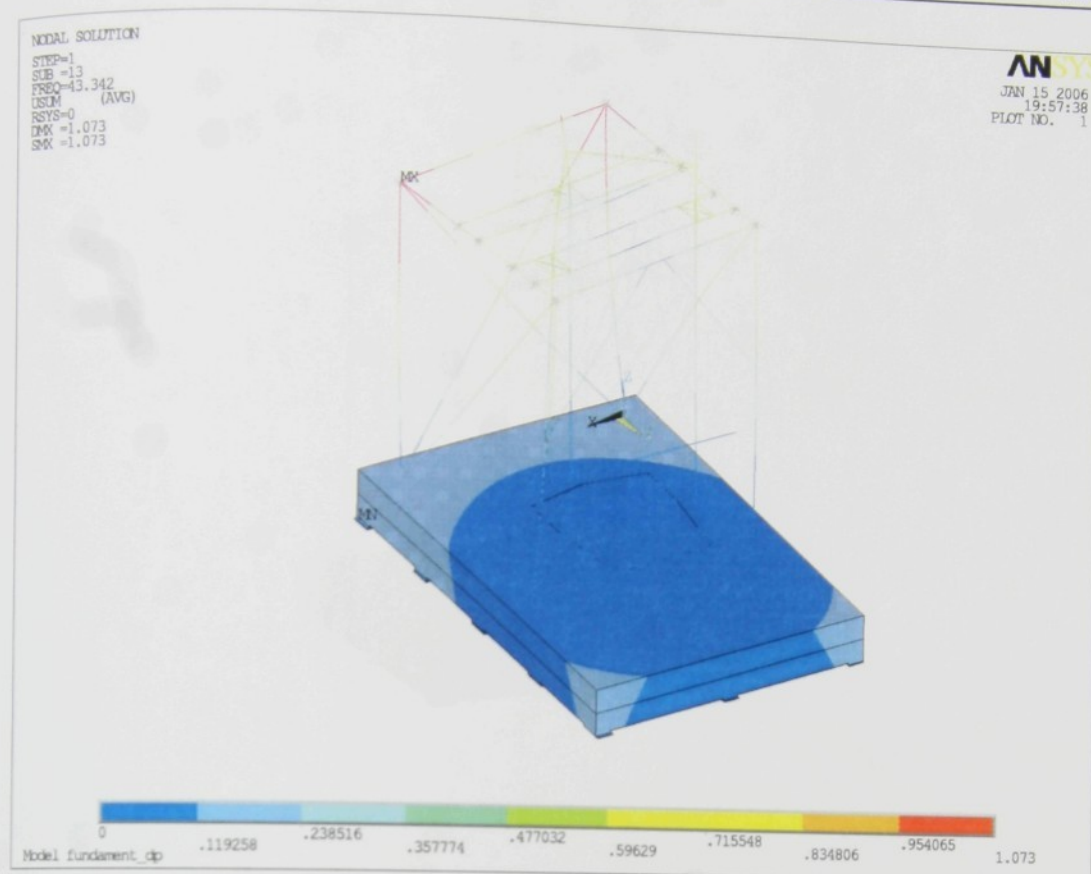
Obr. 3.10p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 24,946 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



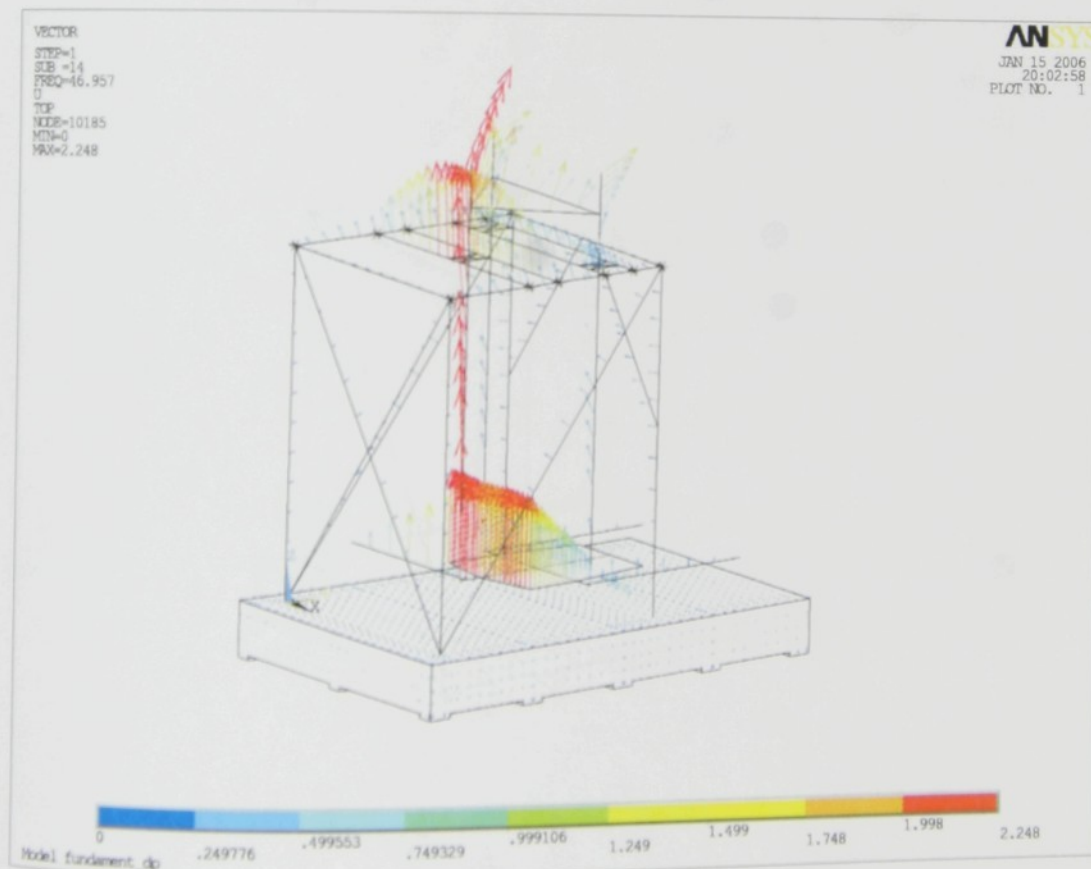
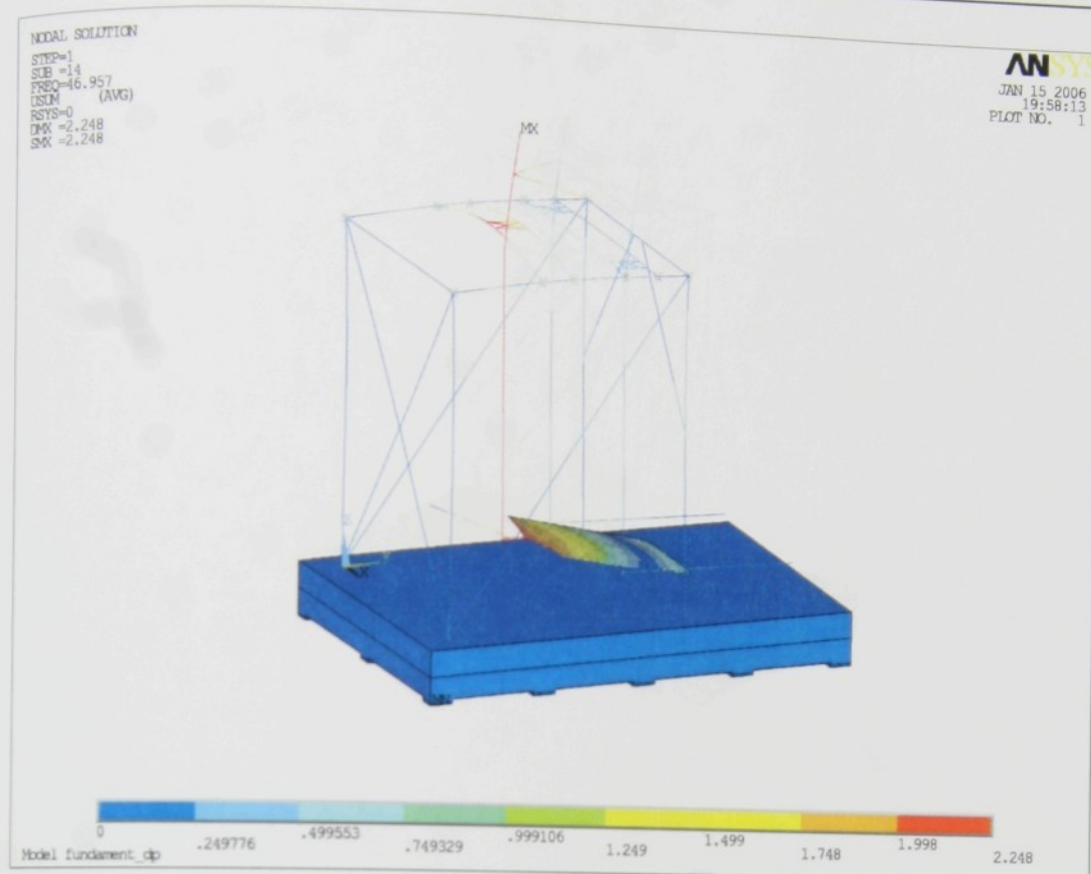
Obr. 3.11p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 25,868 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



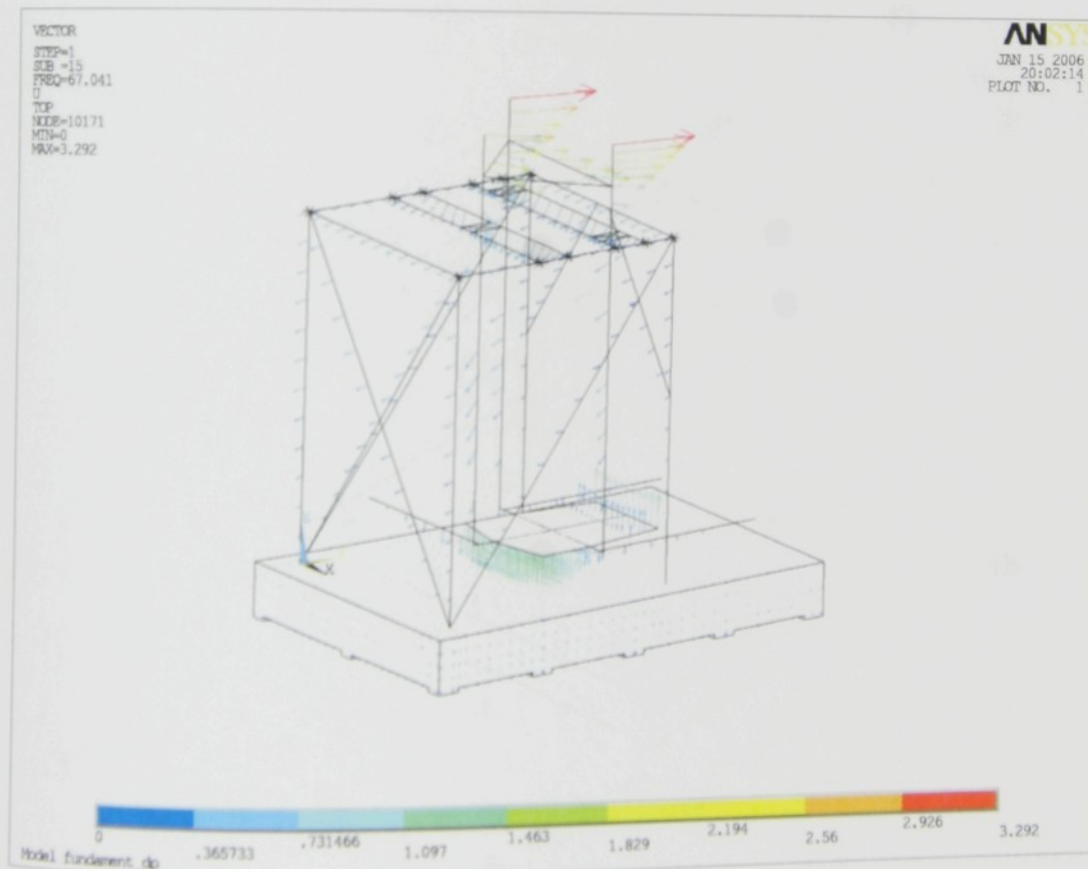
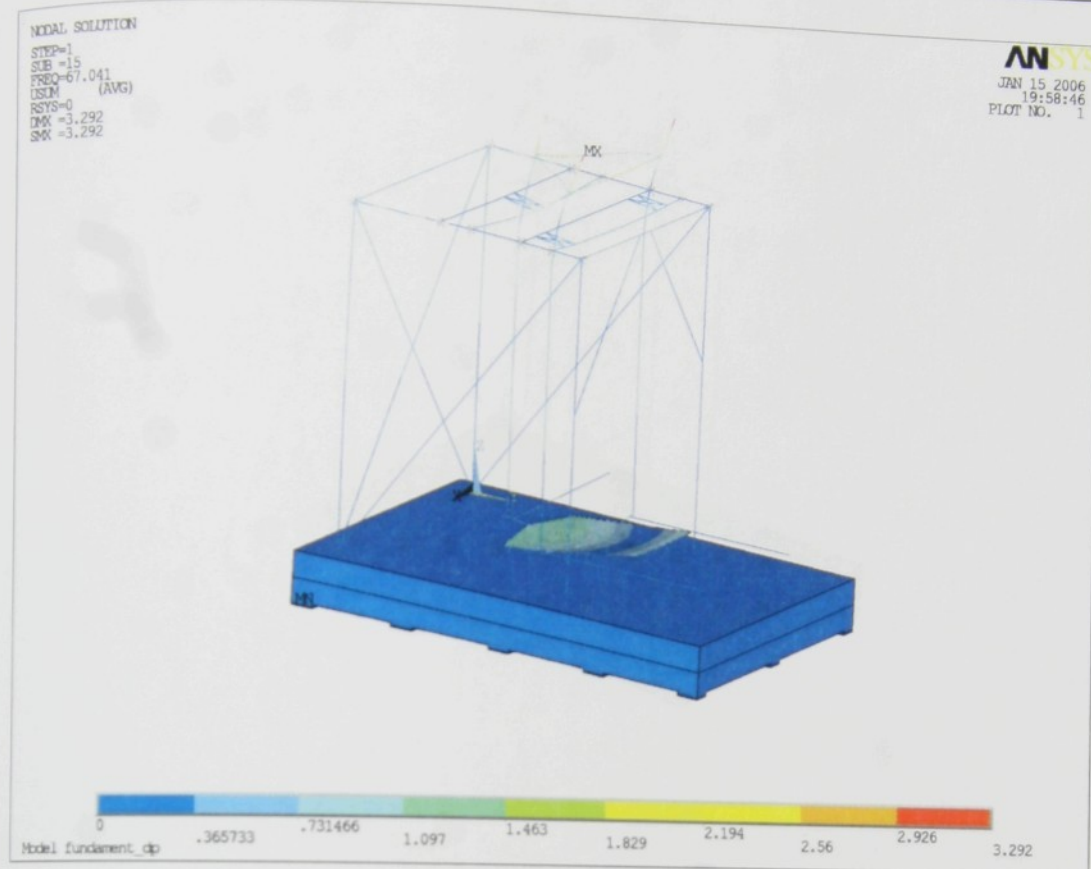
Obr. 3.12p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 28,004 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



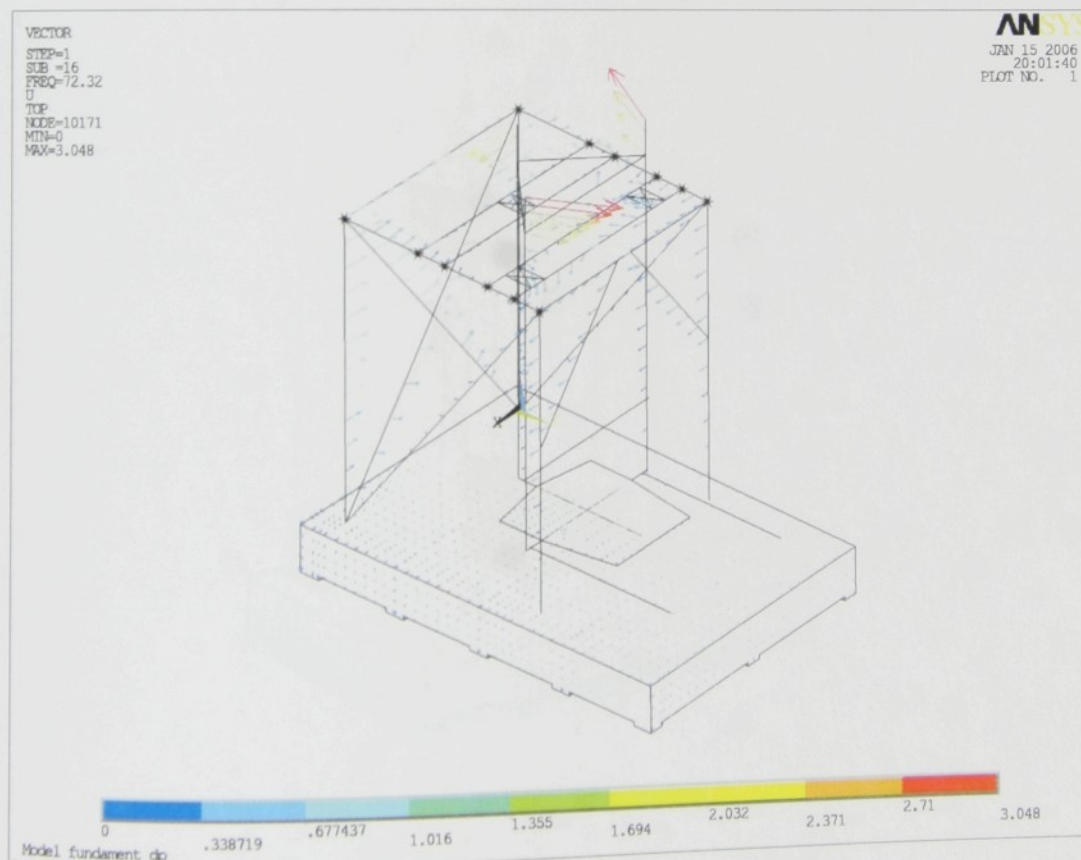
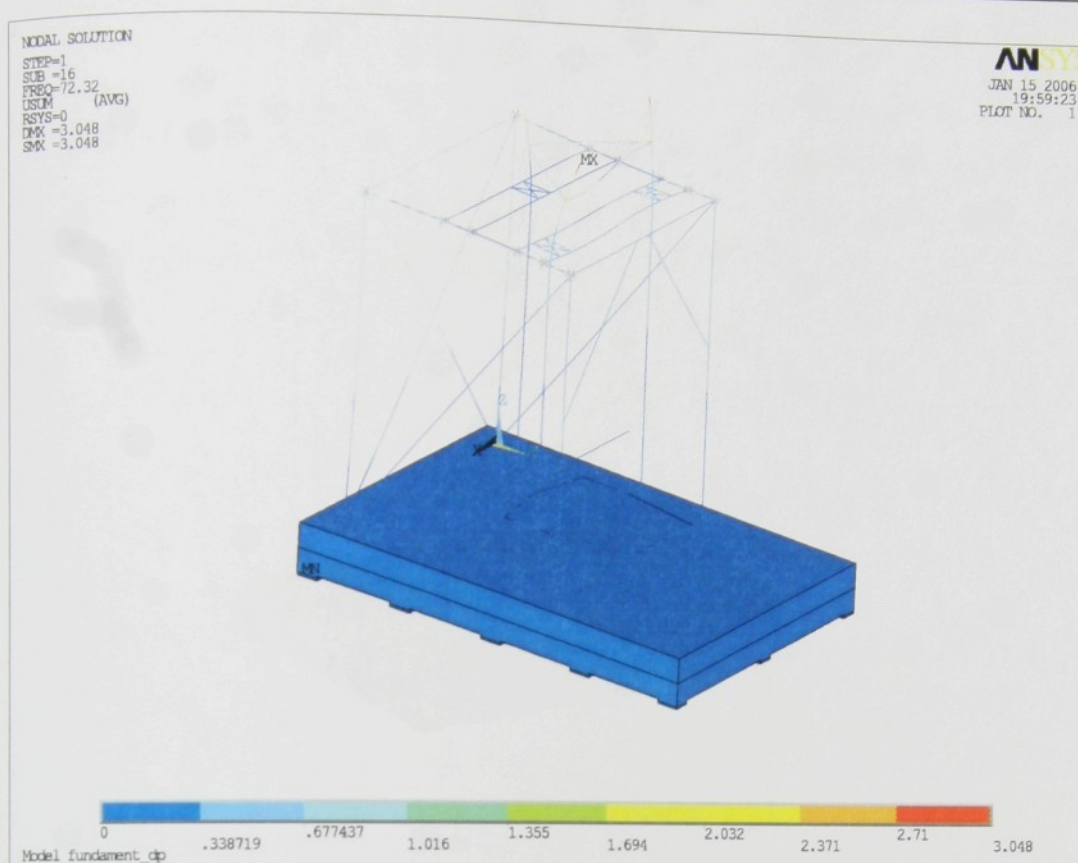
Obr. 3.13p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 43,342 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



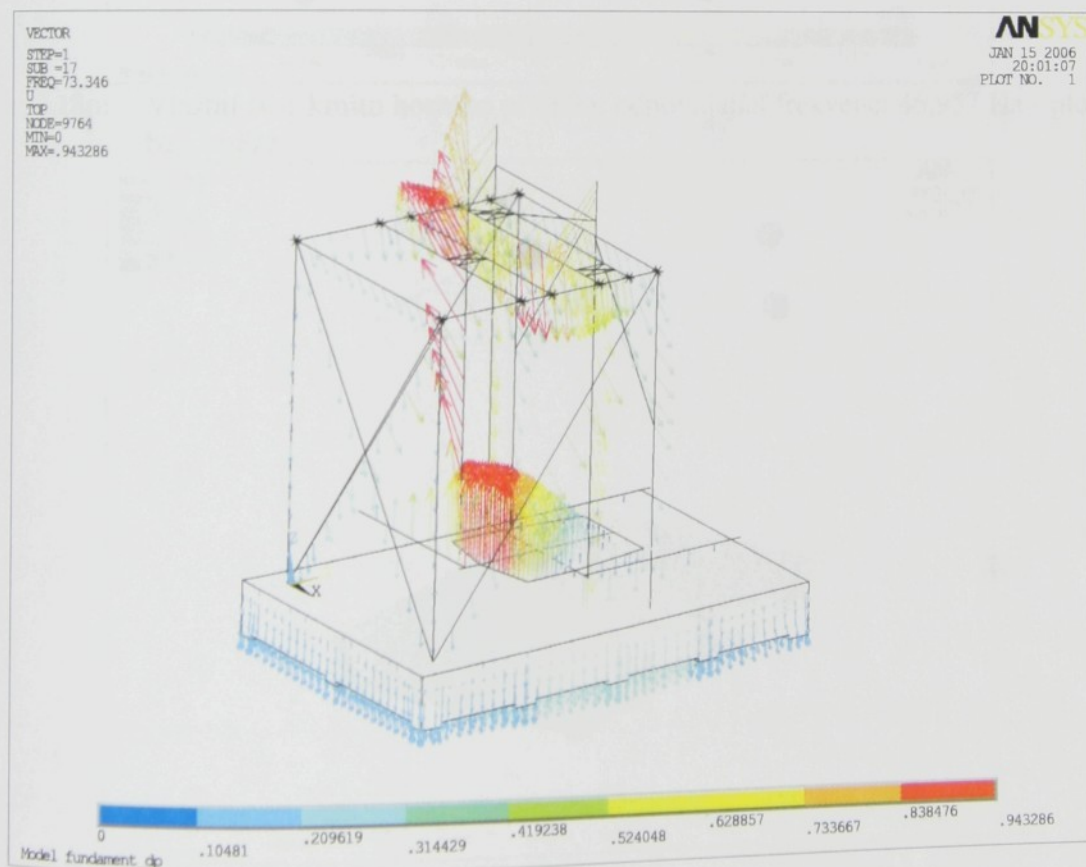
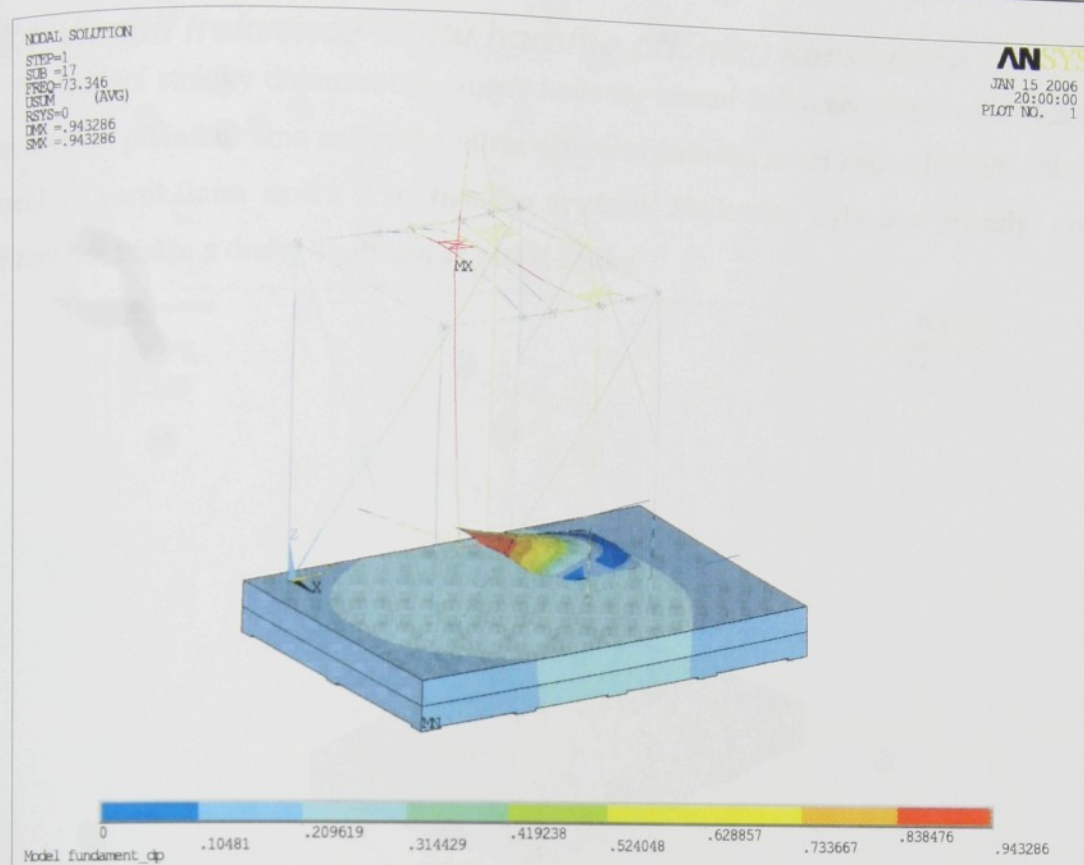
Obr. 3.14p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 46,957 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



Obr. 3.15p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 67,041 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



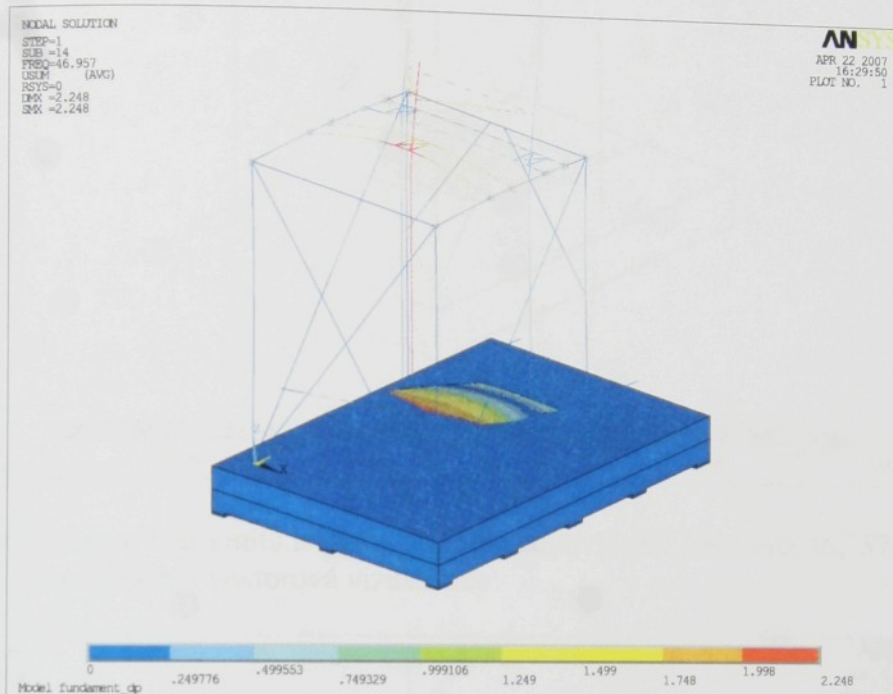
Obr. 3.16p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 72,320 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže



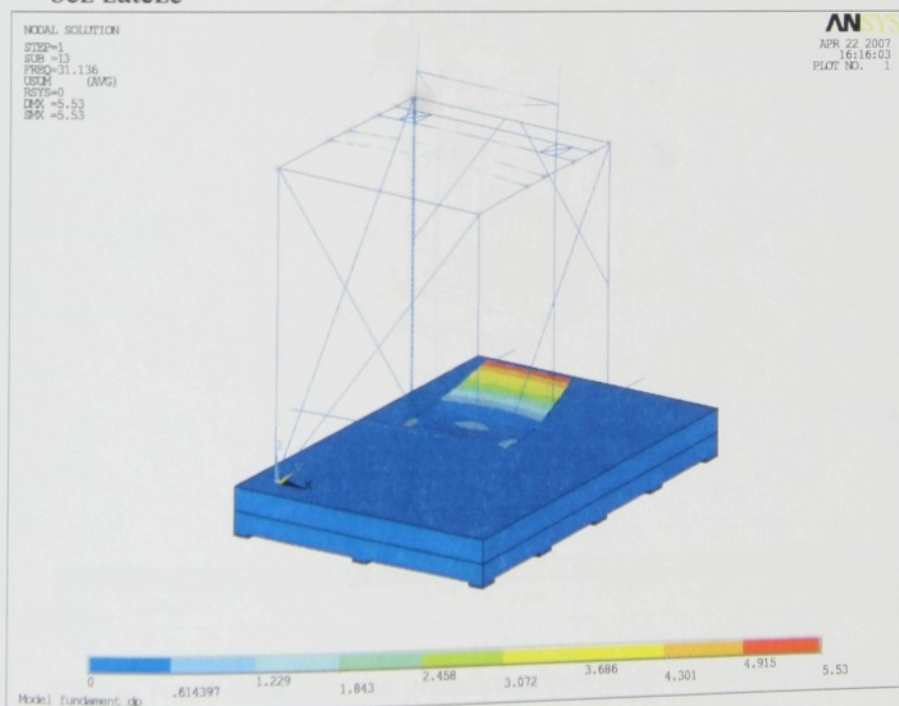
Obr. 3.17p: Vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 73,346 Hz - bitmapová a vektorová vizualizace - plošina bez zátěže

P3.1 Vlastní frekvence kmitů horního příčnicku konstrukce

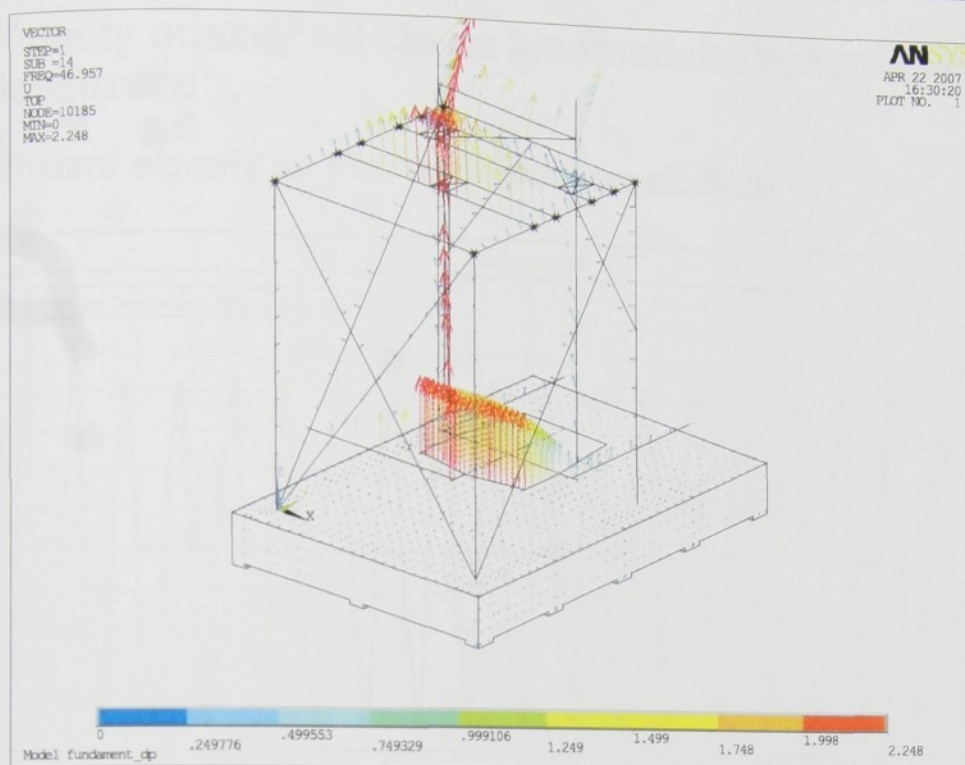
Následující stránky dokumentují změny hodnoty vlastní frekvence, která odpovídá kmitům horního příčnicku rámu zařízení - místa upevnění jednoho ze tří hydraulických válců pro buzení ve vertikálním směru Z souřadného systému. Sledovány byly dva případy, první - zařízení bez zátěže a druhý - zařízení se zátěží 250kg.



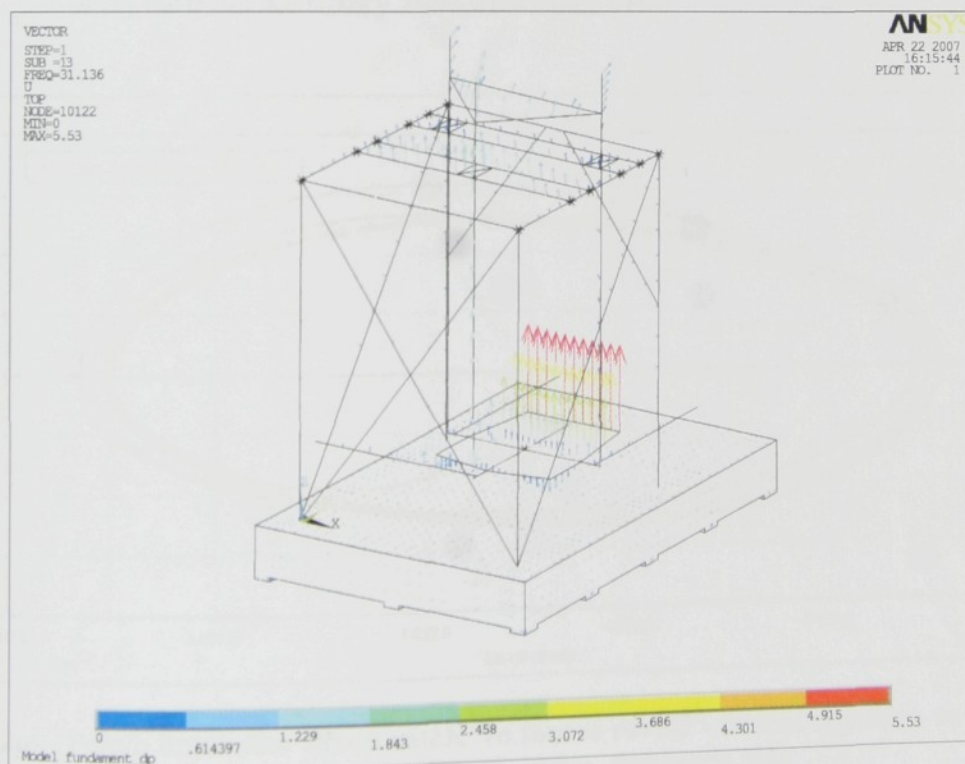
Obr. 3.18p: Vlastní tvar kmitu horního příčnicku odpovídající frekvenci 46,957 Hz - plošina bez zátěže



Obr. 3.19p: Vlastní tvar kmitu horního příčnicku odpovídající frekvenci 31,136 Hz - plošina se zátěží 250 kg (bodová zátěž)



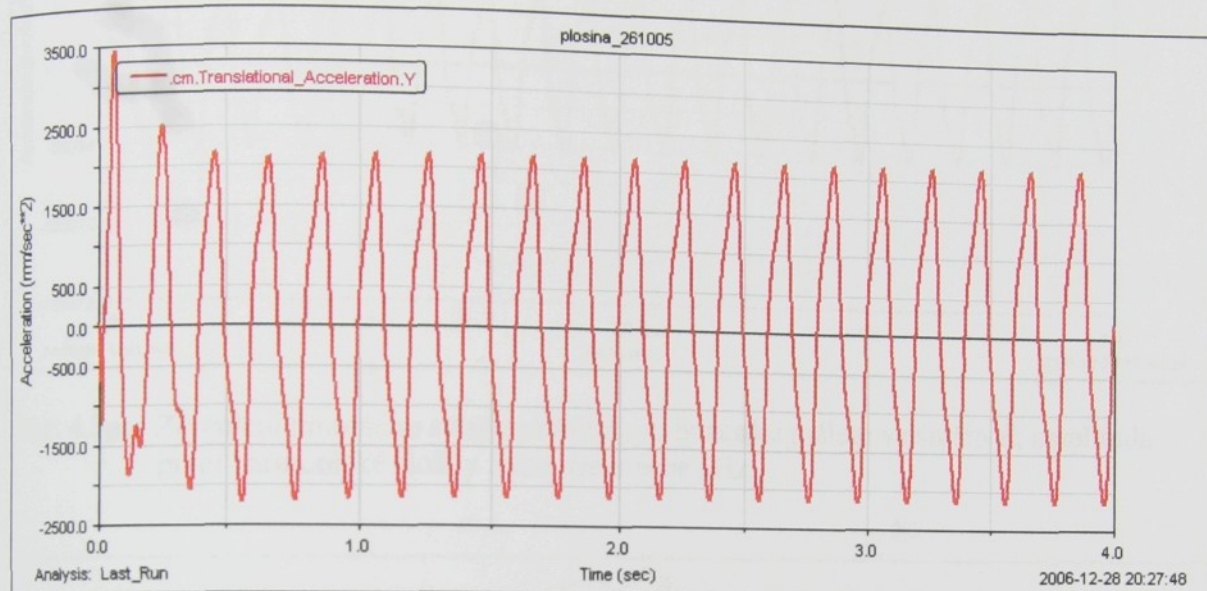
Obr. 3.20p: Vlastní tvar kmitu horního příčnicku odpovídající frekvenci 46,957 Hz - plošina bez zátěže - vektorová vizualizace



Obr. 3.21p: Vlastní tvar kmitu horního příčnicku odpovídající frekvenci 31,136 Hz - plošina se zátěží 250 kg (bodová zátěž) - vektorová vizualizace

p4 Výpočty odezvy zátěže na kinematické buzení - vybrané vizualizace

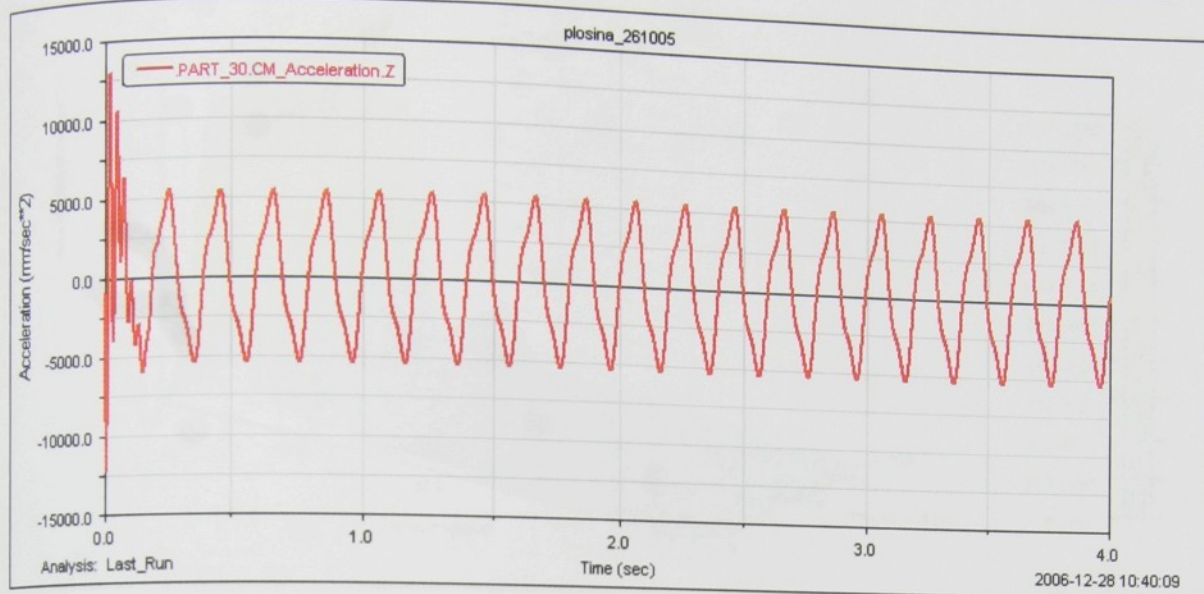
p4.1 Buzení signály se třetí harmonickou složkou



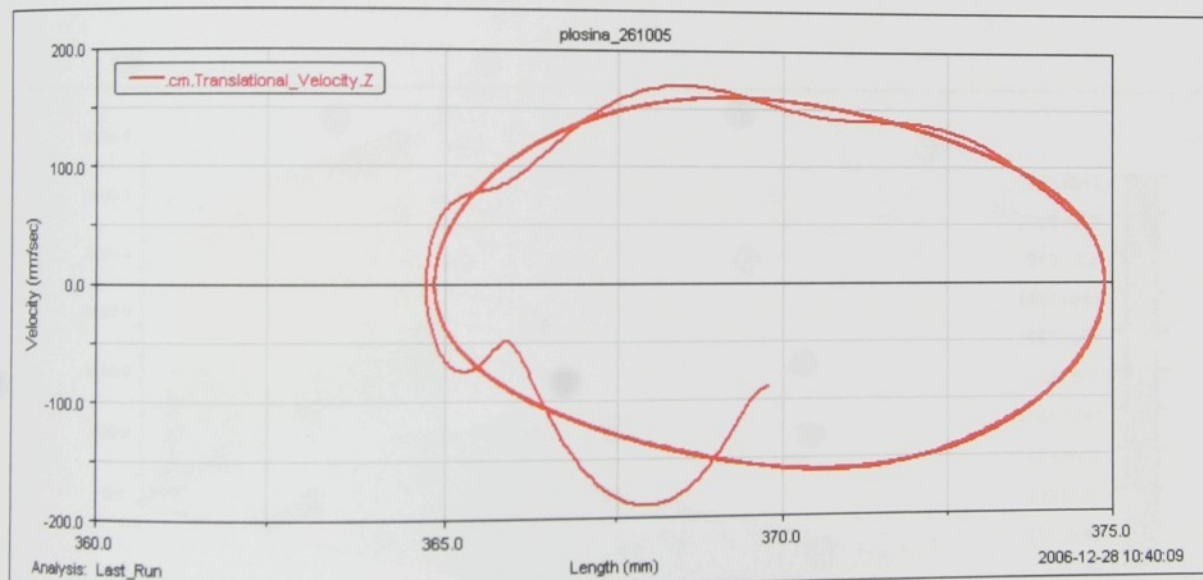
Obr. 4.1p: Zrychlení hmotného středu zátěže a_y při buzení signálem ve směru Y, amplituda první harmonické složky 2mm, frekvence 5Hz.



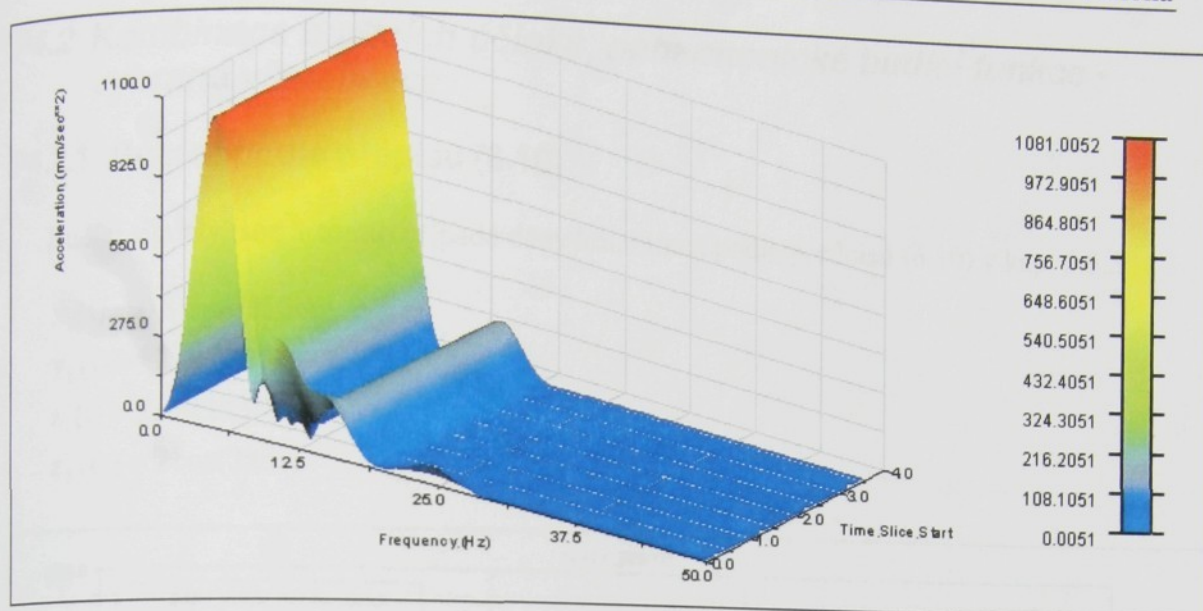
Obr. 4.2p: Pohyb hmotného středu zátěže ve fázové rovině - buzení signálem ve směru Y, amplituda první harmonické složky 2mm, frekvence 5Hz.



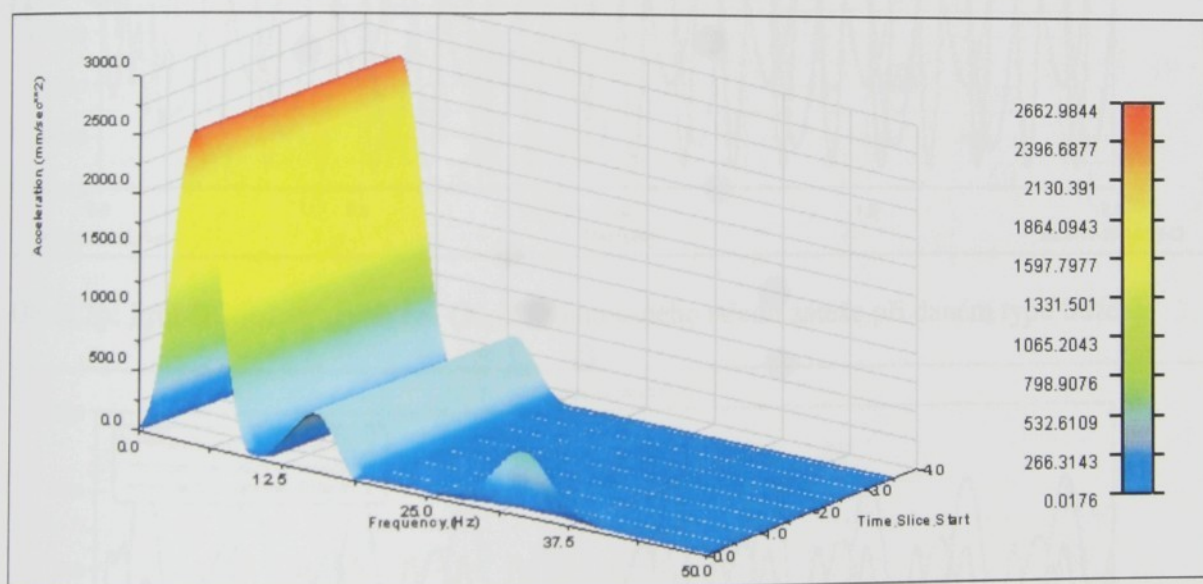
Obr. 4.3p: Zrychlení hmotného středu zátěže a_z při buzení signálem ve směru Z, amplituda první harmonické složky 5mm, frekvence 5Hz.



Obr. 4.4p: Pohyb hmotného středu zátěže ve fázové rovině - buzení signálem ve směru Z, amplituda první harmonické složky 5mm, frekvence 5Hz.



Obr. 4.5p: Prostorová vizualizace spektra signálu zrychlení a_y podle obrázku 4.1a pro čas výpočtu 0 - 4s.



Obr. 4.6p: Prostorová vizualizace spektra signálu zrychlení a_z podle obrázku 4.3a pro čas výpočtu 0 - 4s.

p4.2 Kombinace budících účinků, neharmonické budící funkce - vybrané vizualizace

p4.2.1 Buzení podle přepisu (6.10)

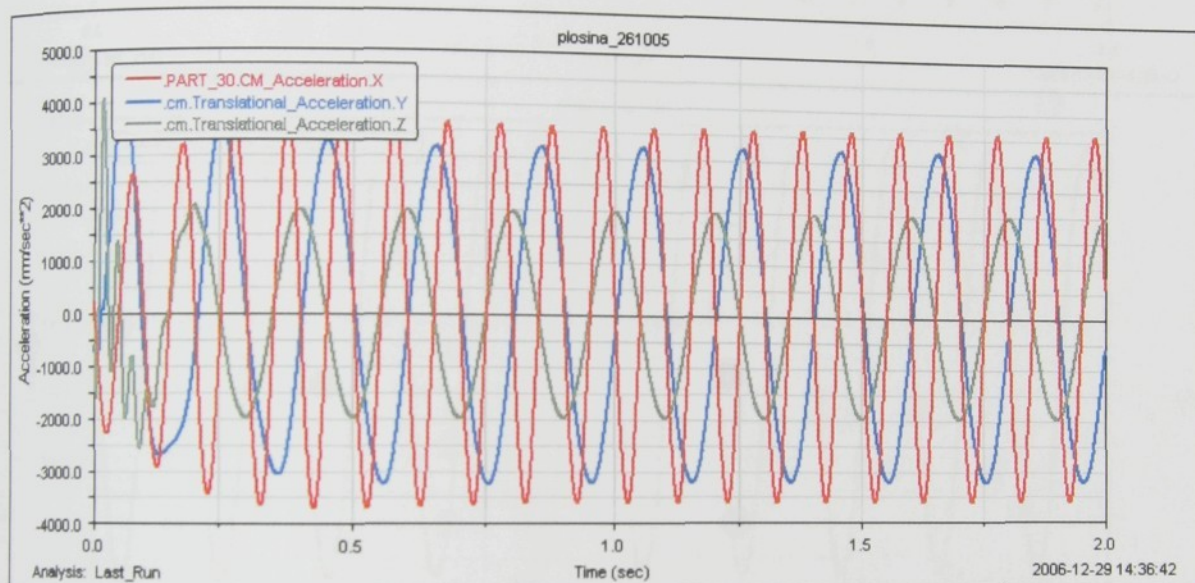
Budící signály jsou v tomto případě dány kombinací podle předpisu (6.10) v kap. 6.3.5:

$$x_1(t) = 0,8 \sin(2\pi 10t)$$

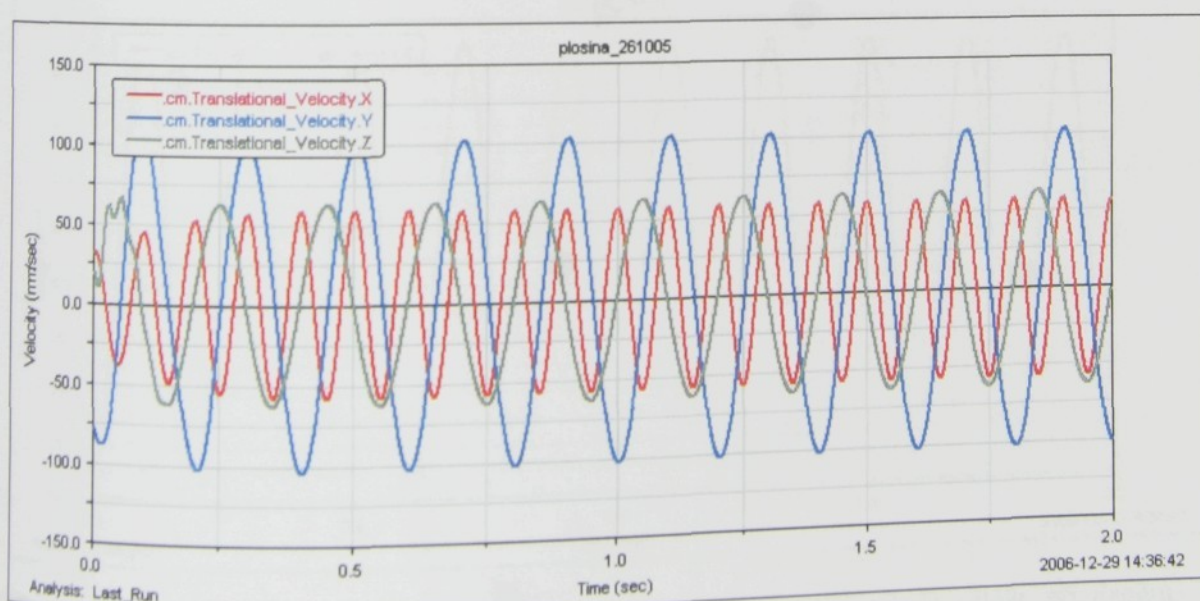
$$y_{1,2}(t) = 2 \sin(2\pi 5t)$$

$$z_1(t) = 5 \sin(2\pi 5t)$$

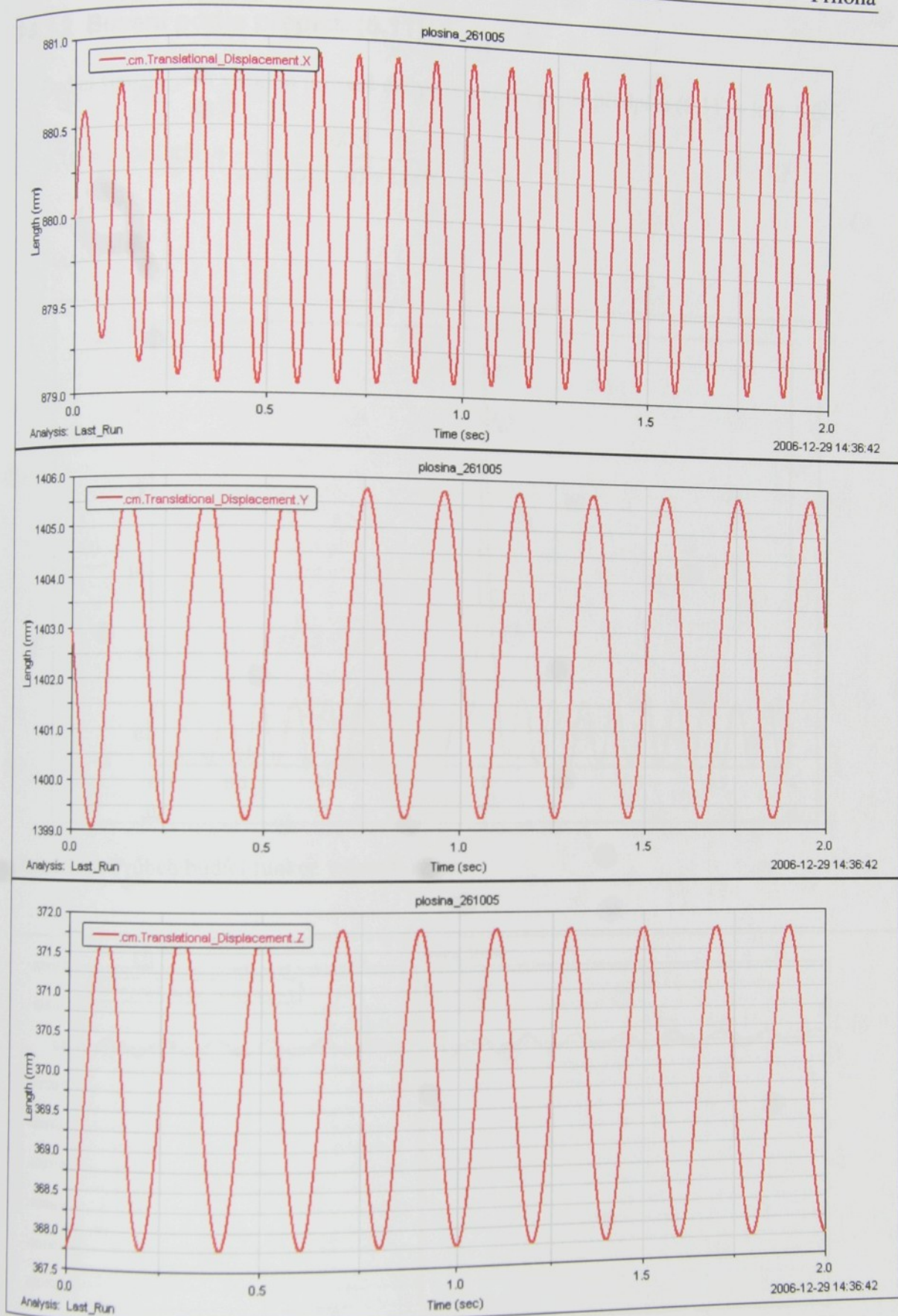
$$z_{2,3}(t) = 2 \cos(2\pi 5t)$$



Obr.4.7p: Průběh složek zrychlení (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.8p: Průběh složek rychlosti (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.9p - 4.11p: Průběh složek výchylky (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení

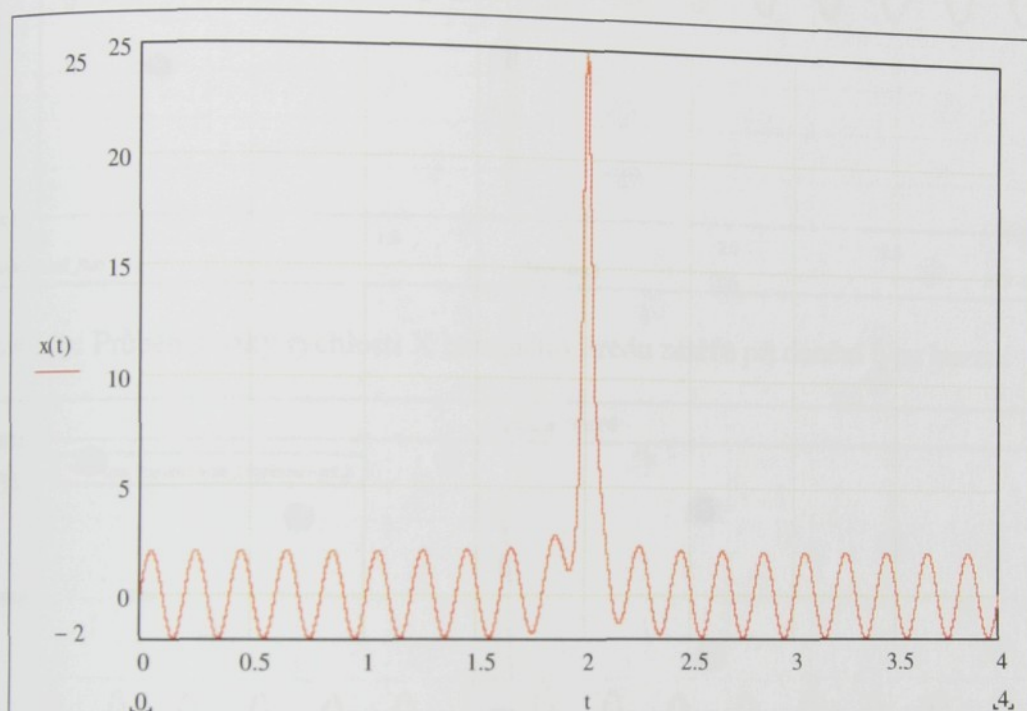
p4.2.2 Buzení podle přepisu (6.11)

Budící signály jsou v tomto případě dány kombinací podle předpisu (6.11) v kap. 6.3.5:

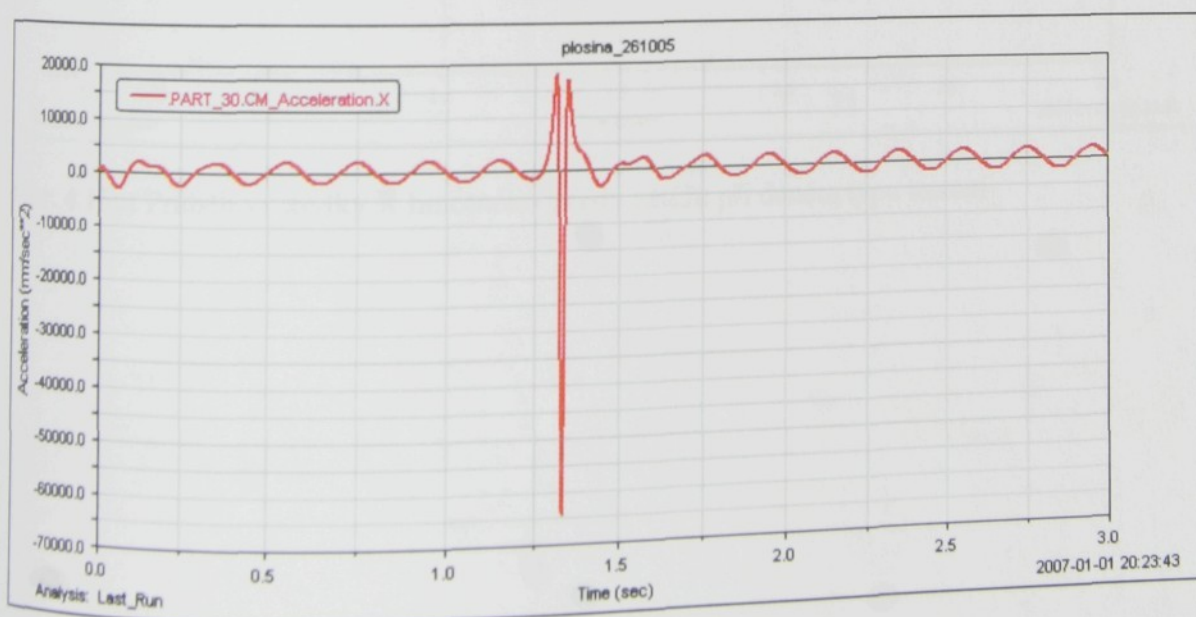
$$x_1(t) = 2 \sin(2\pi 5t) + \frac{0.008}{\cos(0.5\pi 1.5t) + 1.008}$$

$$y_{1,2}(t) = 0$$

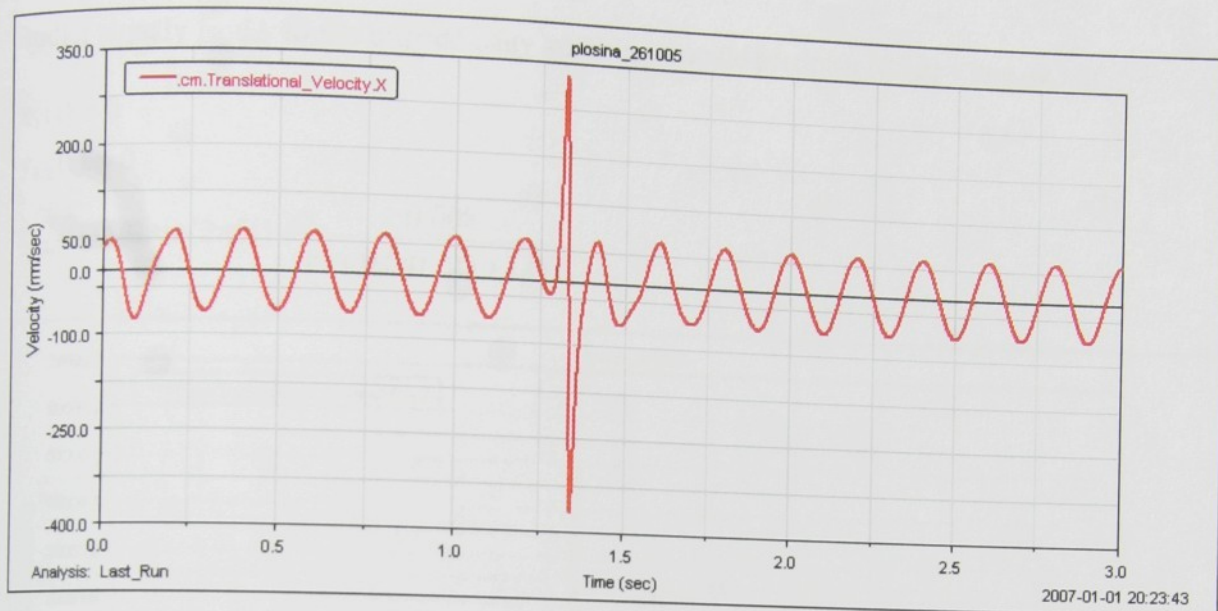
$$z_{1,2,3}(t) = 0$$



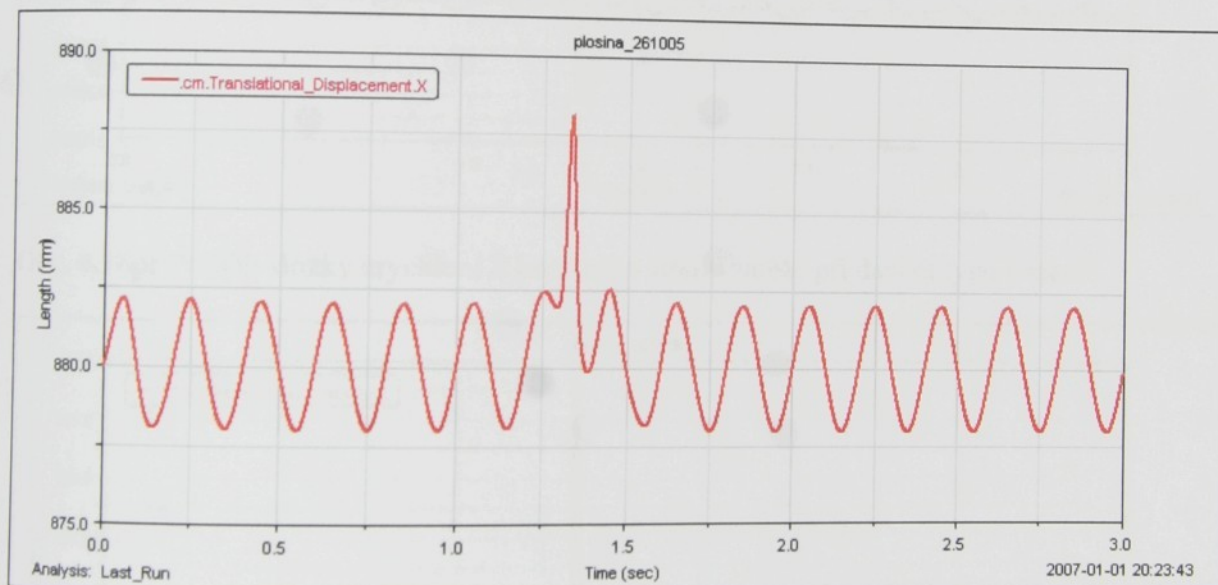
Obr. 4.12p: Průběh budící funkce v čase 0 až 4s



Obr. 4.13p: Průběh složky zrychlení X hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.14p: Průběh složky rychlosti X hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.15p: Průběh výchylky X hmotného středu zátěže při daném typu buzení

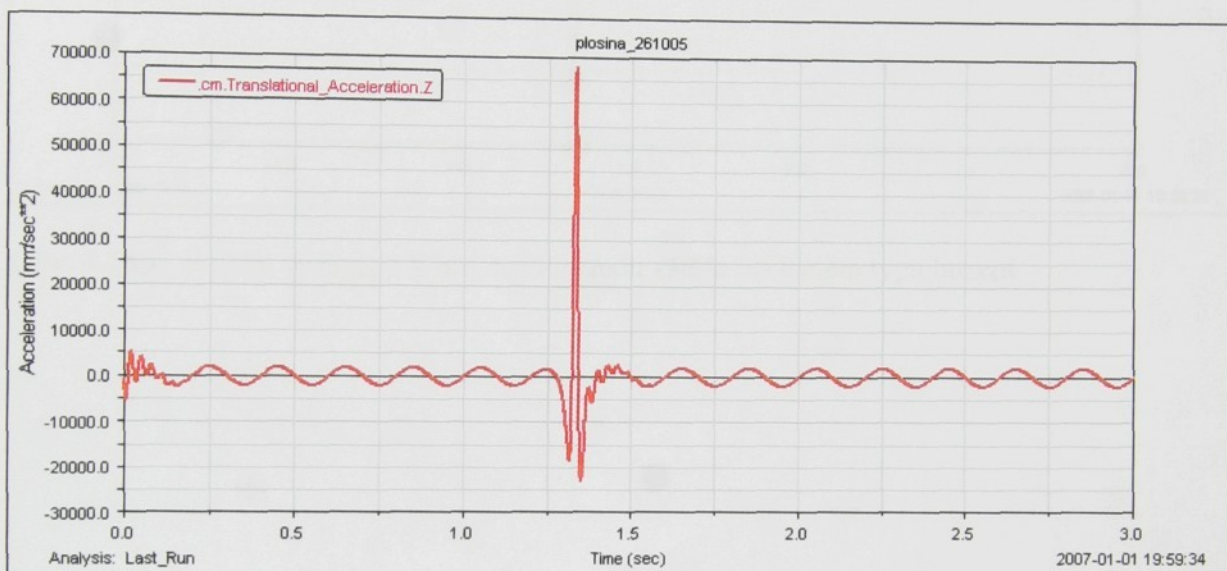
P4.2.3 Buzení podle přepisu (6.12)

Budící signály jsou v tomto případě dány kombinací podle předpisu (6.12) v kap. 6.3.5:

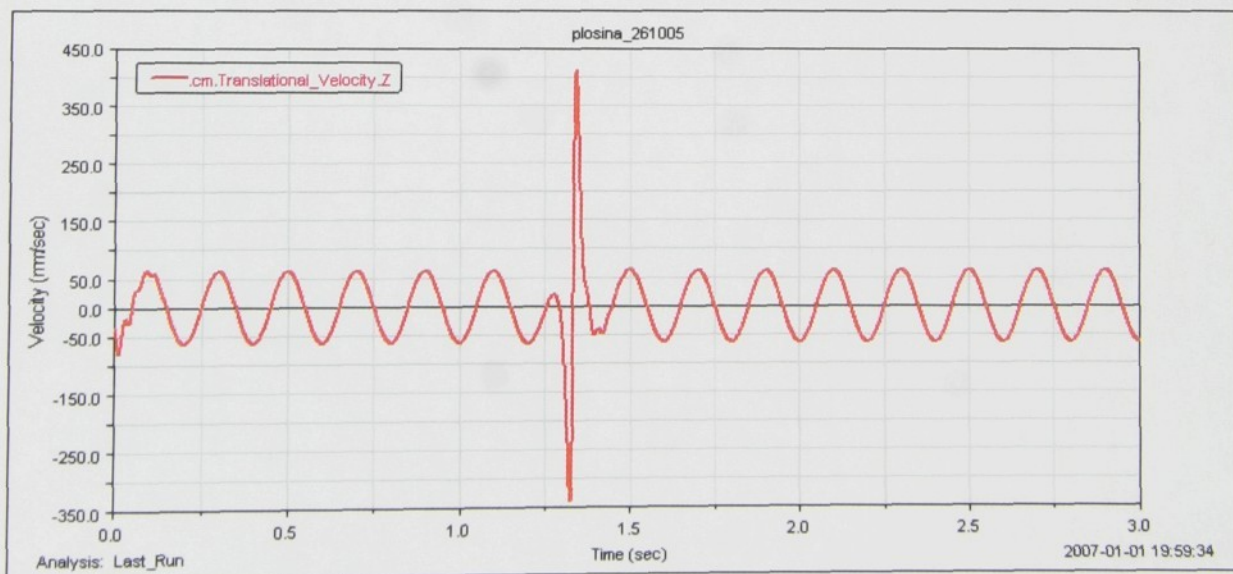
$$x_1(t) = 0$$

$$y_{1,2}(t) = 0$$

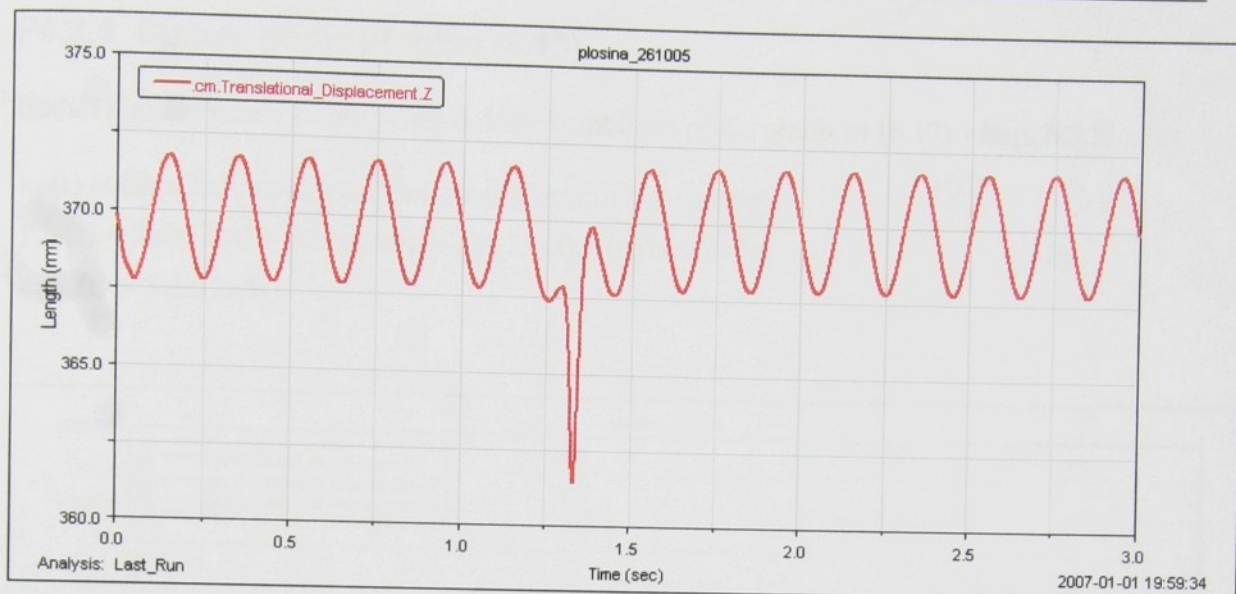
$$z_{1,2,3}(t) = 2 \sin(2\pi 5t) + \frac{0.008}{\cos(0.5\pi 1.5t) + 1.008}$$



Obr. 4.16p: Průběh složky zrychlení Z hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.17p: Průběh složky rychlosti Z hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.18p: Průběh výchylky X hmotného středu zátěže při daném typu buzení

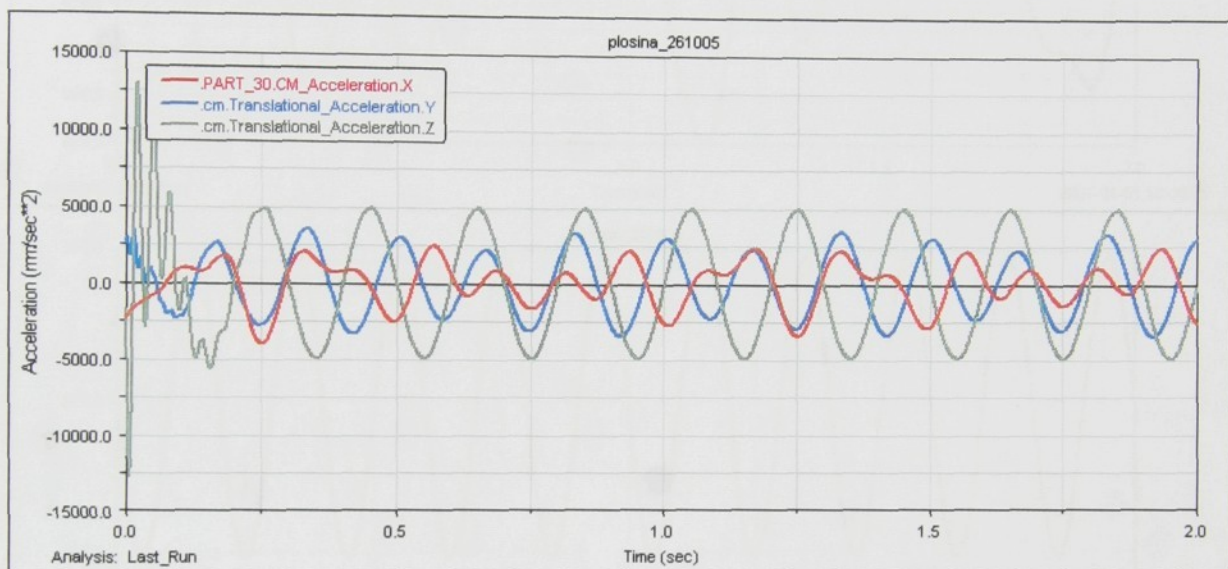
P4.2.4 Buzení podle předpisu (6.13)

Budící signály jsou v tomto případě dány kombinací podle předpisu (6.13) v kap. 6.3.5:

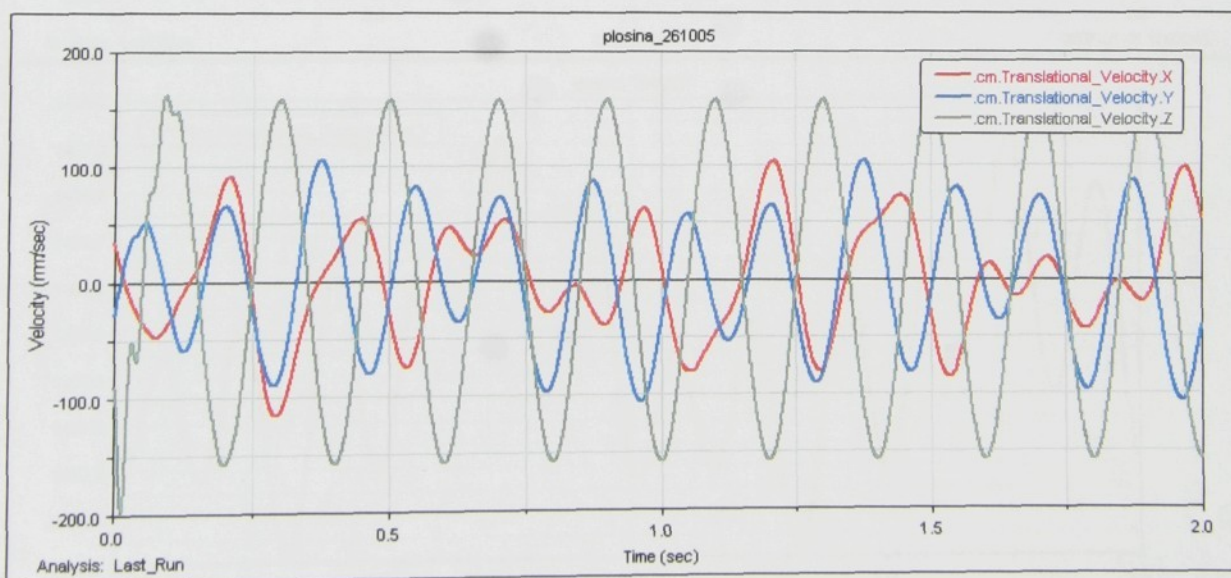
$$x_1(t) = 2 \sin(2\pi 1.5t) + 2 \cos(2\pi 4t) + \sin(2\pi 5t) + 0.5 \cos(2\pi 8t)$$

$$y_{1,2}(t) = 2 \sin(2\pi t) + 2 \cos(2\pi 6t) + \sin(2\pi 4t) + 0.5 \cos(2\pi 2t)$$

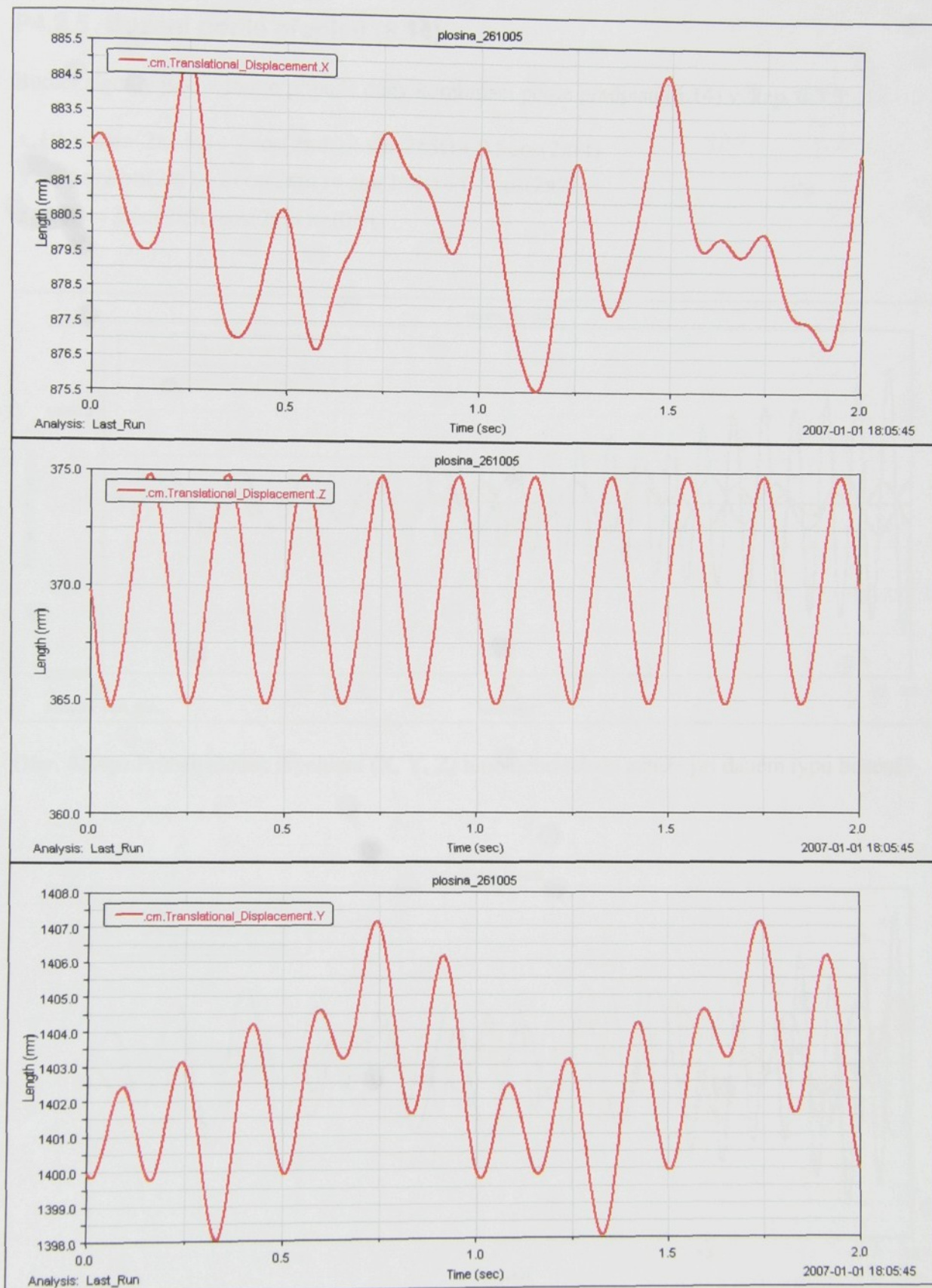
$$z_{1,2,3}(t) = 5 \sin(2\pi 5t)$$



Obr. 4.19p: Průběh složek zrychlení (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.20p: Průběh složek rychlosti (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.21p - 4.23p: Průběh složek výchylky (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení

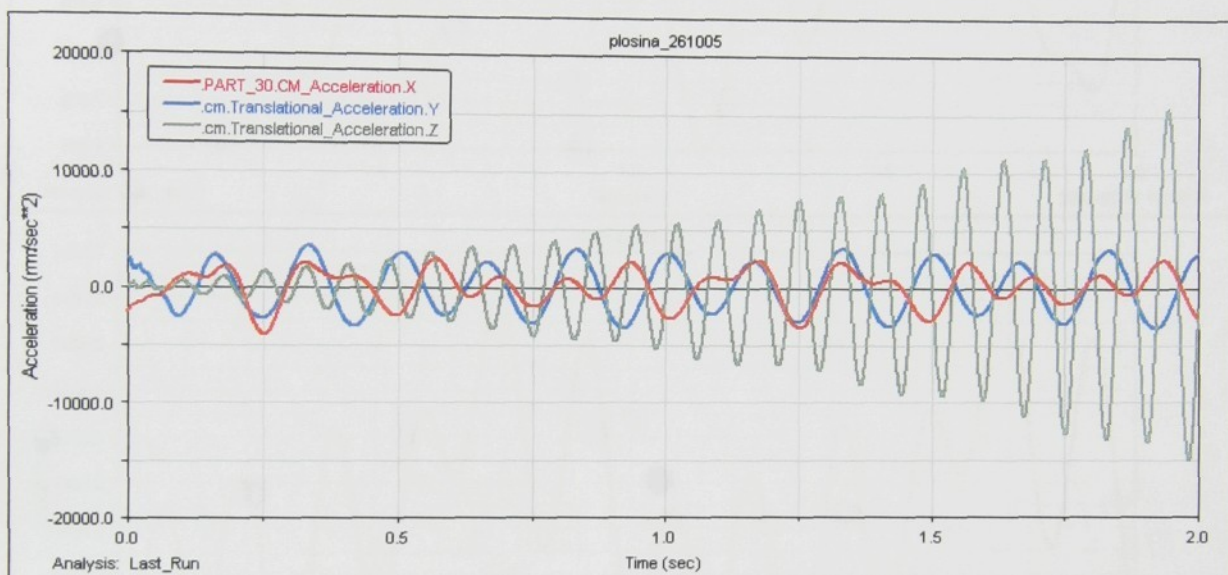
P4.2.5 Buzení podle předpisu (6.14)

Budící signály jsou v tomto případě dány kombinací podle předpisu (6.14) v kap. 6.3.5:

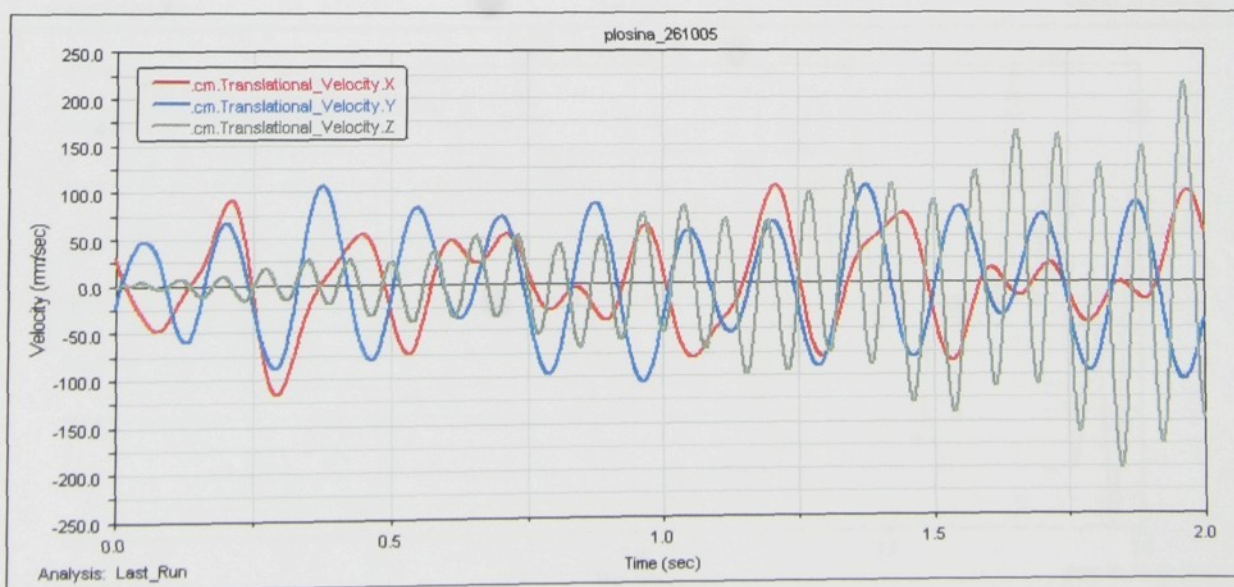
$$x_1(t) = 2 \sin(2\pi 1.5t) + 2 \cos(2\pi 4t) + \sin(2\pi 5t) + 0.5 \cos(2\pi 8t)$$

$$y_{1,2}(t) = 2 \sin(2\pi t) + 2 \cos(2\pi 6t) + \sin(2\pi 4t) + 0.5 \cos(2\pi 2t)$$

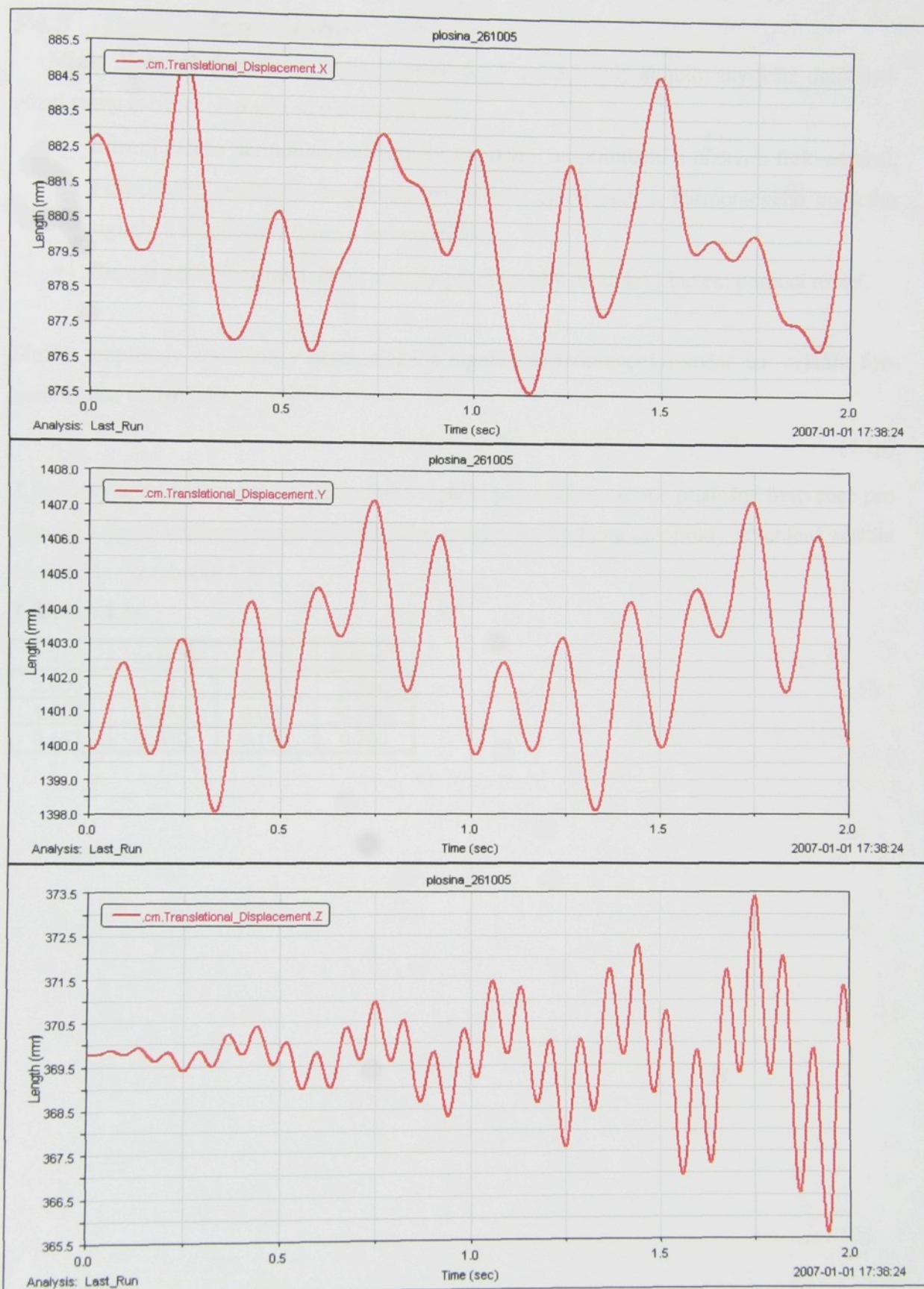
$$z_{1,2,3}(t) = 3 \sin(2\pi 5t) \cos(2\pi 8t) \operatorname{tg}(0.5t)$$



Obr. 4.24p: Průběh složek zrychlení (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.25p: Průběh složek rychlosti (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení



Obr. 4.26p - 4.28p: Průběh složek výchylky (X, Y, Z) hmotného středu zátěže při daném typu buzení

P4.3 Další řešené úlohy

Mimo úlohy představené v kapitole práce 6.3.4 a 6.3.5 byly simulovány ještě další provozní stavy zařízení. Jednalo se o dva typy úloh.

- Buzení zátěže harmonickými signály s velkými amplitudami a nízkými frekvencemi, s maximální hodnotou amplitudy zrychlení stejnou jako u harmonického budícího signálu s amplitudou 2mm a frekvencí 5Hz.
- Buzení zátěže harmonickými signály působícími v protifázi - buzení pomocí rotací.

Složku amplitudy zrychlení y harmonického signálu ve frekvenční doméně lze vyjádřit formou zápisu (4.1p) jako,

$$|A_Y(\omega)| = \omega^2 Y. \quad (4.1p)$$

Z hodnoty amplitudy zrychlení původního signálu pak snadno určíme příslušné frekvence pro signály s jinou velikostí amplitudy tak, aby maximální hodnota amplitudy zrychlení zůstala zachována viz tabulka 4.1p.

Tabulka 4.1p

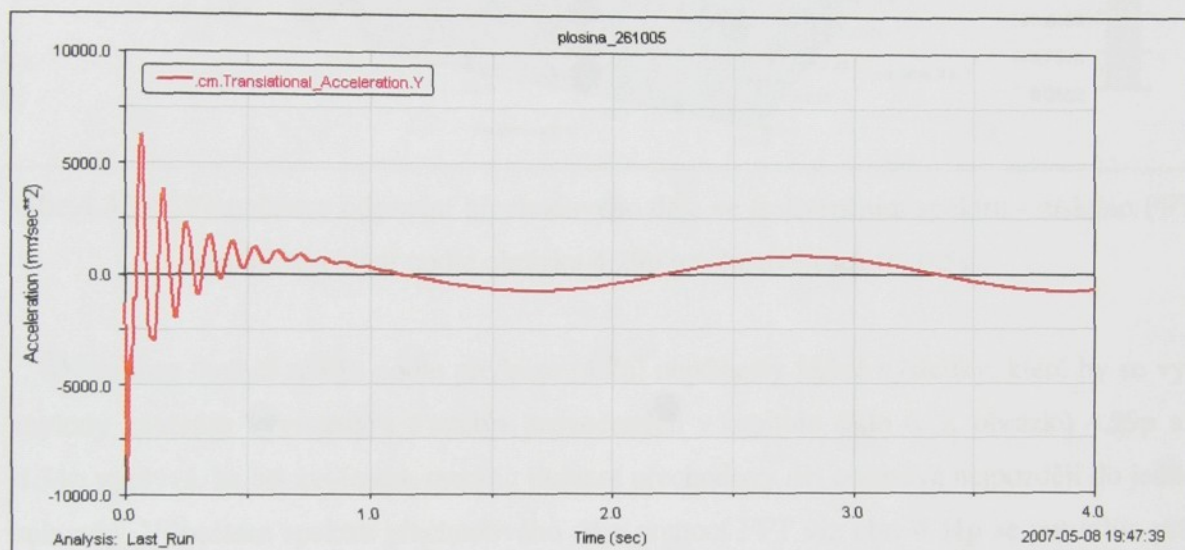
f [Hz]	ω [s ⁻¹]	Y [m]	A _Y [ms ⁻²]
2.000	12.57	0.005	0.790
1.000	6.283	0.020	0.790
0.447	2.810	0.100	0.790

P4.3.1 Buzení zátěže harmonickým signálem s amplitudou 100mm

V následujícím odstavci jsou uvedeny výsledky simulace buzení zátěže ve směru Y harmonickým signálem definovaným podle vztahu (4.2p),

$$\begin{aligned} y_{1,2}(t) &= Y \sin(2\pi ft) \\ Y &= 100\text{mm} \\ f &= 0.45\text{Hz} \end{aligned} \quad (4.2p)$$

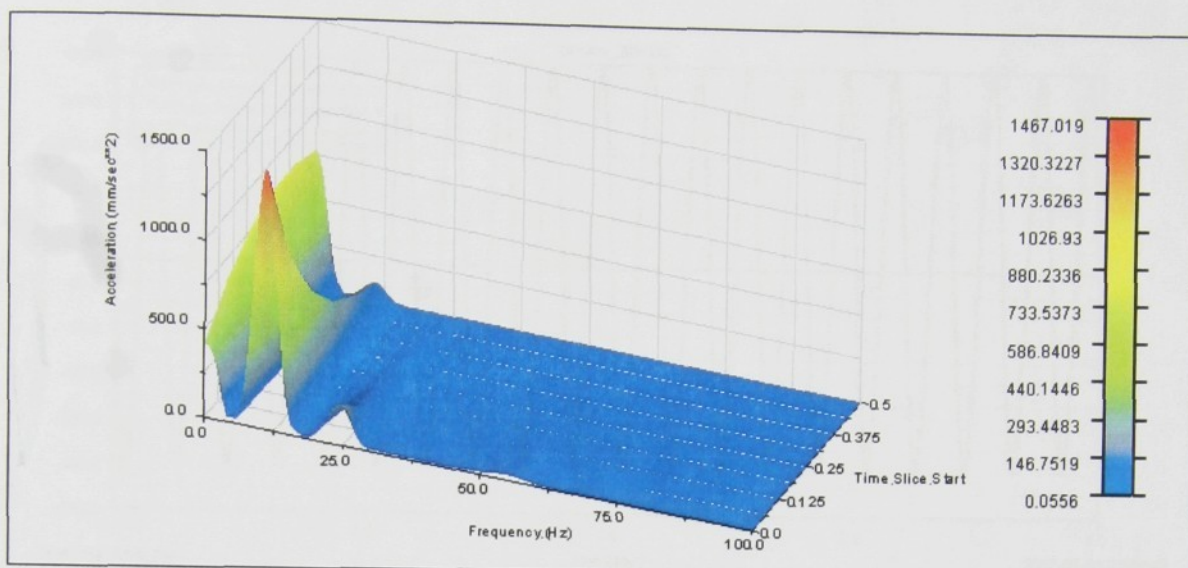
Podmínky výpočtu zůstaly zachovány stejné jako u předchozích úloh kapitoly 6 DP.



Obr.4.29p: Složka zrychlení Y hmotného středu zátěže při buzení signálem podle předpisu (4.2p)



Obr.4.30p: Pohyb hmotného středu zátěže ve fázové rovině při buzení signálem podle předpisu (4.2p)



Obr.4.31p: Vizualizace odeznění přechodového děje ve frekvenčním spektru - získáno FFT signálu zrychlení podle obrázku 4.29p pro časový úsek 0 - 0,5s

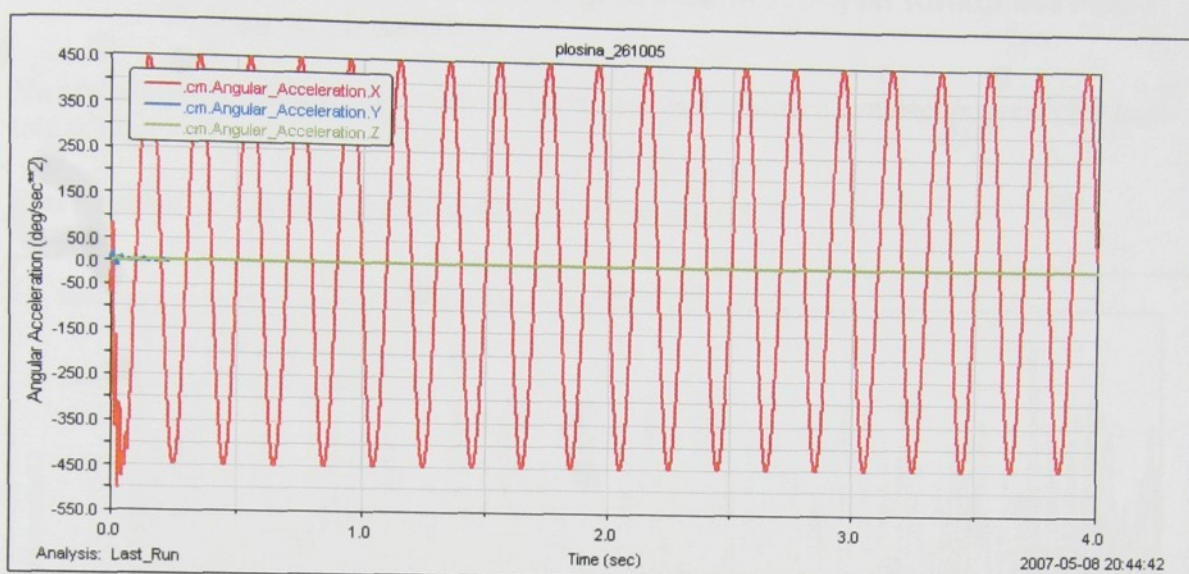
Simulace buzení zátěže podle předpisu (4.2p) nepřinesly žádné výsledky, které by se vymykaly závěrům vyvozeným z analýz provedených v kapitole číslo 6. Z obrázků 4.29p až 4.31p vyplývá, že při zvoleném modelu tlumení přechodový děj odeznívá nejpozději do jedné sekundy. Výpočtem spektra přechodového děje pomocí FFT viz obr. 4.31p se potvrdila přítomnost frekvenčních složek, které odpovídají ohybovým kmitům konstrukce ve směru buzení Y.

P4.3.2 Buzení zátěže pomocí hydraulického válce Z1 - rotace

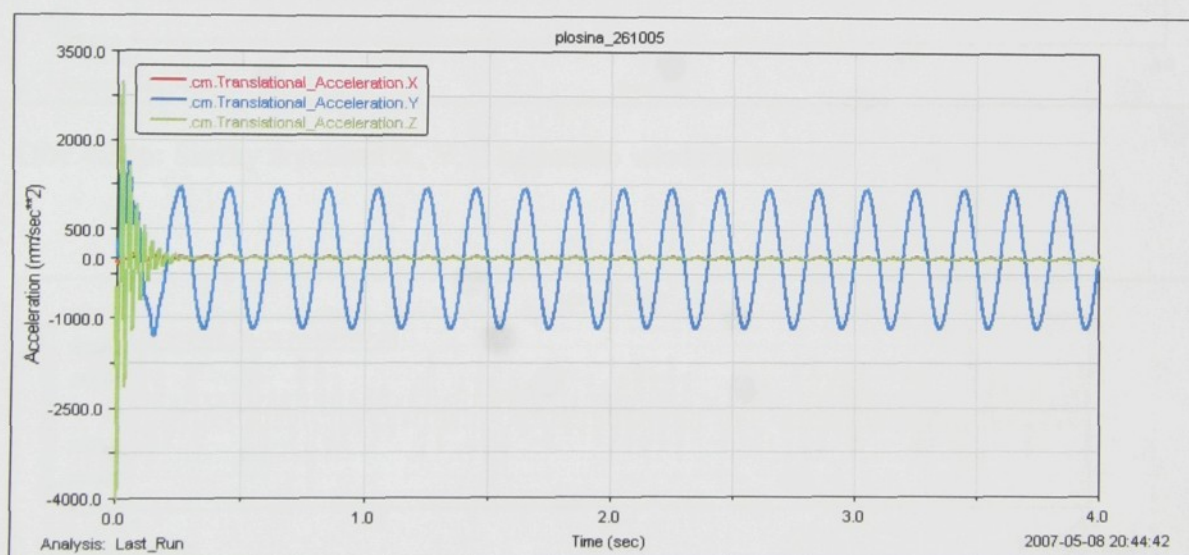
Dosud všechny uvedené úlohy odpovídaly případu buzení posuvy ve směrech X, Y, Z souřadného systému. Pro úplnost je uvedena úloha buzení zátěže pouze pomocí válce Z1 (viz. obrázek 2.5p) v případě, že posuvy pístnic ostatních hydraulických válců jsou blokovány. Takto sestavený případ odpovídá buzení pomocí rotace kolem osy X souřadného systému. Výpočet vychází ze základní úlohy kapitoly 6.3.3. Předpis buzení je dán pomocí vztahu (4.3p),

$$\begin{aligned} z_1 &= Z_1 \sin(2\pi ft) \\ Z_1 &= 5\text{mm} \\ f &= 5\text{Hz} \end{aligned} \quad (4.3p)$$

Podmínky výpočtu zůstaly zachovány jako v předchozích úlohách kapitoly 6 DP.



Obr.4.32p: Průběh složek úhlových zrychlení⁽¹⁾ hmotného středu zátěže při buzení signálem podle předpisu (4.3p).



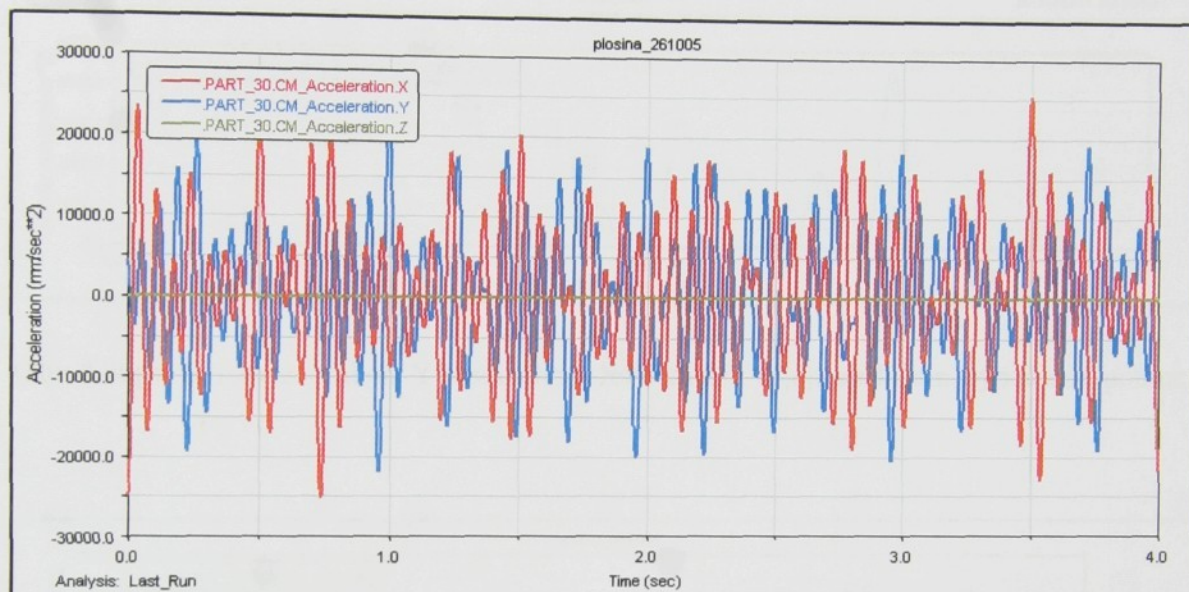
Obr.4.33p: Průběh složek zrychlení hmotného středu zátěže při buzení signálem podle předpisu (4.3p). Dominace složky Y je způsobena polohou hmotného středu zátěže cca 120mm nad osou rotace. Vlivem rotace kolem osy X vykonává hmotný střed i pohyb (naklopení) s hlavní složkou zrychlení ve směru osy Y souřadného systému (viz obr.2.5p). V přechodovém ději se výrazně uplatňuje vlastní frekvence kmitů horního příčnicku rámu konstrukce - viz kapitola P 3.1.

¹ Důležité - jednotkou úhlového zrychlení na obr.4.32p je stupeň s⁻² nikoliv rads⁻².

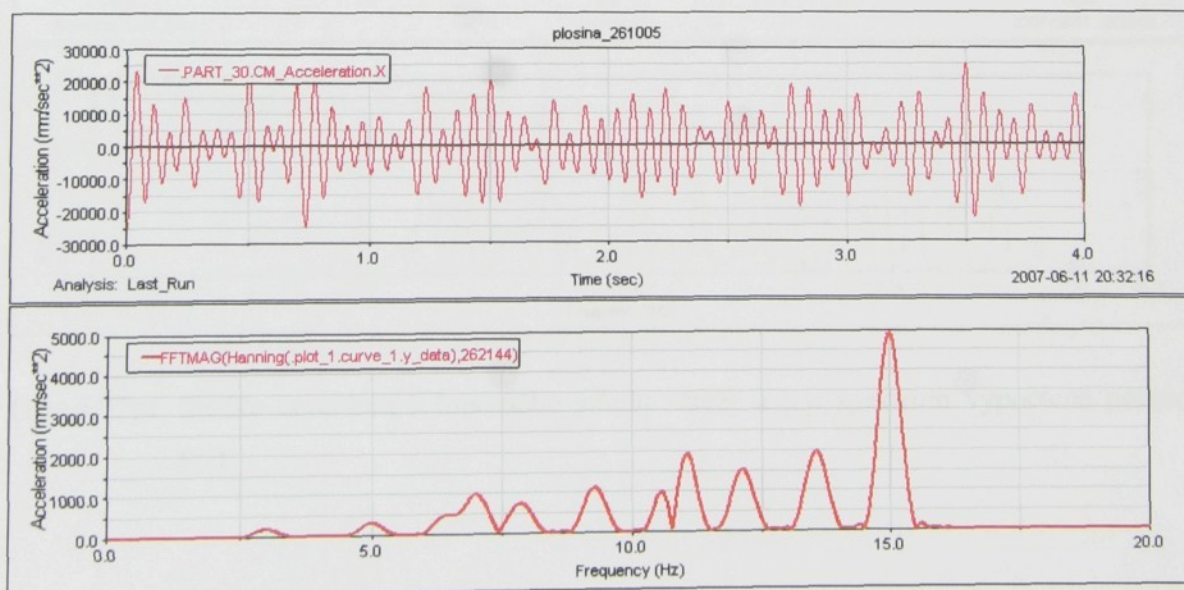
P4.3.3 Buzení zátěže pomocí signálů definovaných funkcí INVPSD - vybrané vizualizace

Na následujících stránkách je uveden výběr vizualizací výsledků simulací popsanych v kapitole 6.3.6.

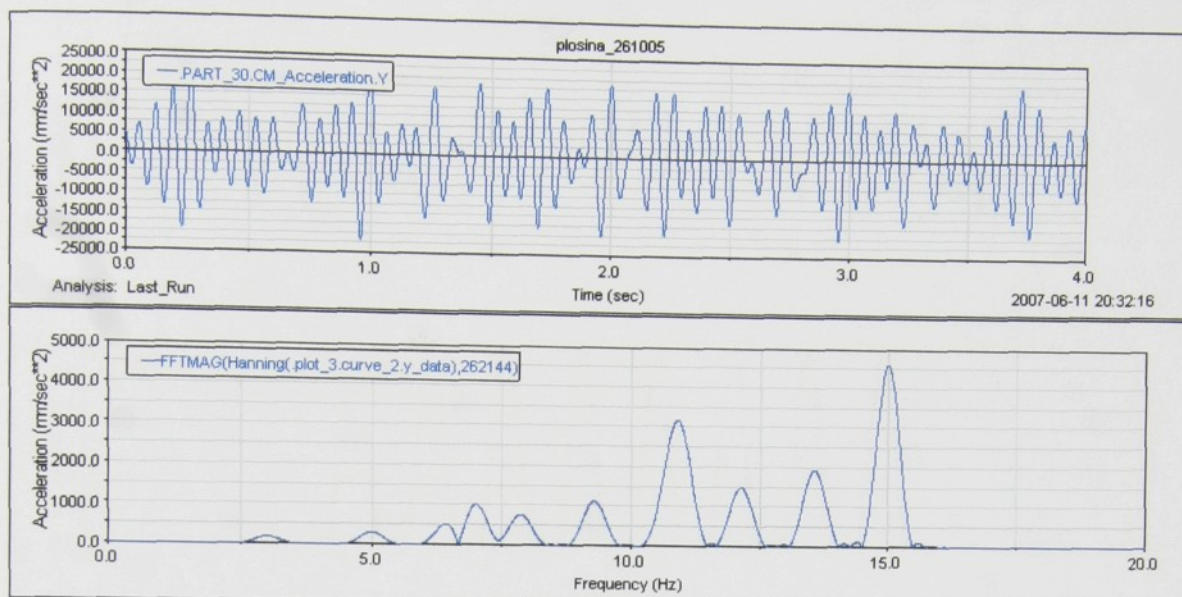
Směr buzení Y - definice budících účinků viz tabulka 6.5



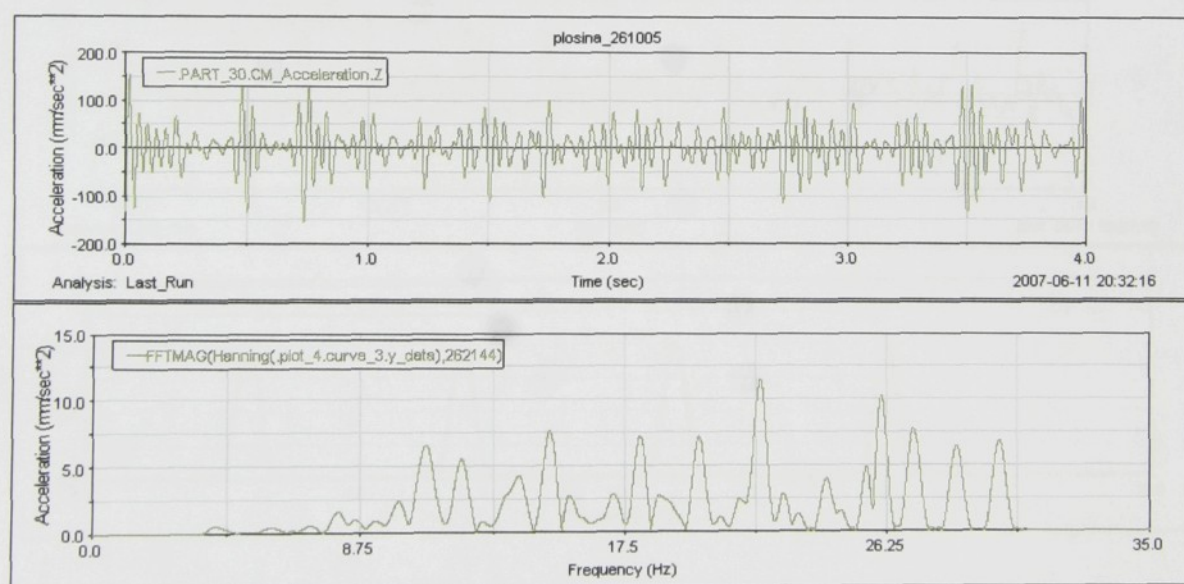
Obr.4.34p: Složky zrychlení X, Y, Z hmotného středu zátěže



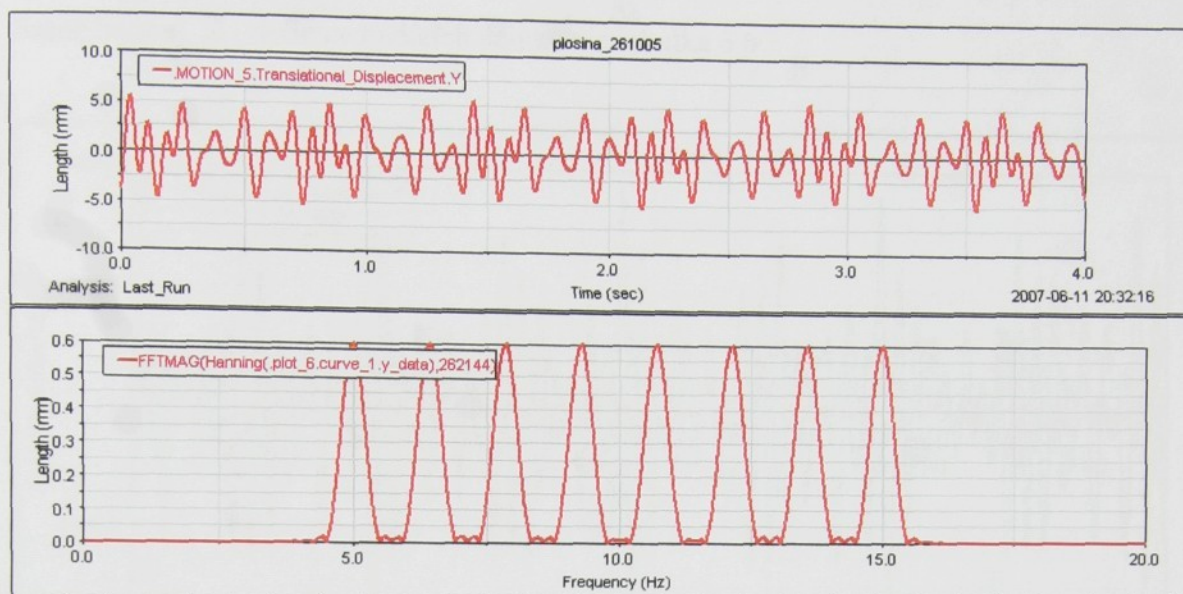
Obr.4.35p: Složka zrychlení X hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT



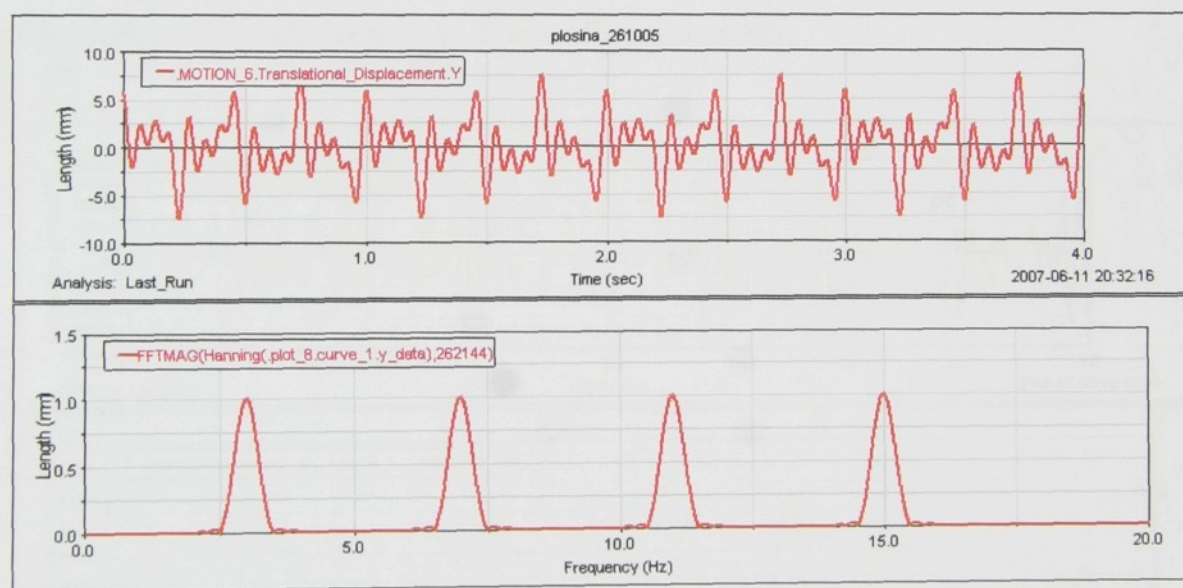
Obr.4.36p: Složka zrychlení Y hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT



Obr.4.37p: Složka zrychlení Z hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT

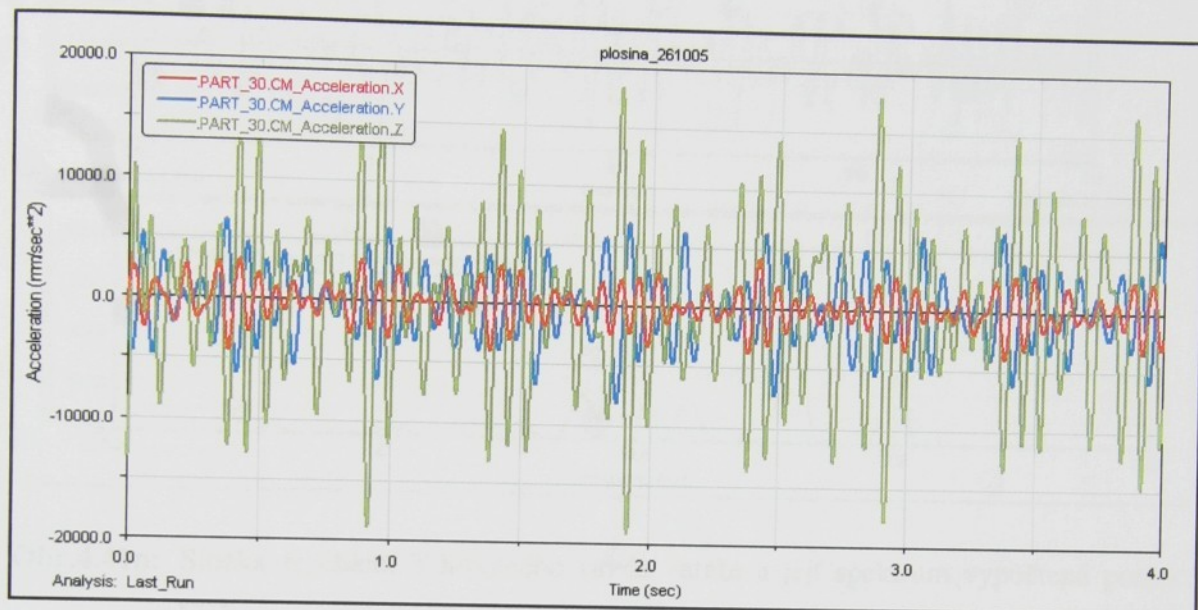


Obr.4.37p: Průběh budícího signálu Y_1 a jeho spektrum vypočtené pomocí FFT

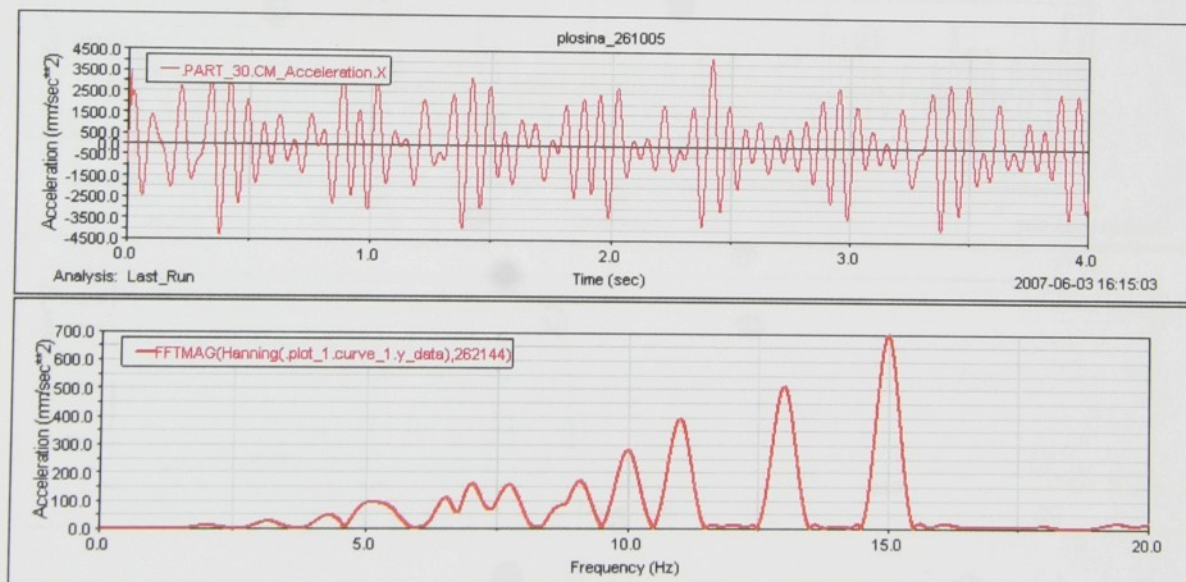


Obr.4.38p: Průběh budícího signálu Y_2 a jeho spektrum vypočtené pomocí FFT

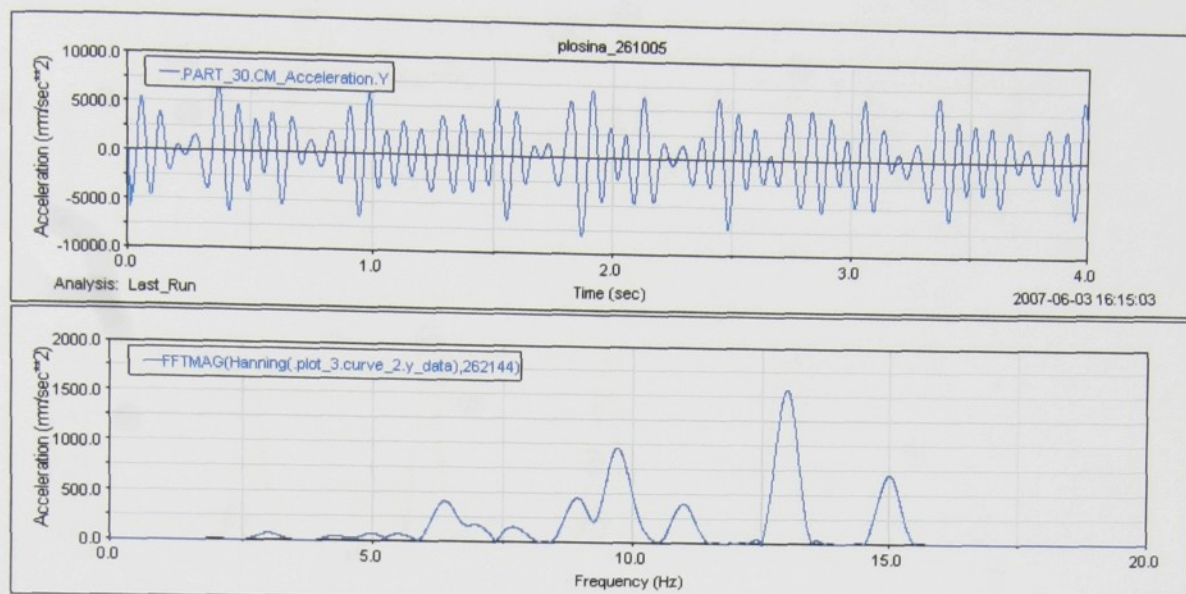
Směr buzení Z - definice budících účinků viz tabulka 6.6



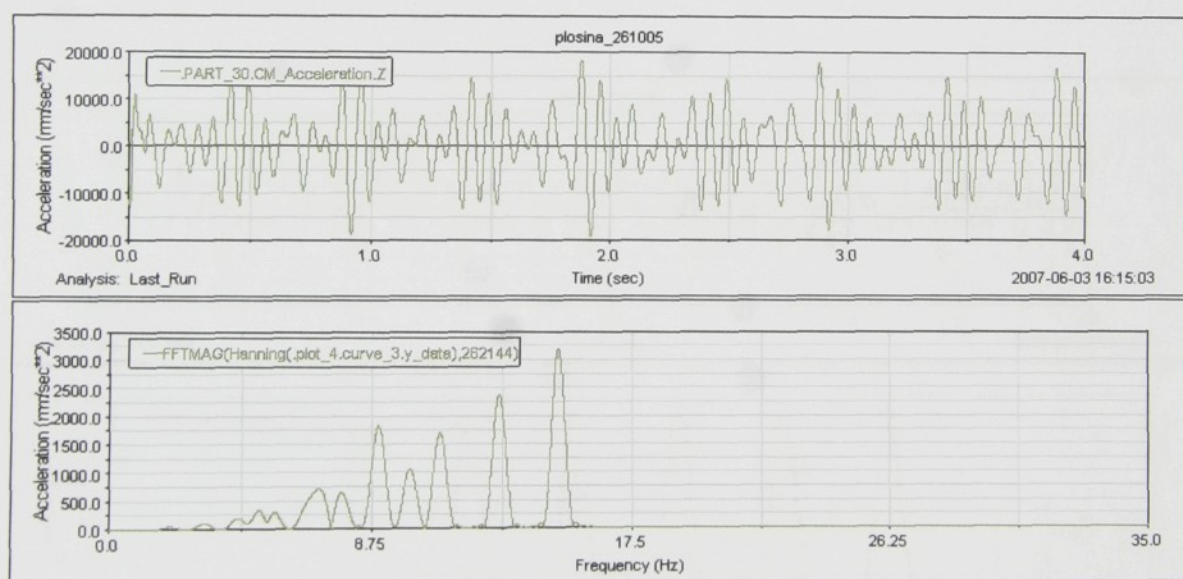
Obr.4.39p: Složky zrychlení X, Y, Z hmotného středu zátěže



Obr.4.40p: Složka zrychlení X hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT



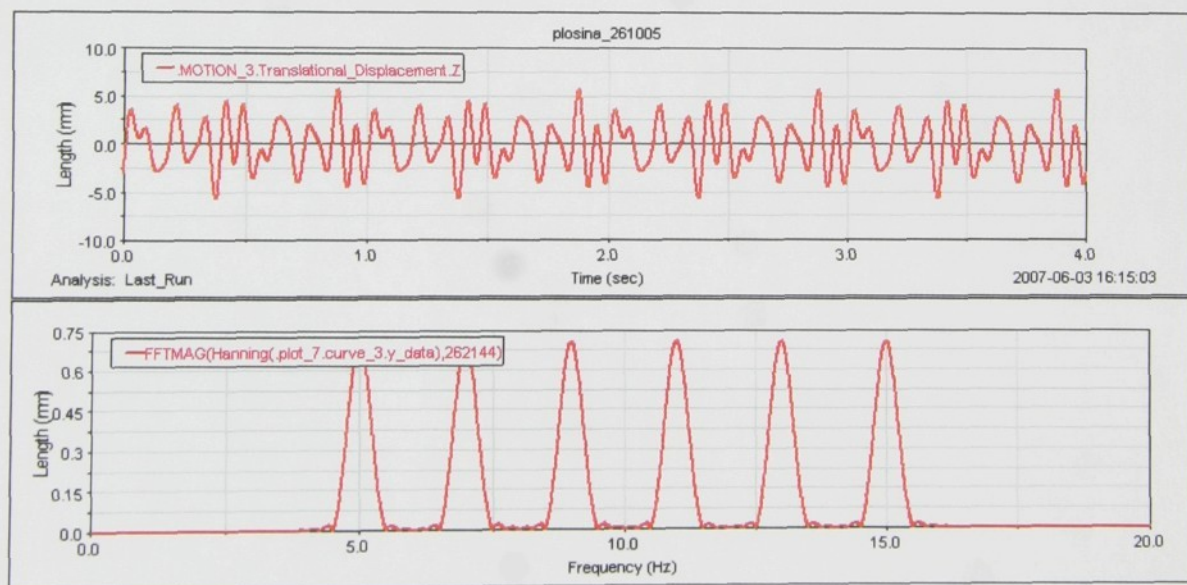
Obr.4.41p: Složka zrychlení Y hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT



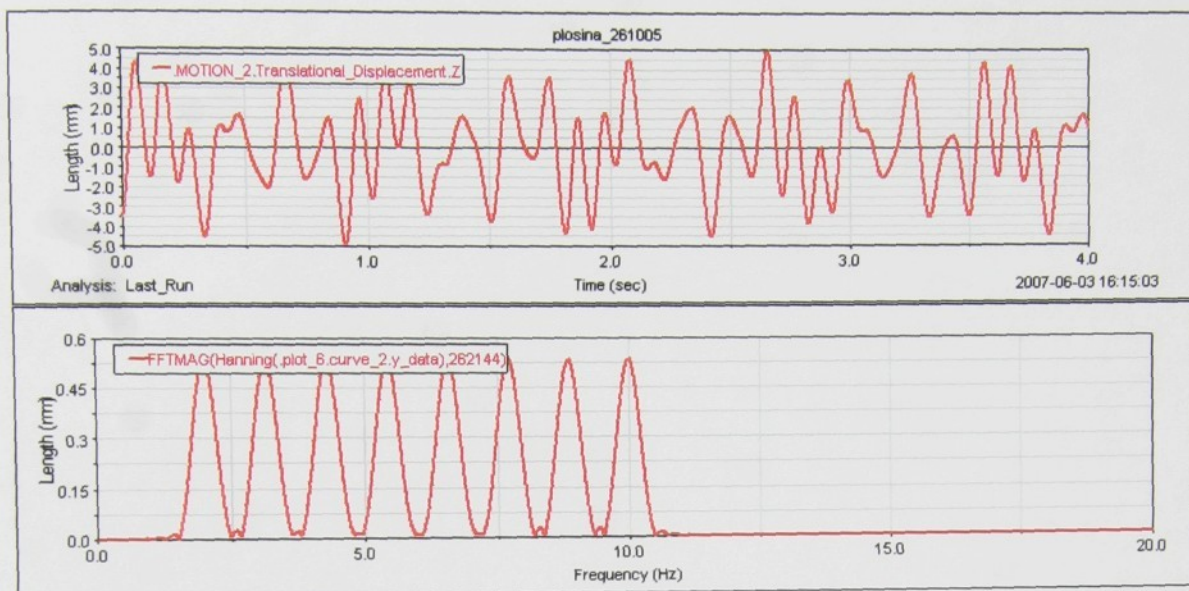
Obr.4.42p: Složka zrychlení Z hmotného středu zátěže a její spektrum vypočtené pomocí FFT



Obr.4.43p: Průběh budícího signálu Z_1 a jeho spektrum vypočtené pomocí FFT



Obr.4.44p: Průběh budícího signálu Z_2 a jeho spektrum vypočtené pomocí FFT



Obr.4.45p: Průběh budícího signálu Z_3 a jeho spektrum vypočtené pomocí FFT