



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní
a pedagogická



NÁVRH A REALIZACE ÚLOHY PRO FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM - ELEKTRICKÝ REZONANČNÍ OBVOD

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

STUDIJNÍ PROGRAM: FYZIKA

STUDIJNÍ OBOR: FYZIKA SE ZAMĚŘENÍM NA VZDĚLÁVÁNÍ

Autor práce
Vedoucí práce

Roman Jörka
Mgr. Stanislav Panoš, Ph.D.

POČET STRAN TEXTU	49
POČET OBRÁZKŮ	21
POČET TABULEK	8
POČET PŘÍLOH	1

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Roman Jörka**
Osobní číslo: **P10000246**
Studijní program: **B1701 Fyzika**
Studijní obory: **Tělesná výchova se zaměřením na vzdělávání**
Fyzika se zaměřením na vzdělávání
Název tématu: **Návrh a realizace úlohy pro fyzikální praktikum - Elektrický rezonanční obvod**
Zadávací katedra: **Katedra fyziky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

1. Teoretický rozbor úlohy
2. Konstrukce a výroba úlohy
3. Zpracování návodu pro studenty
4. Ověření úlohy v praxi
5. Vyhodnocení a případná korekce návodu

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

KOPAL, A., a j.p. Fyzika 1. Liberec: TUL, 2009

KOPAL, A., a j.p. Fyzika 2. Liberec: TUL, 2008

Sedlák, B., Štoll, I., Elektřina a magnetismus. Praha: Academia, 1993

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J. Fyzika: část 1, Mechanika. Praha: Prometheus, 2000

Machonský, L., Burianová, L., Čmelík, M. Fyzikální laboratoře. Liberec: TUL, 2007

Brož, J. a kol. Základy fyzikálních měření I.. Praha: SPN, 1983

Brož, J. a kol. Základy fyzikálních měření II.. Praha: SPN, 1974

Vedoucí bakalářské práce:

Mgr. Stanislav Panoš, Ph.D.

Katedra fyziky

Datum zadání bakalářské práce: **29. dubna 2012**

Termín odevzdání bakalářské práce: **29. dubna 2013**



doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.

děkan

L.S.



prof. Ing. Karel Vokurka, DrSc.

vedoucí katedry

V Liberci dne 29. dubna 2012

Čestné prohlášení

Název práce: Návrh a realizace úlohy pro fyzikální praktikum - Elektrický rezonanční obvod

Jméno a příjmení autora: Roman Jörka

Osobní číslo: P00000246

Byl/a jsem seznámen/a s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména § 60 – školní dílo.

Prohlašuji, že má bakalářská práce je ve smyslu autorského zákona výhradně mým autorským dílem.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval/a samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Prohlašuji, že jsem do informačního systému STAG vložil/a elektronickou verzi mé bakalářské práce, která je identická s tištěnou verzí předkládanou k obhajobě a uvedl/a jsem všechny systémem požadované informace pravdivě.

V Liberci dne: 23. 04. 2013

Roman Jörka

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu Mgr. Stanislavu Panošovi, Ph.D., za rady, připomínky a čas, který mé práci věnoval. Dále bych chtěl také poděkovat svým rodičům a celé rodině za podporu při studiu.

Anotace

Práce se zabývá popisem a problematikou školních laboratorních úloh pro práci s elektrickými obvody, a to konkrétně RLC obvodů. Dále pak práce obsahuje návrh a realizaci samotné úlohy pro sestavení a chování RLC obvodů. Úloha je sestavena tak, aby zájemcům ukázala, jak se obvod chová při zapojení sériovém a paralelním, kdy při obou těchto zapojení zkoumají jednotlivé vlastnosti obvodu a dále zkoumají, jak se v závislosti na odporu mění rezonanční křivka obou zapojení.

Klíčová slova: rezonance, rezonanční křivka, rezonanční frekvence, kapacita, indukce, odpor, cívka, kondenzátor, impedance, činitel jakosti.

Annotation

This thesis takes interest in describing a problematics of school laboratory experiments for work with electric circuits, in this case RLC circuits. In addition the thesis contains design and realization of the exercise for setting up and behavior of RLC circuits. The exercise is designed to show the student how the circuit behaves in serial or parallel connection, while in both of which they study the properties of the circuit and the relation between the resistance and the resonance curve of both settings.

Keywords:

resonance, resonance curve, resonance frequency, capacity, induction, resistance, coil, condensator, impedance, quality coefficient

Obsah

1	ÚVOD	13
2	ZÁKLADNÍ PRVKY ELEKTRICKÝCH OBVODŮ	14
2.1	Teorie elektroniky, ideální a reálné prvky	14
2.1.1	Ideální rezistor	14
2.1.2	Ohmův zákon.....	15
2.1.3	Reálné rezistory	15
2.1.4	Ideální kondenzátor	18
2.1.5	Reálné kondenzátory	19
2.1.6	Ideální cívka	22
2.1.7	Reálné cívky	23
3	JEDNODUCHÉ RLC ČLÁNKY.....	26
3.1	Sériový rezonanční obvod.....	26
3.1.1	Děj aperiodický	27
3.1.2	Děj kvaziperiodický.....	28
3.1.3	Děj na mezi periodicity.....	28
3.1.4	Impedance sériového obvodu	28
3.2	Paralelní RLC obvod.....	30
3.2.1	Rezonance v paralelním RLC obvodu	32
4	PRAKTICKÁ UKÁZKA A ZADÁNÍ KONKRÉTNÍHO PŘÍKLADU MĚŘENÍ ZAŘAZENÉ DO VÝUKY FYZIKÁLNÍHO PRAKTIKA	33
4.1	Příprava a teorie k měření obvodu RLC	34

4.1.1	Potřeby.....	34
4.1.2	Pracovní úkol.....	34
4.1.3	Teorie.....	35
4.1.4	Pracovní postup	38
4.1.5	Výsledky a tabulky	39
4.1.6	Grafy z měření RLC	44
5	ZÁVĚR.....	46

Seznam obrázků

Obrázek 1: Volt-ampérová charakteristika ideálního rezistoru	14
Obrázek 2: Měření napětí a proudu procházejícího lineárním rezistorem.....	15
Obrázek 3: Ukázka různých rezistorů.....	17
Obrázek 4: Model zapojení reálného rezistoru	17
Obrázek 5: Schematická značka kondenzátoru	18
Obrázek 6: Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu	19
Obrázek 7: Model reálného kondenzátoru	20
Obrázek 8: Ukázka různých reálných kondenzátorů	22
Obrázek 9: Schematické značky cívky	22
Obrázek 10: Ideální cívka v obvodu střídavého napětí.....	23
Obrázek 11: Model reálné cívky.....	24
Obrázek 12: Ukázka různých reálných cívek	25
Obrázek 13: Schéma sériového rezonančního obvodu	26
Obrázek 14:Fázorový diagram sériového rezonančního obvodu	26
Obrázek 15: Ideální paralelní RLC obvod.....	30
Obrázek 16: Fázorový diagram pro celkový proud I.....	31
Obrázek 17: Závislost jednotlivých veličin na frekvenci	32
Obrázek 18: Ukázka zapojení a realizace úlohy RLC obvodu	34
Obrázek 19: Sériový RLC obvod.....	35

Obrázek 20: Paralelní schéma zapojení	35
Obrázek 21: Fázový diagram sériového obvodu	36

Seznam tabulek

Tabulka 1: Základní hodnoty prvků a vypočítaná hodnota rezonanční frekvence	39
Tabulka 2: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení	40
Tabulka 3: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení	40
Tabulka 4: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení	41
Tabulka 5: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení	41
Tabulka 6: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení	42
Tabulka 7: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení	42
Tabulka 8: Výsledky impedance v rezonanci pro tři zadané rezistory a výsledek činitele jakosti obvodů	43

Seznam grafů

Graf 1: Graf závislosti proudu na frekvenci u sériového RLC obvodu	44
Graf 2: Graf závislosti napětí na frekvenci u paralelním RLC obvodu	44
Graf 3: Graf závislosti impedance na frekvenci u sériového RLC obvodu	45
Graf 4: Graf závislosti impedance na frekvenci u paralelního RLC obvodu.....	45

Seznam použitých symbolů a zkratek

V-A charakteristika - volt-ampérová charakteristika

u	Efektivní hodnota napětí	[V]
U	Elektrické napětí	[V]
R	Elektrický odpor	[Ω]
I	Elektrický proud	[A]
i	efektivní hodnota proudu	[A]
ε_0	Permitivita vakua	[F·m ⁻¹]
ε_r	Relativní permitivita	[F·m ⁻¹]
t	Čas	[s]
S	Plocha	[m ²]
q	Náboj	[C]
l	Vzdálenost mezi deskami	[m]
π	Ludolfovo číslo	-
C	Kapacita	[F]
L	Indukčnost	[H]
X_C	Kapacitní reaktance	[Ω]
X_L	Indukční reaktance	[Ω]
ω	Úhlová frekvence	[s ⁻¹]
f_0	Rezonanční frekvence	[Hz]
f	Frekvence	[Hz]
Z	Impedance	[Ω]
Y	Admitance	[Ω^{-1}]
Q	Činitel jakosti	-

1 Úvod

V současné době vynakládají školské systémy velké úsilí přilákat studenty a žáky ke studiu technických oborů, kde každoročně dochází ke značenému snižování počtu uchazečů. Odborníci proto přicházejí s nápady, jak nalákat mladé lidi ke studiu. Jednou takovou vizí je znázornění složitého světa kolem nás pomocí jednoduchých příkladů a pokusů, které si mohou sami studenti a žáci vyzkoušet v praktických hodinách probíhajících přímo v laboratořích. Především se tato problematika týká předmětů z fyzikálního, matematického a v neposlední řadě chemického poznávání světa. Velké množství žáků a studentů se obává především fyziky, zejména pak témat jako jsou elektřina a magnetismus.

Cílem této bakalářské práce je zaměřit se na přípravu a realizaci vybrané kapitoly z fyziky, která se zabývá problematikou RLC obvodů. Kvůli řádnému porozumění chování takového obvodu, je nutné nejprve poznat vlastnosti jednotlivých prvků, které jsou v obvodu použity. Na tyto konkrétní členy obvodu je nutno nahlížet jako na jednotlivé části, které mají svoje fyzikální a chemické vlastnosti, a pro každý tento element platí jiné zákonitosti. Nelze však zapomenout, že vlastnosti prvků se mohou lišit už jen v principu zapojení. Pro lepší pochopení, jak dané prvky v obvodech fungují, budou vysvětleny jejich základní vlastnosti v ideálním stavu a poté budou tyto vlastnosti porovnány s chováním reálných součástek.

Aby bylo možné vysvětlit, jak se RLC obvod chová a jaká pravidla zde fungují, je nutné pro začátek zanedbat všechny vnější vlivy, které obvod ovlivňují a vysvětlit si chování takového obvodu v ideálním případě. Na základě těchto vlastností a vlastností, které jsou známy o reálných prvcích, je nezbytné si uvědomit, jaké bude mít obvod s těmito členy základní znaky.

Hlavním cílem této práce je, aby realizace obvodu a řešení pracovního úkolu žáky a studenty byla co nejefektivnější. A také se naučili aplikovat výše uvedené znalosti o obvodu v praxi a zkusili si sestavit a proměřit obvod vlastními silami.

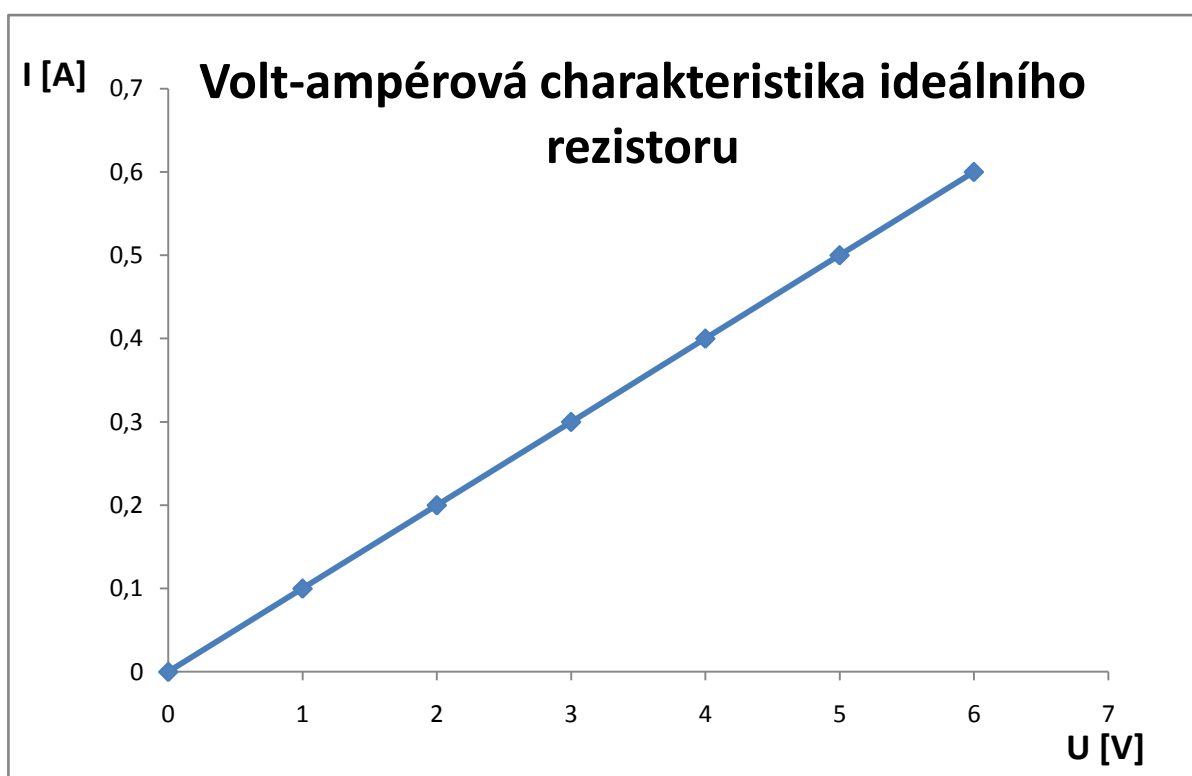
2 Základní prvky elektrických obvodů

2.1 Teorie elektroniky, ideální a reálné prvky

2.1.1 Ideální rezistor

Ideální rezistor je pasivní jednobran a v obvodu má definovanou hodnotu rezistivity. Rezistor je charakterizován rovnicí $I = f(u)$, případně inverzní funkcí $U = \varphi(I)$, kde nám první vztah určuje závislost proudu na napětí, druhý vztah nám určuje, jak se mění napětí na rezistoru v závislosti na velikosti protékajícího proudu.

Závislost napětí na proudu můžeme znázornit graficky pomocí volt-ampérové charakteristiky (dále jen V-A charakteristika). Strmost V-A charakteristiky nám určuje velikost odporu. Čím menší je odpor, tím je charakteristika strmější.



Obrázek 1: Volt-ampérová charakteristika ideálního rezistoru

Při změně proudu (I) se změni napětí (U) vždy tak, aby vzniklý bod ležel na dané charakteristice.

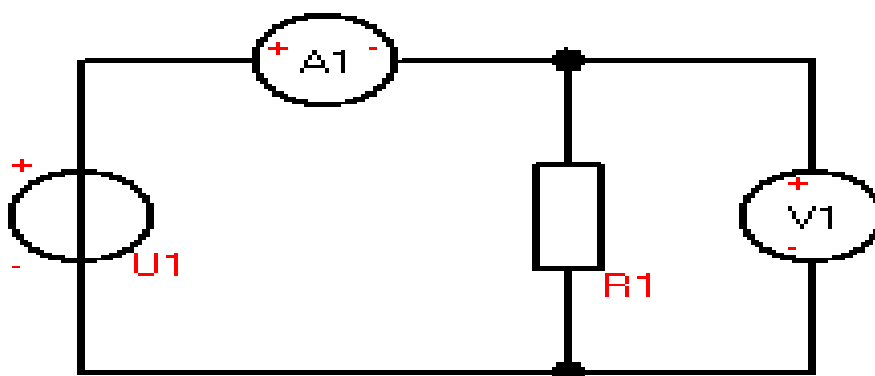
Základní vlastností ideálního rezistoru je, že se v něm elektrická energie proměňuje na teplo. A proto každý rezistor spotřebovává energii. Jestliže proud protékající materiálem je přímo úměrný velikosti napětí na koncových svorkách, potom je tento materiál tzv. ohmický a platí pro něj Ohmův zákon.

2.1.2 Ohmův zákon

Ohmův zákon popisuje chování elektrického odporu u lineárních prvků elektrického obvodu. Určuje, že proud procházející vodičem z jednoho jeho konce do druhého, je přímo úměrný rozdílu elektrických potenciálů na uvažovaných koncích vodiče a nepřímo úměrný rezistivitě mezi uvažovanými konci vodiče. Charakteristická rovnice ideálního lineárního rezistoru má tvar

$$U = \varphi(I) = RI, \quad (1)$$

kde konstanta R má význam odporu rezistoru.



Obrázek 2: Měření napětí a proudu procházejícího lineárním rezistorem

2.1.3 Reálné rezistory

Reálné rezistory mají svůj činný odpor, ale projevuje se u nich vlastní kapacita a indukčnost, kterou u ideálních rezistorů zanedbáváme.

Reálné rezistory jsou teplotně závislé a vlastnosti rezistoru podléhají vlivům vnějšího prostředí a stárnutí. Hlavní vlastnosti rezistoru jsou určeny typem odporového materiálu, konstrukčním uspořádáním, rozměry, povrchovou úpravou apod.

Reálné rezistory proto můžeme rozdělit do několika skupin. Mezi hlavní hlediska rozdělení rezistorů je možné zařadit podle následující struktury:

- Možnosti změny velikosti odporu - neproměnné (pevné)
 - proměnné
- Technologie výroby
 - drátové
 - vrstvé
 - fóliové
 - z pásu odporového materiálu
- Podle způsobu montáže
 - pro klasickou montáž
 - montáž zasunutí do patice
 - pro speciální druhy montáže
- Podle výkonové zatížitelnosti
 - pro malé, střední a velké výkony
- Podle hlediska napětového
 - nízkonapětové
 - vysokonapětové (nad 1kV)
- Podle velikosti odporu
 - normální rozsah velikosti odporu
 - s nulovým odporem (tzv. propojky)
 - vysoko-ohmové (nad $10^9\Omega$)
 - nízko-ohmové (cca jednotky ohmů a menší)
- Teplotní závislosti
 - teplotně závislé
 - teplotně stabilní
 - s normální teplotní závislostí
- Další hlediska dělení jsou přesnost, konstrukce, dlouhodobá stabilita a speciální rezistory.

Je patrné, že reálné rezistory mají mnoho provozních parametrů, které nás zajímají kvůli vlastnostem obvodu. Nejdůležitější z provozních charakteristik jsou zejména:

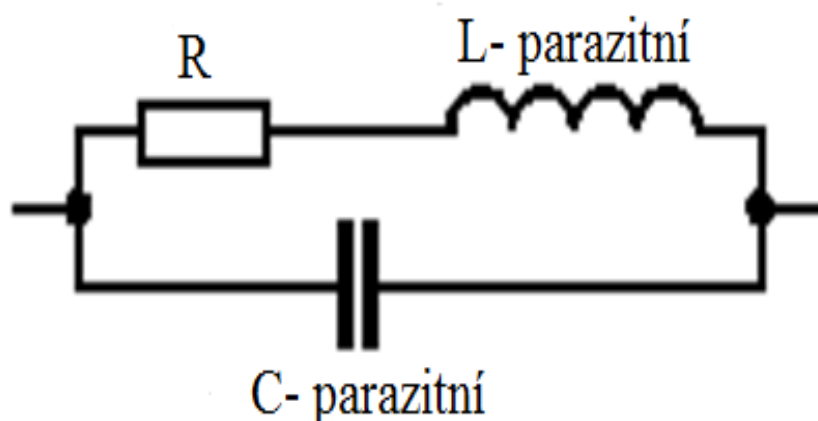
- Jmenovitý odpor, který nám udává hodnotu odporu z deklarované řady.
- Tolerance - tato veličina se udává v % a určuje, jak se může lišit maximální nebo minimální hodnota odporu od skutečné velikosti.
- Typ rezistoru - viz přehled výše.
- Materiál - materiál, z jakého je rezistor vyroben, př. NiCr, slitina mědi a niklu,...

- Teplotní koeficient elektrického odporu - tento parametr nám udává největší poměrnou změnu odporu rezistoru při změně teploty o 1 °C.
- Maximální šum - je šum, který vzniká při zatížení stejnosměrným elektrickým proudem a jeho velikost je závislá na velikosti přiloženého stejnosměrného napětí.



Obrázek 3: Ukázka různých rezistorů

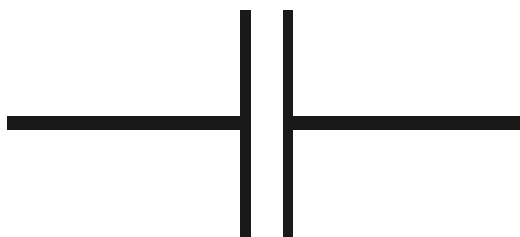
Pro znázornění parazitních vlastností a parametrů reálných rezistorů v řešení elektrických obvodů nahrazujeme model rezistoru tzv. náhradním obvodem, jenž se skládá z rezistoru, cívky, která určuje indukčnost odporové vrstvy, a kondenzátoru, jenž nám představuje parazitní kapacity v rezistoru. Podle obrázku 4.



Obrázek 4: Model zapojení reálného rezistoru

2.1.4 Ideální kondenzátor

Kondenzátor je elektronická součástka, která má schopnost po určitý časový interval hromadit a udržet (akumulovat) elektrický náboj a v jiném časovém intervalu jej dodat zpět do obvodu. V elektrických obvodech ho označujeme písmenem C. Schematickou značkou jsou dvě svislé čáry, které nám symbolizují desky kondenzátoru viz obrázek č. 5.



Obrázek 5: Schematická značka kondenzátoru

Hlavní vlastnosti kondenzátoru jsou vyjádřeny ve vztahu mezi napětím U, přiloženým na jeho desky, a nábojem Q, který je při daném napětí kondenzátor schopen pojmout. Proto platí

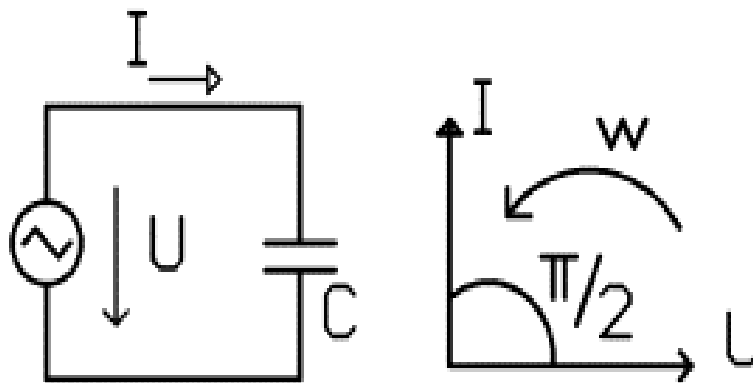
$$Q = f(U), \text{ případně } U = \varphi(Q).$$

Kondenzátor se skládá ze dvou metalických nejčastěji kovových elektrod o ploše S, které jsou vzájemně odizolovány pomocí nevodivého dielektrického materiálu o tloušťce l a permitivitě ϵ . Proto kapacita kondenzátoru závisí pouze na ploše desek, jejich vzdálenosti a na jakosti dielektrika podle vztahu

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{l}, \quad (2)$$

kde ϵ_0 znázorňuje permitivitu vakua ($\epsilon_0 = 8,854187818 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$) a ϵ_r je tzv. relativní permitivita, která je určena vlastností materiálu.

Proud procházející kondenzátorem v obvodu se střídavým proudem předbíhá napětí na kondenzátoru o $\pi/2$.



Obrázek 6: Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu

U kondenzátoru v obvodech se střídavým proudem vzniká kapacitní reaktance, kterou označujeme X_C , je to zdánlivý odpor součástky proti průchodu střídavého elektrického proudu dané frekvence. Čím je větší frekvence, tím je kapacitní reaktance menší. Kapacitní reaktanci vypočítáme podle vztahu:

$$X_C = \frac{1}{2\pi C f}, \text{ nebo } X_C = \frac{1}{\omega C}, \text{ kde} \quad (3)$$

kapacita cívky C má jednotku farad [F] a ω [s^{-1}] je úhlová frekvence.

Permitivita

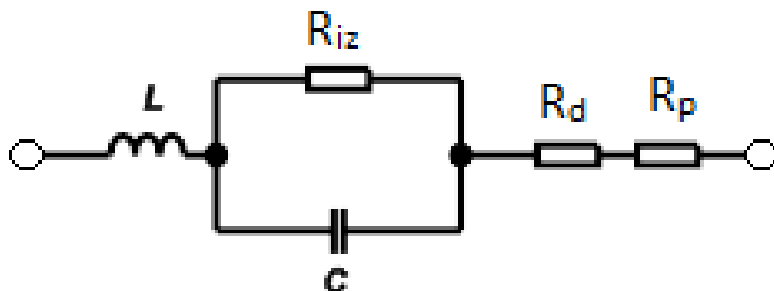
Jedním ze základních parametrů dielektrika je tzv. permitivita ϵ . Hlavním významem permitivity je, že charakterizuje vliv elektrického pole na elektrický stav dielektrika. Čím je větší polarizovatelnost materiálu, tím je vyšší hodnota permitivity.

Relativní permitivita ϵ_r je bezrozměrná konstanta, která vyjadřuje kolikrát má materiál permitivitu větší, než je permitivita vakua, tedy kolikrát je větší polarizovatelnost dielektrika než polarizovatelnost vakua.

2.1.5 Reálné kondenzátory

Základní vlastnost reálných kondenzátorů je, že dokážou hromadit elektrický náboj, jako je tomu u ideálních kondenzátorů. Avšak na rozdíl od ideálních kondenzátorů

vykazují reálné kondenzátory několik nepříhodných vlastností, které nelze při návrhu elektrických obvodů zanedbat. Proto se model reálného kondenzátoru zapojuje podle obrázku č. 7.



Obrázek 7: Model reálného kondenzátoru

Z obrázku je patrné, že rezistor R_d určuje ztráty v dielektriku a povrchové izolační vrstvě, tento rezistor je kmitočtově závislý.

R_p je odpor elektrod, přívodních vodičů a odpor vyvolaný povrchovým jevem.

R_{iz} je izolační odpor dielektrika.

C je kapacita kondenzátoru.

L je ekvivalentní sériová indukčnost, což znamená indukčnost desek a přívodů kondenzátoru.

U reálného kondenzátoru je patrné, že dochází ke ztrátám, které vznikají při průchodu elektrického proudu a projevují se zahřátím dielektrika kondenzátoru. U reálných kondenzátorů vzniká parazitní fázový posuv mezi napětím a proudem, který je kmitočtově závislý. Z výše uvedeného schématu je patrné, že reálný kondenzátor se chová jako sériový rezonanční obvod. Z tohoto důvodu je nutné, aby kondenzátor pracoval v kmitočtové oblasti. Tato oblast musí být nižší než rezonanční kmitočet, který vypočítáme pomocí Thomsonova vztahu

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (4)$$

tento vztah je dále odvozen v teorii měření. Stejně jako u reálných rezistorů, tak i u reálných kondenzátorů rozlišujeme tzv. provozní parametry kondenzátoru, které jsou:

- **Jmenovitá kapacita** - je to výrobcem udávaná velikost kapacity vybraného kondenzátoru s určitou třídou přesnosti.
- **Tolerance kapacity kondenzátoru** - největší možná kladná, či záporná odchylka kapacity kondenzátoru udávaná v % výrobcem, podle třídy přesnosti.
- **Teplotní součinitel kapacity** - tato veličina je udávána pro určité rozmezí teplot. Určuje poměrnou změnu kapacity při teplotní změně 1 °C.
- **Izolační odpor** - je stejnosměrný odpor naměřený mezi vývody kondenzátoru při teplotě 20°C. Do tohoto odporu zahrnujeme odpor dielektrika a izolační vrstvy, která tvoří obal kondenzátoru. Velikost odporu je zpravidla jednotky až stovky GΩ. Důležitou vlastností je, že velikost odporu se ze vzrůstající teplotou zmenšuje.
- **Dielektrická absorpce** - je to nežádoucí veličina, která vykazuje určitou velikost elektrického náboje u vybitého kondenzátoru. Tuto veličinu musíme brát v patrnosti u přesných analogových aplikací. Reálné kondenzátory rozdělujeme především podle typu použitého dielektrika. Dielektrikum určuje vlastnosti kondenzátoru a především vhodnost jeho použití pro určité aplikace. Reálné kondenzátory proto můžeme rozdělit podle použitého dielektrika:
 - vzduchové
 - s papírovým dielektrikem
 - s metalizovaným dielektrikem
 - s dielektrikem z plastů
 - slídové
 - keramické
 - s dielektrikem ze skla
 - silikonové
 - elektrolytické

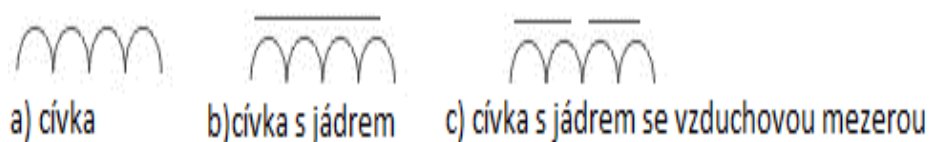


Obrázek 8: Ukázka různých reálných kondenzátorů

Toto rozdělení není konečné a reálné kondenzátory můžeme rozdělit do podskupin podle použitého materiálu v dané skupině.

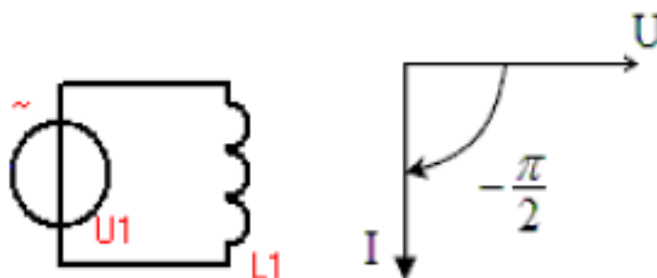
2.1.6 Ideální cívka

Ideální cívka je elektronická součástka, která má schopnost udržet v sobě v určitém okamžiku nahromaděnou elektrickou energii a v jiném okamžiku ji ze sebe vydat. Proto cívka patří mezi akumulární obvodové prvky. Schematická značka cívky může být trojí a označuje buď cívku bez jádra, cívku s jádrem a nebo cívku s jádrem se vzduchovou mezerou viz obrázek č. 9.



Obrázek 9: Schematické značky cívky

Základní uspořádání cívky neboli induktoru spočívá ve vytvoření N závitů vodiče kolem jádra, kterým může být vzduch, popřípadě nemagnetický materiál nebo magneticky vodivý materiál o permeabilitě μ . Cívka se ve stejnosměrných obvodech chová podobně jako vodič. A v obvodech má definovanou hodnotu indukčnosti L . Proud procházející cívkou v obvodu se střídavým napětím se zpožďuje o $\pi/2$ za napětím na cívce podle obrázku č.10.



Obrázek 10: Ideální cívka v obvodu střídavého napětí

U ideální cívky ve střídavých obvodech vzniká tzv. indukční reaktance, která je závislá na frekvenci. Čím větší frekvence, tím je reaktance větší podle vztahu

$$X_L = 2\pi fL = \omega L. \quad (5)$$

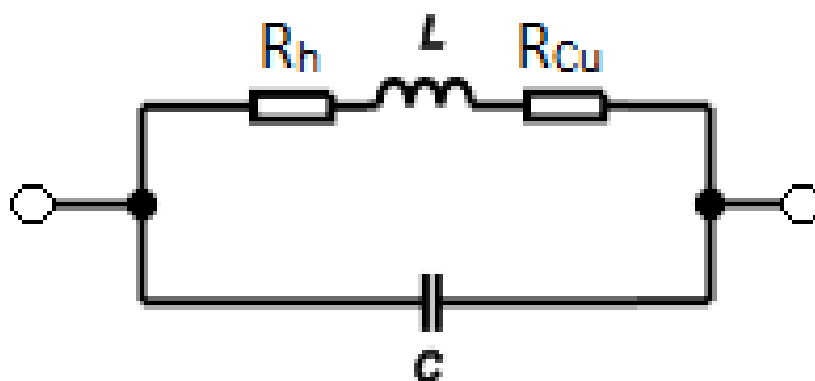
Indukční reaktance X_L má základní jednotku ohm $[\Omega]$ a značí imaginární část impedance součástky. Reaktance indukčního charakteru můžeme též nazývat induktance.

2.1.7 Reálné cívky

Hlavní vlastnosti reálných cívek jsou identické s ideálními cívkami. Jsou zde ovšem další vlivy, které reálnou cívku ovlivňují a nemůžeme je pro realizaci obvodů úplně zanedbat. Tyto vlivy jsou:

- odpor vinutí cívky
- vlastnosti magnetického materiálu jádra cívky
- geometrické uspořádání cívky
- závislost na vlivech vnějšího prostředí

Reálnou cívku můžeme znázornit pomocí náhradního schématu zapojení a to podle obrázku č.11.



Obrázek 11: Model reálné cívky

- C** - parazitní kapacita mezi závity vinutí cívky
- R_{Cu}** - odpor vinutí cívky
- R_h** - odpor zahrnující ztráty vzniklé hysterezí, povrchovým jevem a vířivými proudy
- L** - vlastní indukčnost cívky

Parametry, které nás u reálných cívek zajímají, jsou:

- **Jmenovitá hodnota indukčnosti** - udává nám pro určitý kmitočet hodnotu vlastní indukčnosti reálné cívky.
- **Tolerance** - největší možná kladná, či záporná odchylka jmenovité hodnoty indukčnosti udávaná v % výrobcem, podle třídy přesnosti.
- **Teplotní koeficient indukčnosti**
- **Časová stabilita indukčnosti**
- **Maximální hodnota stejnosměrného odporu**
- **Jmenovité napětí** - určuje maximální hodnotu napětí, aby nedošlo k porušení izolace vodiče cívky.
- **Rozsah provozních teplot**

- **Jmenovitý proud-** velikost stejnosměrného proudu, který může cívkou protékat, aniž by došlo k nevratným změnám parametrů cívky.



Obrázek 12: Ukázka různých reálných cívek

Materiály používané pro jádra cívek

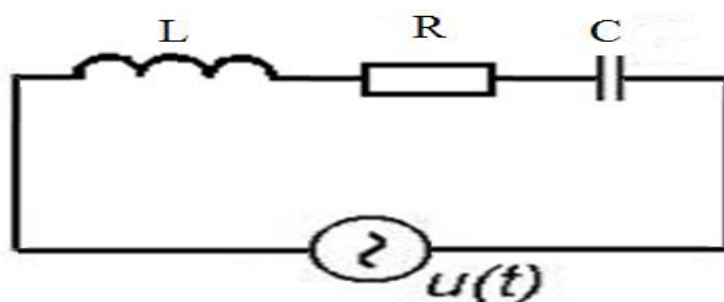
Mezi základní materiály, které používáme jako jádra cívek, jsou vzduch a magneticky měkké materiály. Seznam nejčastěji používaných materiálů pro jádra cívek:

- železo
- nízkouhlíkaté oceli
- křemíkové oceli
- slitiny NiFe
- slitiny Fe-Co
- slitiny Al -Fe
- slitiny Al-Si-Fe
- magneticky měkká keramika
- amorfni materiály

3 Jednoduché RLC články

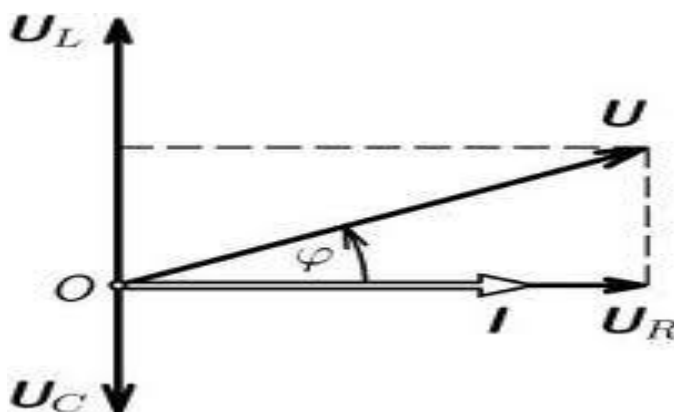
3.1 Sériový rezonanční obvod

Sériový rezonanční obvod, nebo také RLC obvod, je obecně tvořen ideálním zdrojem střídavého napětí, ideálním rezistorem o odporu R , ideálním kondenzátorem s kapacitou C a ideální cívku s indukčností L .



Obrázek 13: Schéma sériového rezonančního obvodu

Kvůli sériovému zapojení protéká všemi prvky obvodu stejný proud I , ale napětí na jednotlivých prvcích se liší, jak svoji hodnotou, tak i vzájemnou fází. Napětí na odporu U_R má stejnou fázi jako proud, napětí na kondenzátoru U_C se oproti proudu zpožďuje a napětí na cívce U_L proud předbíhá. Toto chování rezonančního obvodu vystihneme nejlépe fázorovým diagramem, viz obrázek č. 14.



Obrázek 14: Fázorový diagram sériového rezonančního obvodu

Pomocí výše uvedených skutečností vyšetříme vlastnosti rezonančního obvodu. Pomocí aplikace 2. Kirchhoffova zákona, který říká že "Součet úbytku napětí

na spotřebičích (v našem případě na prvcích obvodu R, L a C) se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná součtu elektromotorických součtů zdrojů v této části obvodu." [2]

Díky výše uvedené znalosti můžeme chování obvodu na obrázku č.14 popsat vztahem:

$$U_R(t) + U_L(t) + U_C(t) = U_0 \quad (6)$$

Po dosazení za jednotlivé části napětí dostaneme vztah pro výpočet přechodového děje:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = U_0 \quad (7)$$

Pomocí derivace této rovnice dostaneme diferenciální rovnici druhého řádu.

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} = 0, \quad (8)$$

Rovnice (8) je potom výchozím vztahem pro řešení přechodových dějů sériového obvodu, kde $i(t)$ je proud závislý na čase protékající obvodem [A] a U_0 je velikost napětí napájecího zdroje připojeno k obvodu. Vzhledem k časové závislosti proudu protékajícího obvodem je důležité, v jakém bodě periody elektromagnetického napětí je zdroj k obvodu připojen. Pomocí řešení výše uvedené rovnice můžeme definovat, kdy nastává tzv. děj aperiodický, kvaziperiodický a děj na mezi periodicity.

3.1.1 Děj aperiodický

Pokud je velká hodnota rezistoru v sériovém RLC obvodu, tak rezistor neumožní zakmitání obvodu. Aby obvod pracoval v aperiodickém režimu, musí být splněna podmínka

$$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (9)$$

Při aperiodickém ději se proudy a napětí postupně asymptoticky přibližují k ustáleným hodnotám. Čím bude větší rezistor R, tím bude delší časová konstanta a přechodový děj bude trvat déle.

3.1.2 Děj kvaziperiodický

Je to děj, při kterém velikost odporu R zmenšíme pod tzv. hodnotu kritického odporu R_0 . Bude tedy platit

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10)$$

Obvod bude kmitat tlumenými periodickými kmity. Za předpokladu, že by byla hodnota odporu R nulová, což se lze domnívat jen teoreticky, potom by obvod po vybuzení kmital netlumenými kmity nekonečně dlouho. Pokud nám tedy klesne hodnota rezistoru pod kritickou mez, poroste doba ustálení přechodového děje a klesne činitel tlumení obvodu.

3.1.3 Děj na mezi periodicity

Jestliže hodnota rezistoru R bude rovná hodnotě tzv. kritického odporu R_0 podle vztahu

$$R = R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (11)$$

potom bude obvod pracovat na mezi periodicity. To znamená, že průběhy přechodných jevů se zkrátí na minimum a proběhnou v nejkratším možném čase. Kritický odpor R_0 udává poměr amplitud napětí a proudu v obvodu bez tlumení. Všechny veličiny obvodu se opět bez oscilací asymptoticky blíží ke svým ustáleným hodnotám. Ustálení veličin trvá nejkratší možnou dobu, čehož se v praxi velmi často využívá. Mluvíme o kritickém tlumení obvodu.

3.1.4 Impedance sériového obvodu

Impedanci Z sériového RLC obvodu pro daný kmitočet harmonického signálu vypočítáme tak, že si zavedeme pro cívku i kondenzátor tzv. "zdánlivé" odpory. "Zdánlivý" odpor pro cívku se jmenuje indukční reaktance X_L a platí vztah

$$X_L = 2\pi fL = \omega L \quad (12)$$

a "zdánlivý" odpor kondenzátoru nazýváme kapacitní reaktance X_C , tu řešíme pomocí vztahu:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (13)$$

Podle obrázku č. 14 je patrné, že pro výpočet efektivní hodnoty výsledného napětí U je možno využít Pythagorovu větu a tedy výsledný vztah zapsat takto

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2. \quad (14)$$

Zásadou zavedeným vztahům pro "zdánlivé" odpory cívky a kondenzátoru můžeme dosadit do rovnice výsledného napětí RLC obvodu a dále jej upravit

$$U = (RI)^2 + (X_L I - X_C I)^2 \quad (15)$$

a dále pak dosadíme za X_L a X_C a dostaneme vztah

$$U = R^2 I^2 + I^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \quad (16)$$

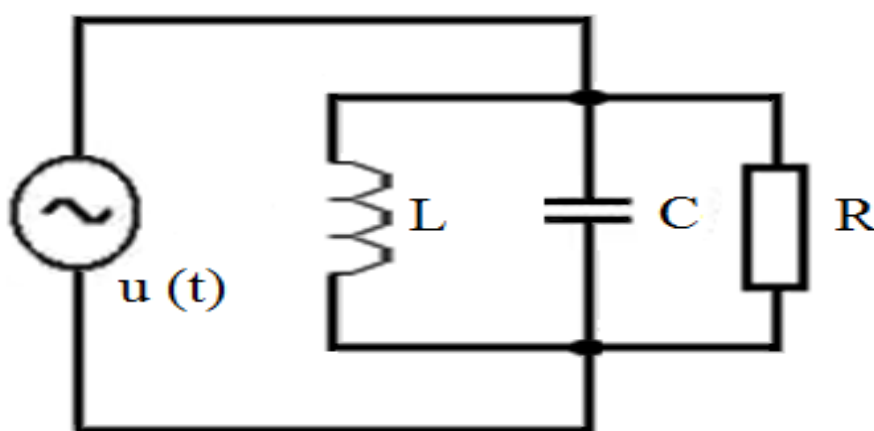
$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (17)$$

Obvod je pak charakterizován jediným parametrem, který se nazývá impedance Z . Impedance nám znázorňuje "zdánlivý" odpor celého RLC obvodu, a proto můžeme využít znalosti Ohmova zákona pro výpočet celkové impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (18)$$

3.2 Paralelní RLC obvod

Paralelní RLC obvod si představíme jako paralelní kombinace rezistoru, induktoru a kondenzátoru tak, jak to znázorňuje obrázek č. 15. V celém obvodu je stejné napětí, ale proudy v jednotlivých větvích jsou různé. Proud se mohou lišit hodnotou, ale především svojí fází, kde proud na rezistoru má stejnou fázi jako napětí, proud na kondenzátoru předbíhá napětí o $\pi/2$ a proud na cínce se za napětím opožďuje o $\pi/2$.

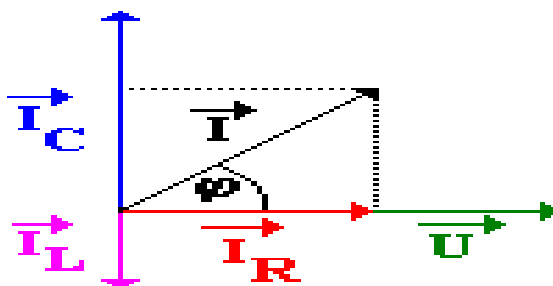


Obrázek 15: Ideální paralelní RLC obvod

Celkový proud v obvodu nemůžeme počítat jako aritmetický součet, jelikož proudy mají různou fázi, proto celkový proud I vypočítáme pomocí vztahu

$$I^2 = I_R^2 - (I_C - I_L)^2 \quad (19)$$

Tento vztah můžeme snadno odvodit z fázorového diagramu proudů, viz obrázek 16.



Obrázek 16: Fázorový diagram pro celkový proud I

Po dosazení a úpravě vztahu (19) získáme rovnici proudu ve tvaru.

$$I = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(U\omega C - \frac{U}{\omega L}\right)^2} \quad (20)$$

Po úpravě získáme

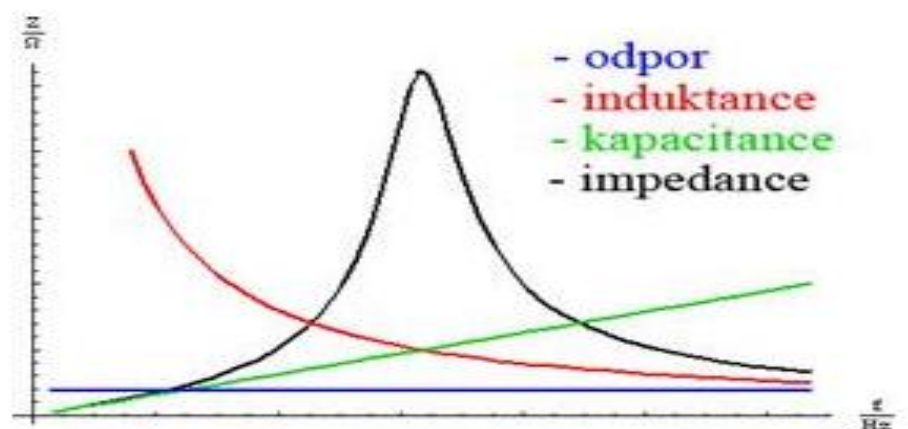
$$I = U \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}. \quad (21)$$

Celkový obvod můžeme charakterizovat pomocí parametru, který jsme si již zavedli u sériového obvodu, a to je parametr, který nazýváme impedance a značíme ho Z . Impedanci vypočítáme obdobně jako u sériového obvodu, a to podle vztahu

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}. \quad (22)$$

Je možné se také setkat s parametrem, který nazýváme admitance, označujeme ho Y . Tento parametr nám udává převrácenou hodnotu impedance a popisuje zdánlivou vodivost a fázový posuv napětí proti proudu. Admitanci tedy vypočítáme jako

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}. \quad (23)$$



Obrázek 17: Závislost jednotlivých veličin na frekvenci

3.2.1 Rezonance v paralelním RLC obvodu

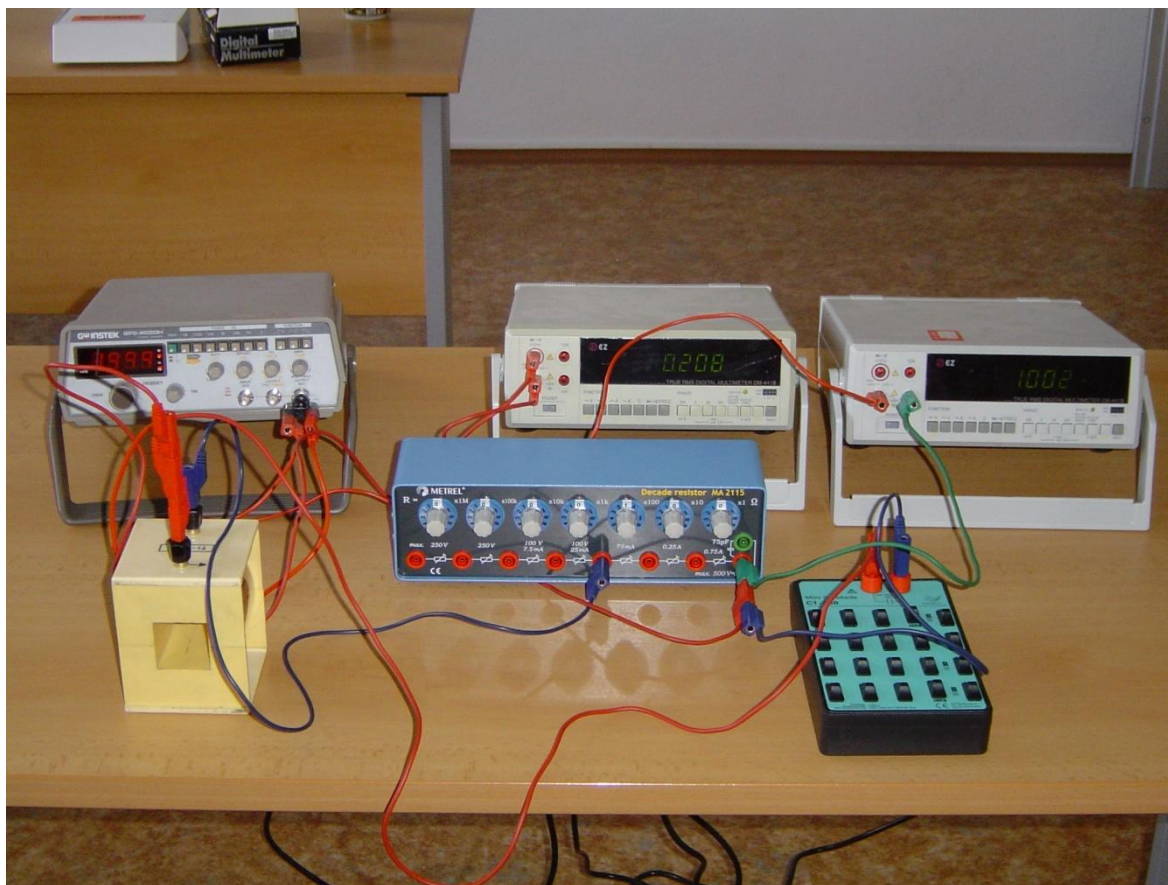
U paralelního rezonančního obvodu je možné stejně jako u sériového mluvit o tzv. rezonanci. Ta nastane v obvodu za předpokladu, že indukance a kapacitance se rovnají. Tedy platí, že $X_C = X_L$. V takovémto případě je celková impedance obvodu rovna pouze odporu rezistoru. Fázový rozdíl mezi proudem a napětím je nulový a obvod se chová, jako by v něm byl zapojen pouze rezistor bez cívky a kondenzátoru. A v tomto okamžiku je celková impedance v obvodu největší a obvodem prochází nejmenší proud. Tento stav označujeme jako rezonance. Rezonanční frekvenci f_0 , pak odvodíme z Thomsonova vztahu. Tento vztah je dále upraven v teorii měření.

4 Praktická ukázka a zadání konkrétního příkladu měření zařazené do výuky fyzikálního praktika

U rezonančních obvodů je mnoho různých možností, co v daném zapojení sledovat a co konkrétně po žácích a studentech vyžadovat. Byla zvolena metoda komplexní, to znamená, aby zjistili o daném obvodu co nejvíce možných parametrů. A navzájem je pak porovnali mezi jednotlivými typy zapojení. Studenti a žáci tedy pracují podle přiloženého návodu, který by je měl provést bez větších obtíží celým měřením a měl by jim být nápomocen i při samotném zpracování výsledku. Předpokládáme, že již mají předešlé zkušenosti z práce v laboratoři. Není vhodné řadit tuto úlohu hned mezi první měřené úlohy.

Úloha se testovala na vybraném vzorku studentů, fakulty Mechatroniky, informatiky a mezioborových studií v oboru Nanometariály, kteří jsou ve druhém ročníku. Úloha byla odzkoušena na třech skupinách, v předmětu fyzikální laboratoře 3. Nasbírané výsledky jsou brány jako zásadní a předpokládá se, že je tento počet dostačující k odstranění všech podstatných chyb, které mohly v měření nastat.

4.1 Příprava a teorie k měření obvodu RLC



Obrázek 18: Ukázka zapojení a realizace úlohy RLC obvodu

4.1.1 Potřeby

Zdroj (nízko frekvenční generátor), cívka, kondenzátor, odporová dekáda, ampérmetr, voltmetr a RLC měřič.

4.1.2 Pracovní úkol

1) Změřte reálné hodnoty součástek: odpor rezistoru, indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru pomocí RLC měřiče.

2) Určete rezonanční křivku pro tři různé hodnoty odporu R v sériovém i paralelním zapojení. Vysvětlete, proč a jak se tato křivka mění v závislosti na velikosti odporu.

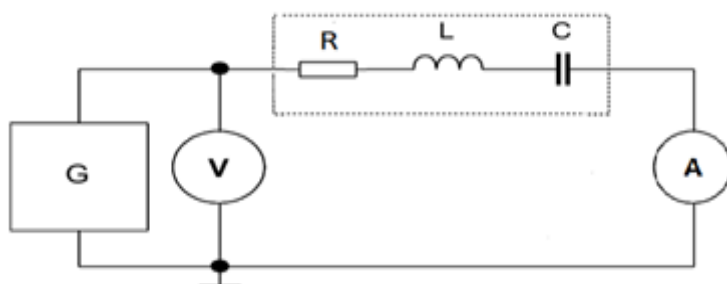
3) Pro zadané hodnoty vypočítejte rezonanční frekvenci podle Thomsonova vztahu a porovnejte je s reálnými hodnotami.

4) Vypočítejte celkovou impedanci Z sériového a paralelního RLC obvodu.

5) Určete činitel jakosti Q pro sériový a paralelní RLC obvod.

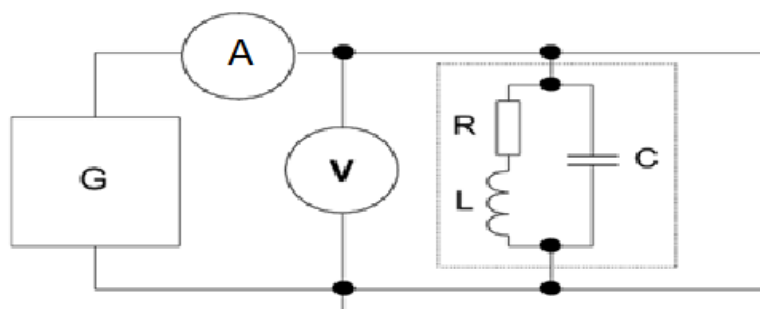
4.1.3 Teorie

Rezonanční obvod se obecně skládá z rezistoru R , kondenzátoru C a cívky L , které jsou připojeny ke zdroji střídavého napětí. RLC obvod můžeme rozdělit na sériové zapojení, zapojení podle obrázku 19,



Obrázek 19: Sériový RLC obvod

nebo na zapojení paralelní podle obrázku 20.



Obrázek 20: Paralelní schéma zapojení

Celkovou Impedanci Z sériového RLC obvodu pro daný kmitočet harmonického signálu vypočítáme tak, že si zavedeme pro cívku i kondenzátor tzv. "zdánlivé" odpory. "Zdánlivý" odpor pro cívku se jmenuje indukční reaktance X_L , a proto platí vztah

$$X_L = 2\pi fL = \omega L \quad (24)$$

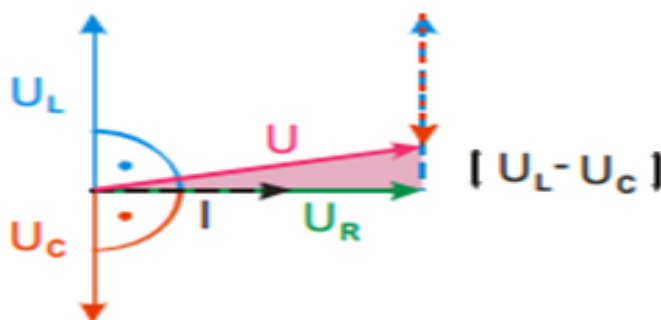
"zdánlivý" odpor kondenzátoru nazýváme kapacitní reaktance X_C , tu řešíme pomocí vztahu

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (25)$$

Pro výpočet efektivní hodnoty výsledného napětí U je možno využít Pythagorovu větu, a tedy výsledný vztah zapsat takto

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2. \quad (26)$$

Vzhledem k sériovému zapojení protéká všemi prvky obvodu stejný proud I , ale napětí na jednotlivých prvcích se liší, jak svoji hodnotou, tak i vzájemnou fází. Napětí na odporu U_R má stejnou fázi jako proud, napětí na kondenzátoru U_C se oproti proudu zpožďuje a napětí na cívce U_L proud předbíhá. Toto chování rezonančního obvodu vystihneme nejlépe fázorovým diagramem, viz obrázek 21.



Obrázek 21: Fázový diagram sériového obvodu

Díky zavedeným vztahům pro "zdánlivé" odpory cívky a kondenzátoru můžeme dosadit do rovnice výsledného napětí RLC obvodu a dále jej upravit

$$U = (RI)^2 + (X_L I - X_C I)^2 \quad (27)$$

a dále pak dosadíme za X_L a X_C a dostaneme vztah

$$U = R^2 I^2 + I^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \quad (28)$$

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (29)$$

Obvod je pak charakterizován jediným parametrem, který se nazývá impedance Z . Impedance nám představuje "zdánlivý" odpor celého RLC obvodu, a proto můžeme využít znalosti Ohmova zákona pro výpočet celkové impedance:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (30)$$

Podle definice rezonance musí být impedance na rezonančním kmitočtu čistě reálná a tak pro zjištění rezonančního kmitočtu položíme její imaginární část rovnu nule. Rezonanci f_0 , pak odvodíme podle Thomsonova zákona

$$\begin{aligned} X_L &= X_C \\ \omega_0 L &= \frac{1}{\omega_0 C} \\ \omega_0^2 &= \frac{1}{LC} \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ 2\pi f_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (31)$$

Dalším parametrem je tzv. činitel jakosti, který značíme Q . Při průchodu proudem v rezonančním obvodu vznikají na reálných součástkách ztráty. Činitel jakosti pak vypočítáme pomocí vztahu

$$Q = \frac{U_r}{2\pi f_r I L}, \quad (32)$$

kde U_r je napětí na rezistoru, f_r je rozdíl frekvencí z námi zvoleného rozsahu ($f_2 - f_1$), I je proud protékajícím obvodem a L je indukčnost cívky. Činitel jakosti je možné počítat i jinými vztahy. Jednou z dalších možností je výpočet teoretického činitele jakosti ze vztahu

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \text{ nebo z podobného vztahu } Q = \frac{1}{\omega_0 C R}. \quad (33, 34)$$

Z výše uvedených vztahů vyplývá, že čím je menší velikost odporu R , tím je činitel jakosti větší. Činitel jakosti přímo souvisí s šířkou přenosového pásma.

4.1.4 Pracovní postup

1. Změřte reálné hodnoty součástek: indukčnost cívky, vnitřní odpor cívky a kapacitu kondenzátoru pomocí RLC měřiče. Pomocí výše uvedených hodnot vypočítejte rezonanční frekvenci pomocí vztahu (31).

2. Prvky obvodu zapojte podle obrázku č. 19.

3. Pro sériové zapojení měňte frekvenci od 400 Hz do 1,6 kHz, kde každý krok se bude lišit po 100 Hz, přičemž v okolí rezonance viz výpočet tento krok zjemněte na 5 Hz. Pokuste se najít přesnou hodnotu rezonance. Pro první měření zapojte do obvodu odporovou dekádu bez zátěže, zátěž bude pouze vnitřní odpor cívky. Pro další měření nastavte na odporové dekádě hodnotu 10 Ω . (Nezapomínejte, že obvod je zatížen ještě vnitřním odporem cívky) a pro třetí měření nastavte na odporové dekádě hodnotu 100 Ω . Po vyladění frekvence nastavte vždy hodnotu napětí na 1,5 V. Všechny změřené hodnoty zanepte do jednoho grafu závislosti frekvence v [Hz] na proudu v [mA].

4. Proved'te zapojení podle obrázku 20. a měření proved'te i pro paralelní obvod. Měňte frekvenci od 400 Hz do 1,6 kHz, kde každý krok bude 100 Hz. V okolí rezonance tento krok zjemněte na 5 Hz. Pokuste se najít přesnou hodnotu rezonance. Pro první paralelní měření zapojte do obvodu odporovou dekádu bez zátěže, zátěž bude pouze vnitřní odpor cívky. Pro další měření nastavte na odporové dekádě hodnotu 10 Ω . (Nezapomínejte, že

obvod je zatížen ještě vnitřním odporem cívky) a pro poslední měření nastavte na odporové dekádě hodnotu $100\ \Omega$. Po nastavení frekvence nastavte vždy hodnotu proudu na hodnotu 1mA . Hodnoty zanepte do jednoho grafu, závislost frekvence ν [Hz] na napětí [V].

5. Vypočítejte hodnoty celkové impedance Z .
6. Vypočítejte činitel jakosti Q pro sériový i paralelní obvodu podle vztahu (32).
7. K vypočítaným hodnotám uveďte chyby měřicích přístrojů a celkovou chybu měření.

4.1.5 Výsledky a tabulky

Výsledky zkušebního měření jsou pro přehlednost uvedeny v tabulkách. Měření proběhlo za teploty $22\ ^\circ\text{C}$, tlaku 997 hPa a vlhkosti 41% .

Tabulka 1: Základní hodnoty prvků a vypočítaná hodnota rezonanční frekvence

Hodnoty prvků	
L=	45 mH
C=	500nF
R₁=	12 Ω
R₂=	22 Ω
R₃ =	112 Ω
f₀ =	1061,033 Hz

Sériové zapojení RLC obvodu

Tabulka 2: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení

R[Ω]	f [Hz]	U[V]	I mA	Z ₁ [Ω]	σ Z ₁ [Ω]
12	500	1,5	2,94	510,204	7,823
12	600	1,5	4,15	361,446	5,542
12	700	1,5	5,86	255,973	3,925
12	800	1,5	8,95	167,598	2,570
12	900	1,5	16,05	93,458	1,433
12	1000	1,5	49,33	30,407	0,466
12	1045	1,5	104,83	14,309	0,219
12	1050	1,5	110,28	13,602	0,209
12	1058	1,5	107,99	13,890	0,213
12	1060	1,5	102,64	14,614	0,224
12	1066	1,5	94,55	15,865	0,243
12	1100	1,5	45,59	32,902	0,504
12	1200	1,5	18,23	82,282	1,262
12	1350	1,5	9,75	153,846	2,359
12	1500	1,5	6,77	221,566	3,397
12	1800	1,5	4,31	348,028	5,336
12	2000	1,51	3,55	425,352	6,513

Tabulka 3: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení

R[Ω]	f [Hz]	U [V]	I mA	Z ₂ [Ω]	σ Z ₂ [Ω]
22	500	1,5	2,99	501,672	7,692
22	600	1,5	4,13	363,196	5,569
22	700	1,5	5,94	252,525	3,872
22	800	1,5	8,93	167,973	2,576
22	900	1,5	15,67	95,724	1,468
22	1000	1,5	40,45	37,083	0,569
22	1045	1,5	62,01	24,190	0,371
22	1050	1,5	63,36	23,674	0,363
22	1058	1,5	62,7	23,923	0,367
22	1060	1,5	61,5	24,390	0,374
22	1066	1,5	60,18	24,925	0,382
22	1100	1,5	41,12	36,479	0,559
22	1200	1,5	18,01	83,287	1,277
22	1350	1,5	9,75	153,846	2,359
22	1500	1,5	6,72	223,214	3,423
22	1800	1,5	4,33	346,420	5,312
22	2000	1,51	3,53	427,762	6,550

Tabulka 4: Naměřené a vypočítané hodnoty pro sériové zapojení

R[Ω]	f [Hz]	U [V]	I mA	Z ₃ [Ω]	σ Z ₃ [Ω]
112	500	1,5	2,9	517,241	7,931
112	600	1,5	3,93	381,679	5,852
112	700	1,5	5,19	289,017	4,432
112	800	1,5	7,37	203,528	3,121
112	900	1,5	10,16	147,638	2,264
112	1000	1,5	12,66	118,483	1,817
112	1045	1,5	13,16	114,742	1,757
112	1050	1,5	13,16	113,982	1,748
112	1058	1,5	13,19	114,481	1,753
112	1060	1,5	13,19	114,481	1,753
112	1066	1,5	13,14	114,155	1,750
112	1100	1,5	12,74	117,739	1,805
112	1200	1,5	10,57	141,911	2,176
112	1350	1,5	7,81	192,061	2,945
112	1500	1,5	5,97	251,256	3,853
112	1800	1,5	4,05	370,370	5,679
112	2000	1,51	3,4	444,118	6,800

Paralelní zapojení RLC obvodu

Tabulka 5: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení

R[Ω]	f [Hz]	U[V]	I mA	Z ₁ [Ω]	σ Z ₁ [Ω]
12	500	0,182	1,03	176,699	6,975
12	600	0,249	1	249,000	7,988
12	700	0,355	1,01	351,485	9,168
12	800	0,558	1,03	541,748	11,355
12	900	0,973	1,02	953,922	16,349
12	1000	2,797	1,02	2742,157	37,808
12	1045	6,005	1,01	5945,545	76,297
12	1050	6,102	1	6102,000	78,224
12	1058	6,103	1,01	6042,574	77,461
12	1060	5,768	1	5768,000	74,216
12	1066	5,248	1	5248,000	67,976
12	1100	2,959	1	2959,000	40,508
12	1200	1,124	1	1124,000	18,488
12	1350	0,599	1,01	593,069	12,067
12	1500	0,406	1	406,000	9,872
12	1800	0,257	1	257,000	8,084
12	2000	0,213	1,01	210,891	7,481

Tabulka 6: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení

R [Ω]	f [Hz]	U [V]	I mA	Z ₂ [Ω]	σ Z ₂ [Ω]
22	500	0,179	0,998	179,359	7,162
22	600	0,252	1,01	249,505	7,945
22	700	0,357	1,01	353,465	9,192
22	800	0,544	1,01	538,614	11,414
22	900	0,947	1,01	937,624	16,202
22	1000	2,342	1	2342,000	33,104
22	1045	3,674	1	3674,000	49,088
22	1050	3,709	1	3709,000	49,508
22	1058	3,71	1	3710,000	49,520
22	1060	3,632	1	3632,000	48,584
22	1066	3,495	0,998	3502,004	47,034
22	1100	2,481	1	2481,000	34,772
22	1200	1,097	1,1	997,273	16,513
22	1350	0,588	1	588,000	12,056
22	1500	0,407	0,998	407,816	9,904
22	1800	0,258	1	258,000	8,096
22	2000	0,223	1,06	210,377	7,242

Tabulka 7: Naměřené a vypočítané hodnoty pro paralelní zapojení

R [Ω]	f [Hz]	U[V]	I mA	Z ₃ [Ω]	σ Z ₃ [Ω]
112	500	0,222	1	222,000	7,664
112	600	0,283	1,01	280,198	8,313
112	700	0,373	1,01	369,307	9,382
112	800	0,498	1	498,000	10,976
112	900	0,678	1,01	671,287	13,006
112	1000	0,842	1,01	833,663	14,954
112	1045	0,861	1	861,000	15,332
112	1050	0,861	1	861,000	15,332
112	1058	0,862	1,01	853,465	15,192
112	1060	0,857	1	857,000	15,284
112	1066	0,857	1,01	848,515	15,133
112	1100	0,83	1	830,000	14,960
112	1200	0,686	1	686,000	13,232
112	1350	0,495	1	495,000	10,940
112	1500	0,375	1	375,000	9,500
112	1800	0,251	1	251,000	8,012
112	2000	0,208	1	208,000	7,496

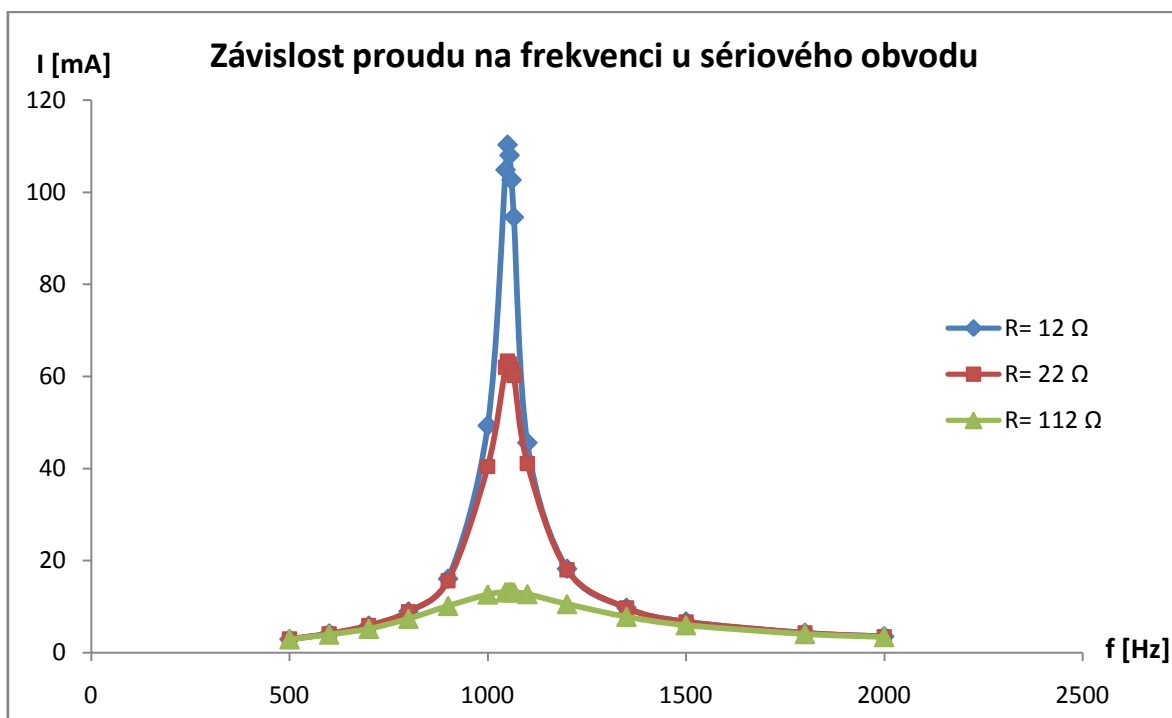
Výpočet činitele jakosti a impedance při rezonanční frekvenci pro sériové a paralelní zapojení vypočteme z výše uvedených vztahů. Pro přehlednost jsme vypočítané hodnoty zanesly do tabulky

Tabulka 8: Výsledky impedance v rezonanci pro tři zadané rezistory a výsledek činitele jakosti obvodů

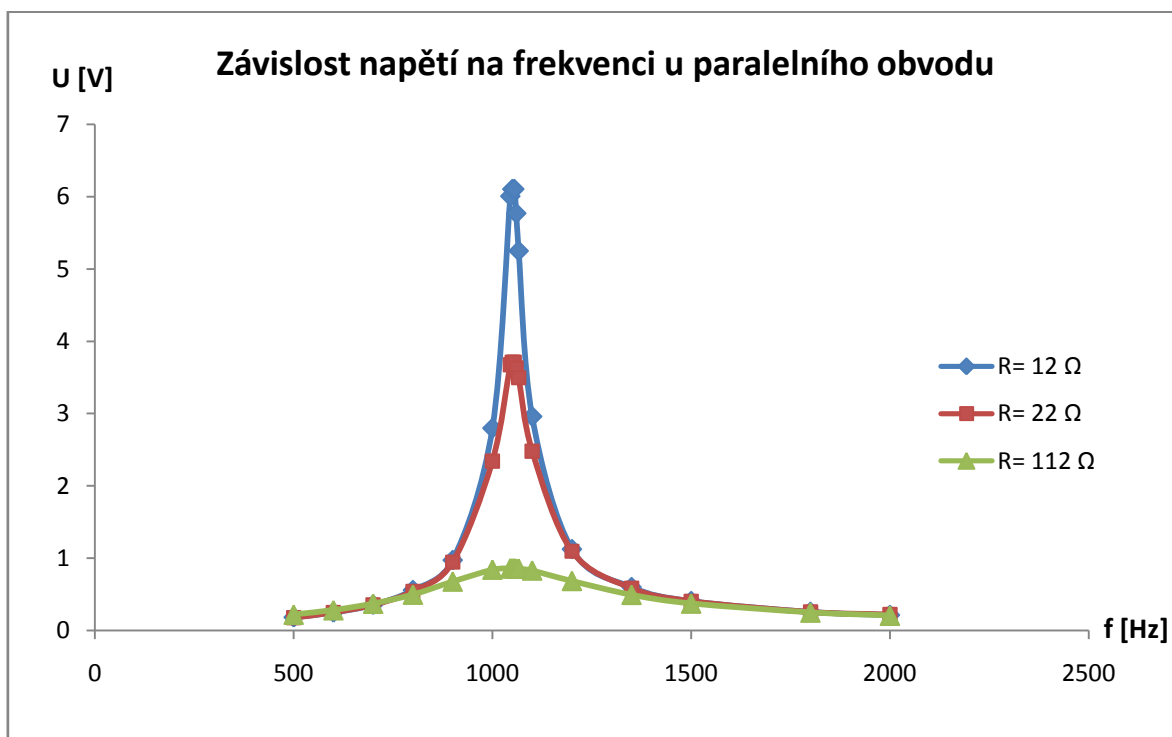
Zapojení	$R[\Omega]$	$f [Hz]$	$U[V]$	$I \text{ mA}$	$Z_1 [\Omega]$	$\sigma Z_1 [\Omega]$	$Q[1]$
Sériové	12	1060	1,5	102,6	14,6	0,2	24,7
	22	1060	1,5	61,5	24,4	0,4	13,5
	112	1060	1,5	13,2	114,5	2	2,7
paralelní	12	1060	5,8	1	5770	70	24,7
	22	1060	3,6	1	3630	50	13,5
	112	1060	0,9	1	860	20	2,7

Jelikož se jednalo pouze o orientační měření, proto nebyl zpracován protokol o měření v řádném formátu, ale výsledky byly vloženy pouze v přehledných tabulkách a sloužily pouze k orientaci pro přípravu úlohy. Praktické měření a výsledky studentů se proto liší od výsledků výše.

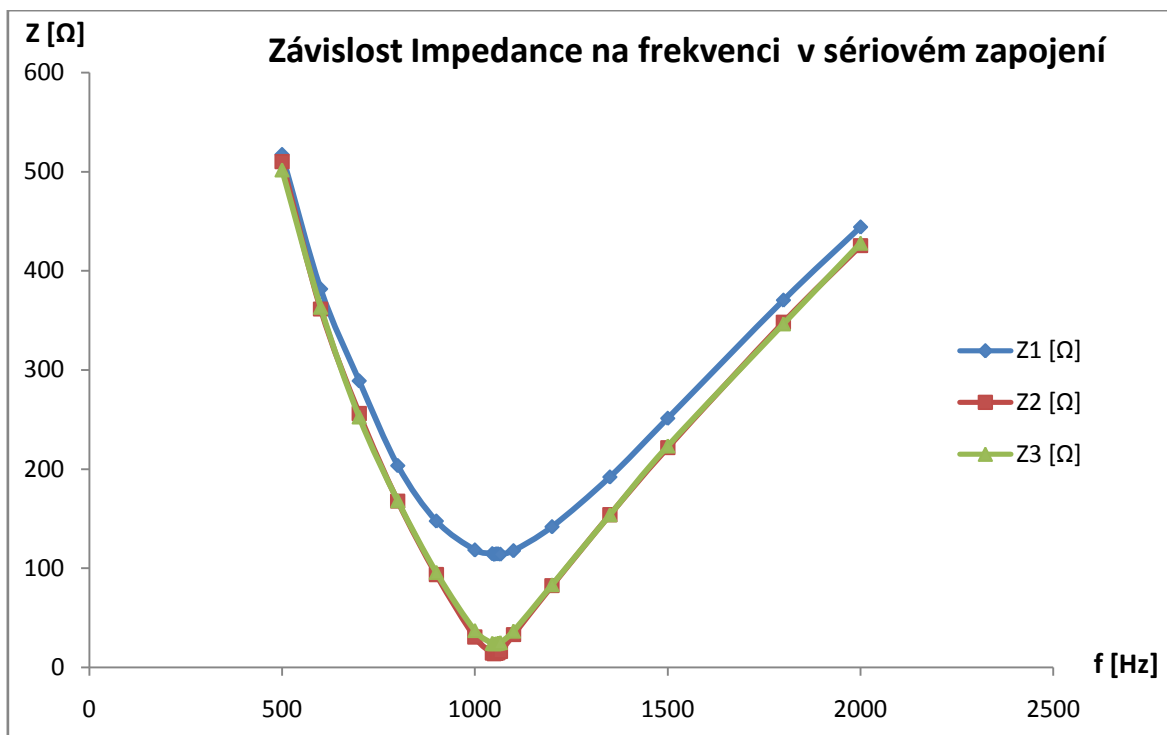
4.1.6 Grafy z měření RLC



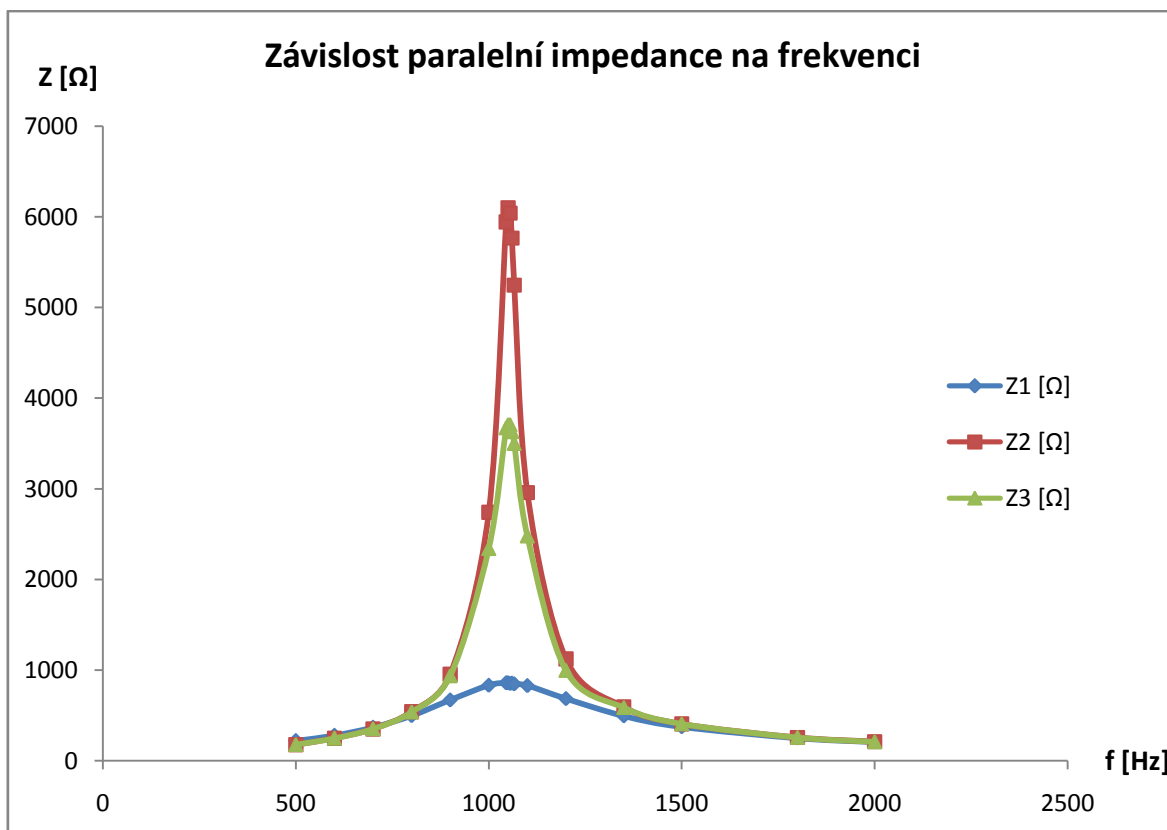
Graf 1: Graf závislosti proudu na frekvenci u sériového RLC obvodu



Graf 2: Graf závislosti napětí na frekvenci u paralelním RLC obvodu



Graf 3: Graf závislosti impedance na frekvenci u sériového RLC obvodu



Graf 4: Graf závislosti impedance na frekvenci u paralelního RLC obvodu

5 Závěr

V této bakalářské práci byla shrnuta problematika, základních elektronických součástek a problematika rezonančních obvodů. Ta nám sloužila jako hlavní podklad pro vytvoření praktické úlohy s názvem Elektrický rezonanční obvod.

Úloha byla vyzkoušena na studentech v oboru Nanomateriály na Technické univerzitě v Liberci, kteří jsou v druhém ročníku a mají předmět fyzikální laboratoře 3, jež navazuje na teoretický předmět elektřina a magnetismus. Zde si mají studenti prohloubit svoje teoretické znalosti na praktických měřeních. Na dodržení správnosti postupů měření a na to, jak jsou studenti schopni poradit si s přiloženou teorií, bylo řádně dohlíženo. Ačkoliv byly jednotlivé kroky popsány přesně a věcně, studenti se dopouštěli zásadních chyb, které by mohly značně ovlivnit výsledky měření. Studenti proto byli upozorněni na chyby, konkrétně tedy na nastavení velikosti hodnot rezistoru na odporové dekády, které byly příliš velké a rezonanční křivka by tak vyšla značně nepřehledná. Následně již probíhalo měření bez problémů. Aby nadále nedocházelo k chybám, byla teorie měření a konkrétně tedy postup samotného měření upraven a rozepsán do podrobnějších bodů.

Pro měření byl vymezen časový úsek 1,5 hodiny. Při zkušebním měření bylo zjištěno, že je možné splnit úlohu za 75 minut. I přes počáteční komplikace bylo měření splněno ve vymezeném časovém plánu. Součástí úlohy bylo i zpracování a vyhodnocení výsledků měření. Výsledky měření studentů se mírně lišily od výsledků zkušebního měření z důvodu změny cívky a změny kapacity kondenzátoru. Tato změna se provedla záměrně pro zkvalitnění a zpřesnění hodnot samotného měření. Aby nenastal problém s vyhotovením a vyhodnocením měření, byli studenti upozorněni na možné překážky. Konkrétně byli upozorněni na dopočítání chyby měření u celkové impedance obvodu, a to pomocí parciálních derivací ze známého vztahu. A dále pak na vyhotovení grafů, které bývá častým problémem. Studenti byli upozorněni i na možnost použít jiný vztah pro výpočet teoretické hodnoty činitele jakosti Q .

Hlavním cílem této práce bylo dosažení co nejefektivnějšího způsobu, jak názorně studentům ukázat problematiku RLC obvodů. Aby si zkusili sami sestavit a proměřit rezonanční obvod a naměřené hodnoty zpracovat. Studenti úkol zvládli. Proto doporučuji,

aby byla problematika RLC obvodů pomocí úlohy z této bakalářské práce včetně navržených změn zařazena do výukového programu fyzikální praktikum 3.

Použitá literatura:

[1] DOLEČEK, Jaroslav. *Moderní učebnice elektroniky*. Praha: BEN - technická literatura, 2005, 342 s. ISBN 80-730-0146-2.

[2] DOLEČEK, Jaroslav. *Moderní učebnice elektroniky*. Praha: BEN, 2006, 295 s. ISBN 80-730-0185-3.

[3] SEDLÁK, Bedřich. *Elektřina a magnetismus*. Praha: Academia, 1993, 600 s. ISBN 80-200-0172-7

[4] KOPAL, Antonín. *Fyzika II: elektřina, magnetismus, Maxwellovy rovnice*. Vyd. 1. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2008, 323 s. ISBN 978-80-7372-311-8.

[5] MACHONSKÝ, Lubor, Lidmila BURIANOVÁ a Milan ČMELÍK. *Fyzikální laboratoře*. Vyd. 2. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2007, 84 s. ISBN 978-80-7372-176-3.

[6] BROŽ, Jaromír. BROŽ J. *Základy fyzikálních měření II. Část A*. Praha: SPN, 1972, 205 s.

[7] BROŽ, Jaromír. *Základy fyzikálních měření*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983, 669 s.

Internetové zdroje:

REICHL, Jaroslav. [online]. [cit. 2013-04-06]. Dostupné z: http://www.jreichl.com/fyzika/vyuka/texty/rlc_obvody.pdf

Seznam příloh

Příloha A - vypracovaný protokol pracovní skupiny

 TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI Fyzikální praktikum 3 – FP3B Protokol o provedeném měření	
Název úlohy: Elektrický rezonanční obvod	
Číslo úlohy: 9	Datum měření: 21. 3. 2013
Jméno a příjmení: Michal Špína, Josef Pošmourný FM TUL, 2. ročník	
<i>Hodnocení</i>	Podmínky měření Teplota: 23 °C Tlak: 1011 hPa Vlhkost: 38 %

Pracovní úkoly:

1. Změřte reálné hodnoty součástí R, L a C pomocí RLC měřiče a vypočítejte rezonanční frekvenci podle Thomsonova vztahu pro dané prvky.
2. Určete rezonanční křivku pro různé odpory R v sériovém i paralelním zapojení, vysvětlete, proč a jak se tato křivka mění v závislosti na velikosti odporu.
3. Vypočítejte celkovou impedanci Z sériového a paralelního RLC obvodu.
4. Určete činitel Q jakosti pro RLC obvod.

Pomůcky: NF generátor, cívka, kondenzátor, odporová dekáda, ampérmetr, voltmetr a RLC měřič.

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega * L - \frac{1}{\omega * C} \right)^2} \quad Q = \frac{U_r}{2\pi f_r I L}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

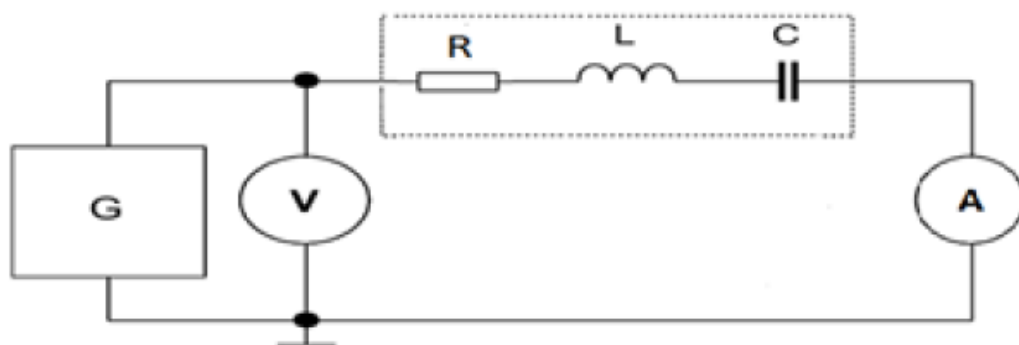
Chyby digitálních měřicích přístrojů:

$$\sigma = \frac{X * TP}{100} + n * d$$

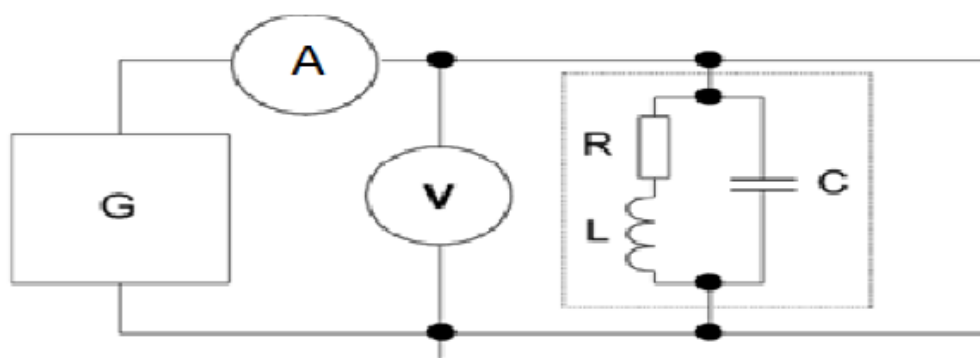
Příloha A

Pracovní postup:

1. Prvky obvodu zapojte podle obrázku 1.
2. Podle hodnot uvedených na cívce a kondenzátoru vypočítejte rezonanční frekvenci podle vztahu (8).
3. Pro sériové zapojení měňte frekvenci od 500Hz do 2kHz, s krokem po 100Hz, přičemž v okolí rezonance viz. výpočet tento krok zjemněte na 5Hz. Toto měření proveďte pro všechny tři odpory. Po vyladění frekvence dorovnejte vždy hodnotu napětí na 1,5 V. Všechny změřené hodnoty zakreslete do jednoho grafu závislosti frekvence v [Hz] na proudu v [mA].
4. Zapojte obvod podle obrázku 2. a měření proveďte i pro paralelní obvod. Měňte frekvenci od 500Hz do 2kHz, kde každý krok bude 100Hz. V okolí rezonance tento krok zjemněte na 5Hz. Toto měření proveďte pro všechny tři odpory. Po nastavení frekvence dorovnejte vždy hodnotu proudu na hodnotu 1mA. Hodnoty zanešte do jednoho grafu, závislost frekvence v [Hz] na napětí ve [V].
5. Vypočtete hodnoty celkové impedance Z .
4. Vypočtete činitel jakosti Q sériového obvodu podle vztahu (9)
6. K vypočítaným hodnotám uveďte chyby měřicích přístrojů a celkovou chybu měření.



Obrázek 1. Sériový RLC obvod



Obrázek 2. Paralelní schéma zapojení

Příloha A

Nejprve jsme pomocí multimetru ESCORT EDM83BS změřili indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru.

$$L = (0,054 \pm 0,003) \text{ H} \quad C = (500 \pm 20) \text{ nF}$$

Následně jsme orientačně vypočetli rezonanční frekvenci na 957 Hz, po přesném přepočtu s chybami je $f_r = (970 \pm 30) \text{ Hz}$, zjistili jsme tedy, že se nachází někde mezi 940 Hz a 1 000 Hz.

Změřili jsme proud v závislosti na frekvenci u sériového a napětí v závislosti na frekvenci u paralelního zapojení. Z těchto údajů jsme poté dopočítali impedanci Z , činitel jakosti Q a jejich chyby.

$$\sigma(Z) = \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{I}\right)^2 + \left(\frac{-U * \sigma_I}{I^2}\right)^2}$$

$$\sigma(Q) = \sqrt{\left(\frac{\sigma(U_r)}{2\pi f_r IL}\right)^2 + \left(\frac{U_r * \sigma(f_r)}{2\pi f_r^2 IL}\right)^2 + \left(\frac{U_r * \sigma(I)}{2\pi f_r I^2 L}\right)^2 + \left(\frac{U_r * \sigma(L)}{2\pi f_r IL^2}\right)^2}$$

Příloha A

Sériové zapojení

R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
13,5	1,5	2,46	398,8	609,7561	62,77221
13,5	1,5	3,79	497,9	395,7784	29,70092
13,5	1,5	4,65	598,8	322,5806	21,16893
13,5	1,5	6,96	698,6	215,5172	11,22196
13,5	1,5	12,24	799,7	122,549	4,988057
13,5	1,5	18,21	850	82,37232	2,965468
13,5	1,5	20,47	862,1	73,27797	2,561993
13,5	1,5	28,53	890,8	52,57624	1,716322
13,5	1,5	32,28	900	46,4684	1,485776
13,5	1,5	43,81	919,8	34,23876	1,049494
13,5	1,5	61,7	940,8	24,31118	0,719659
13,5	1,5	70,01	950,8	21,42551	0,627786
13,5	1,5	71,25	955,6	21,05263	0,616044
13,5	1,5	71,85	956,3	20,87683	0,610519
13,5	1,5	70,98	962,3	21,13271	0,618564
13,5	1,5	66,34	970,3	22,61079	0,665307
13,5	1,5	51,4	987,5	29,18288	0,878833
13,5	1,5	40,1	1003	37,40648	1,159292
13,5	1,5	22,72	1052	66,02113	2,254129
13,5	1,5	15,88	1099	94,45844	3,53243
13,5	1,5	12,08	1149	124,1722	5,078132
13,5	1,5	9,85	1197	152,2843	6,742891
13,5	1,5	7,12	1300	210,6742	10,84255
13,5	1,5	5,68	1403	264,0845	15,36326
13,5	1,5	4,7	1509	319,1489	20,80355
13,5	1,5	4,06	1610	369,4581	26,47035
13,5	1,5	3,69	1705	406,5041	31,06987

Příloha A

R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
23,5	1,5	2,29	399,1	655,0218	71,32577
23,5	1,5	3,2	499,3	468,75	39,61523
23,5	1,5	4,45	607,3	337,0787	22,74672
23,5	1,5	6,34	711,3	236,5931	12,94377
23,5	1,5	9,02	810	166,2971	7,647261
23,5	1,5	11,95	914,5	125,523	5,153594
23,5	1,5	12,11	931	123,8646	5,061011
23,5	1,5	12,21	940,2	122,8501	5,004717
23,5	1,5	12,23	945,3	122,6492	4,993599
23,5	1,5	12,33	950,3	121,6545	4,938698
23,5	1,5	12,33	956,9	121,6545	4,938698
23,5	1,5	12,32	963,4	121,7532	4,944137
23,5	1,5	12,29	970,6	122,0504	4,960521
23,5	1,5	12,18	980,1	123,1527	5,021481
23,5	1,5	12,11	990,4	123,8646	5,061011
23,5	1,5	11,88	1000	126,2626	5,195104
23,5	1,5	9,29	1118	161,4639	7,329697
23,5	1,5	7,48	1211	200,5348	10,06786
23,5	1,5	5,96	1317	251,6779	14,24699
23,5	1,5	5,06	1411	296,4427	18,46393
23,5	1,5	4,32	1513	347,2222	23,88351
23,5	1,5	3,81	1610	393,7008	29,43926
23,5	1,5	3,1	1804	483,871	41,84599
23,5	1,5	2,84	1900	528,169	48,73013

Příloha A

R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
113,5	1,5	2,28	401	657,8947	71,88703
113,5	1,5	3,2	507,5	468,75	39,61523
113,5	1,5	4,21	595,7	356,2945	24,92321
113,5	1,5	6	707,8	250	14,0991
113,5	1,5	8,27	803,6	181,3785	8,676489
113,5	1,5	11,15	902	134,5291	5,668363
113,5	1,5	11,52	919,8	130,2083	5,418863
113,5	1,5	11,91	940,2	125,9446	5,177238
113,5	1,5	11,98	945,1	125,2087	5,135994
113,5	1,5	12,07	950,4	124,2751	5,083863
113,5	1,5	12,08	955,2	124,1722	5,078132
113,5	1,5	12,09	960,8	124,0695	5,072413
113,5	1,5	12,08	965,2	124,1722	5,078132
113,5	1,5	12,01	970,7	124,8959	5,118506
113,5	1,5	11,77	1001	127,4427	5,261615
113,5	1,5	9,4	1111	159,5745	7,207165
113,5	1,5	7,38	1211	203,252	10,27287
113,5	1,5	6,06	1304	247,5248	13,88228
113,5	1,5	5,04	1407	297,619	18,58182
113,5	1,5	4,37	1504	343,2494	23,43505
113,5	1,5	3,86	1604	388,601	28,80183
113,5	1,5	3,37	1720	445,1039	36,2482
113,5	1,5	3,09	1810	485,4369	42,08047
113,5	1,5	2,8	1920	535,7143	49,95459

Příloha A

Paralelní Zapojení

R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
13,5	0,202	1	429,8	202	49,15622
13,5	0,285	1	526	285	66,25949
13,5	0,391	1	610,9	391	88,7776
13,5	0,748	1	750,9	748	166,2636
13,5	1,346	1	850,7	1346	297,324
13,5	2,124	1	942,8	2124	468,2822
13,5	2,125	1	950,7	2125	468,502
13,5	2,126	1	955	2126	468,7219
13,5	2,126	1	960,3	2126	468,7219
13,5	2,067	1	970,3	2067	455,7507
13,5	1,813	1	1001	1813	399,9176
13,5	0,946	1	1127	946	209,5841
13,5	0,714	1	1204	714	158,8385
13,5	0,408	1	1433	408	92,42629
13,5	0,307	1	1614	307	70,89011

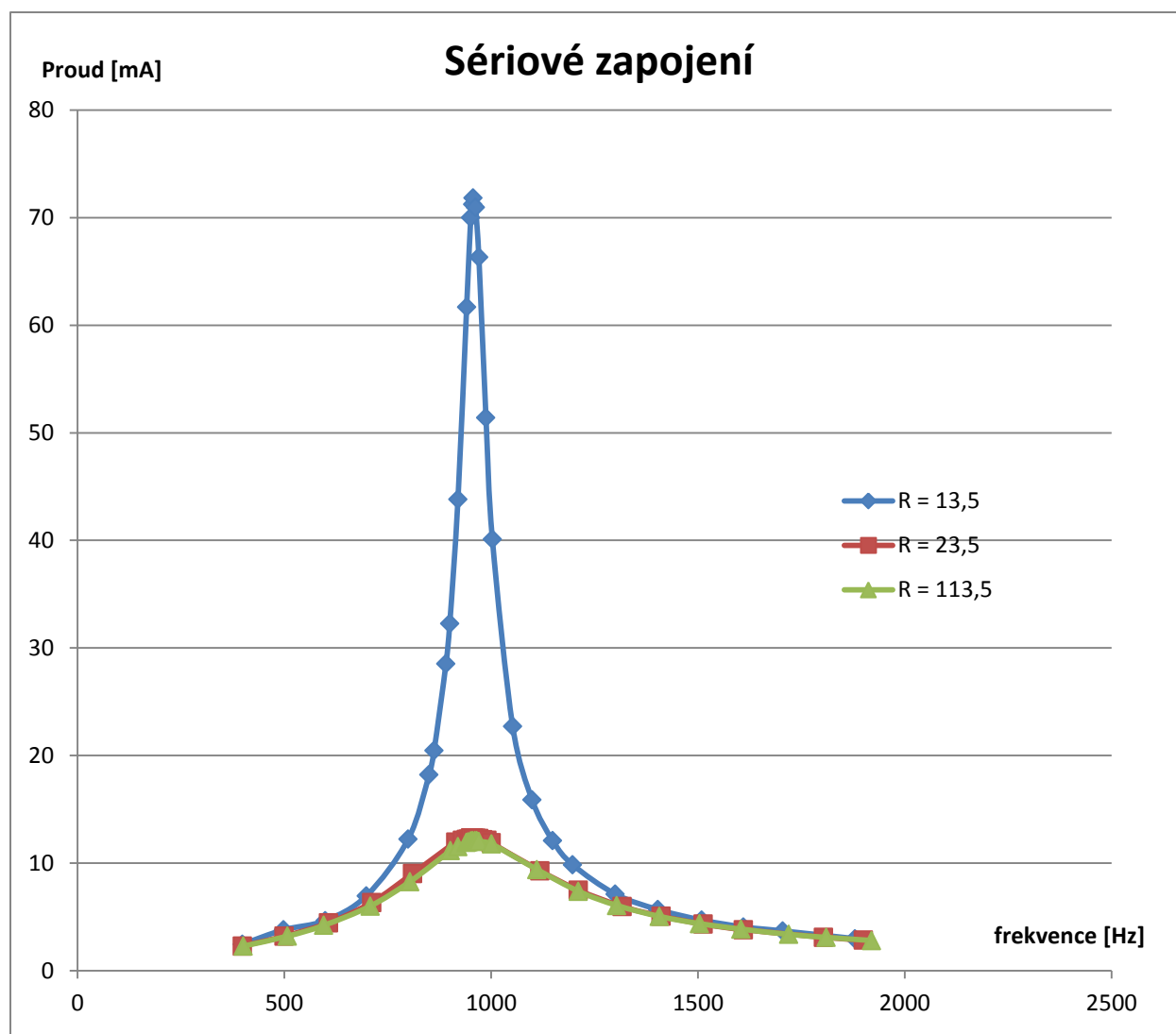
R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
23,5	0,206	1	428,5	206	49,96162
23,5	0,392	1	605,5	392	88,99202
23,5	0,569	1	700,1	569	127,2475
23,5	0,933	1	804,6	933	206,7366
23,5	1,784	1	904,7	1784	393,544
23,5	1,931	1	921,6	1931	425,8538
23,5	2,005	1	931,3	2005	442,1207
23,5	2,006	1	940	2006	442,3405
23,5	2,018	1	950	2018	444,9785
23,5	1,977	1	954,4	1977	435,9655
23,5	1,91	1	970,4	1910	421,2378
23,5	1,733	1	1000	1733	382,3361
23,5	1,007	1	1103	1007	222,95
23,5	0,603	1	1258	603	134,6416
23,5	0,436	1	1407	436	98,451
23,5	0,33	1	1598	330	75,75937

Příloha A

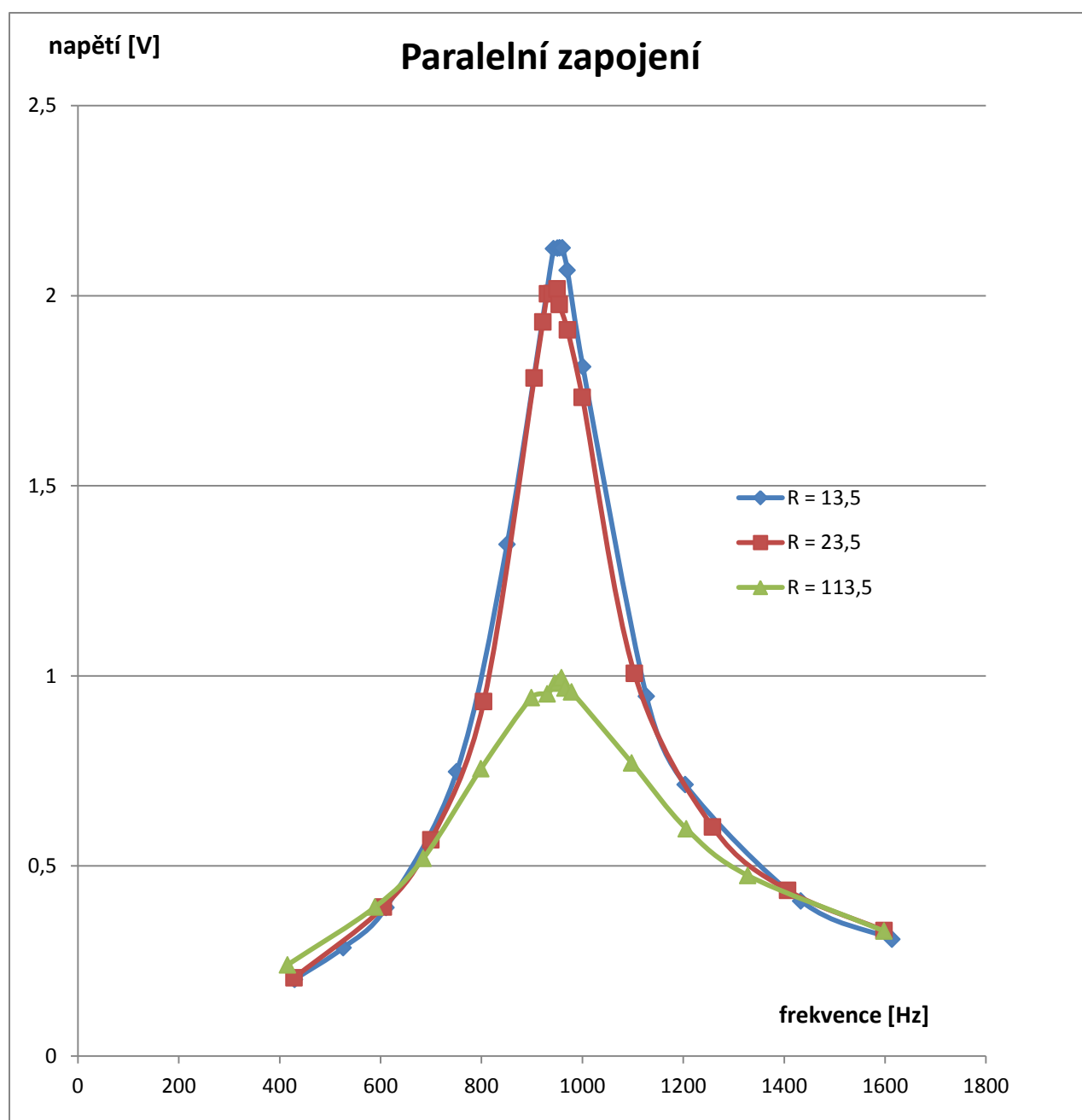
R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	$\sigma(Z)$ [Ω]
113,5	0,24	1	415,4	240	56,8971
113,5	0,392	1	588,9	392	88,99202
113,5	0,52	1	684,6	520	116,611
113,5	0,756	1	799,1	756	168,0114
113,5	0,943	1	899,3	943	208,927
113,5	0,953	1	930,7	953	211,1176
113,5	0,981	1	945	981	217,2522
113,5	0,983	1	952	983	217,6905
113,5	0,995	1	958,7	995	220,3201
113,5	0,968	1	965,7	968	214,4038
113,5	0,958	1	978,5	958	212,2129
113,5	0,771	1	1098	771	171,2892
113,5	0,598	1	1206	598	133,5536
113,5	0,475	1	1328	475	106,8686
113,5	0,329	1	1598	329	75,54714

Zapojení	R [Ω]	U [V]	I [mA]	f [Hz]	Z [Ω]	Q [1]	$\sigma(Q)$ [1]	$\sigma(Z)$ [Ω]	Relativní $\sigma(Z)$ [%]
Sériové	13,5	1,5	0,07185	956,3	20,88	0,064	0,003038	0,610519	2,9243845
	23,5	1,5	0,01233	956,9	121,65	0,375	0,020601	4,938698	4,0596096
	113,5	1,5	0,01209	960,8	124,07	0,381	0,021006	5,072413	4,0883646
Paralelní	13,5	2,126	0,001	955,0	2126	6,565	1,46758	468,7219	22,047125
	23,5	2,018	0,001	950,0	2018	6,264	1,400566	444,9785	22,050472
	113,5	0,995	0,001	958,7	995	3,060	0,687084	220,3201	22,142727

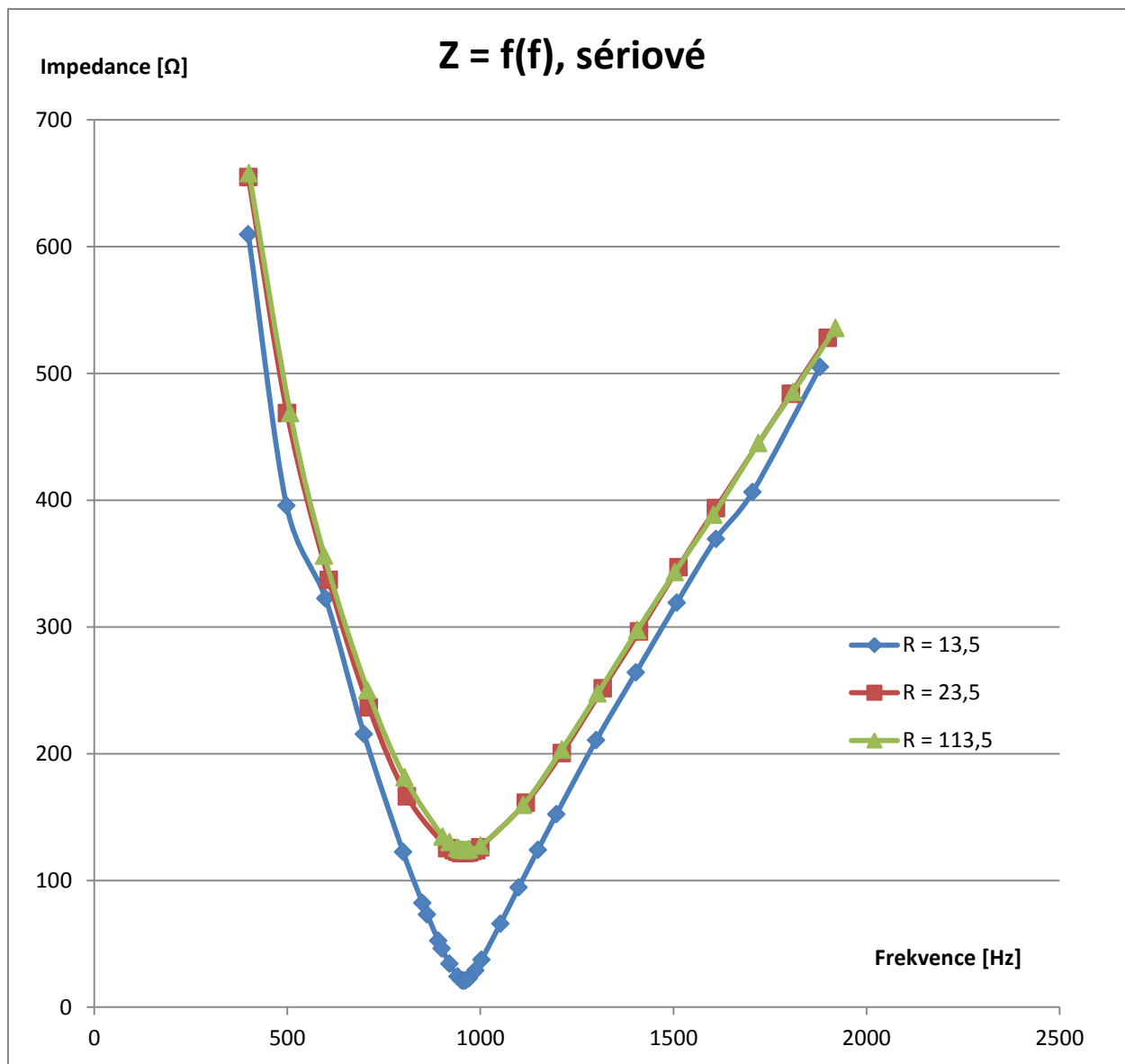
Příloha A



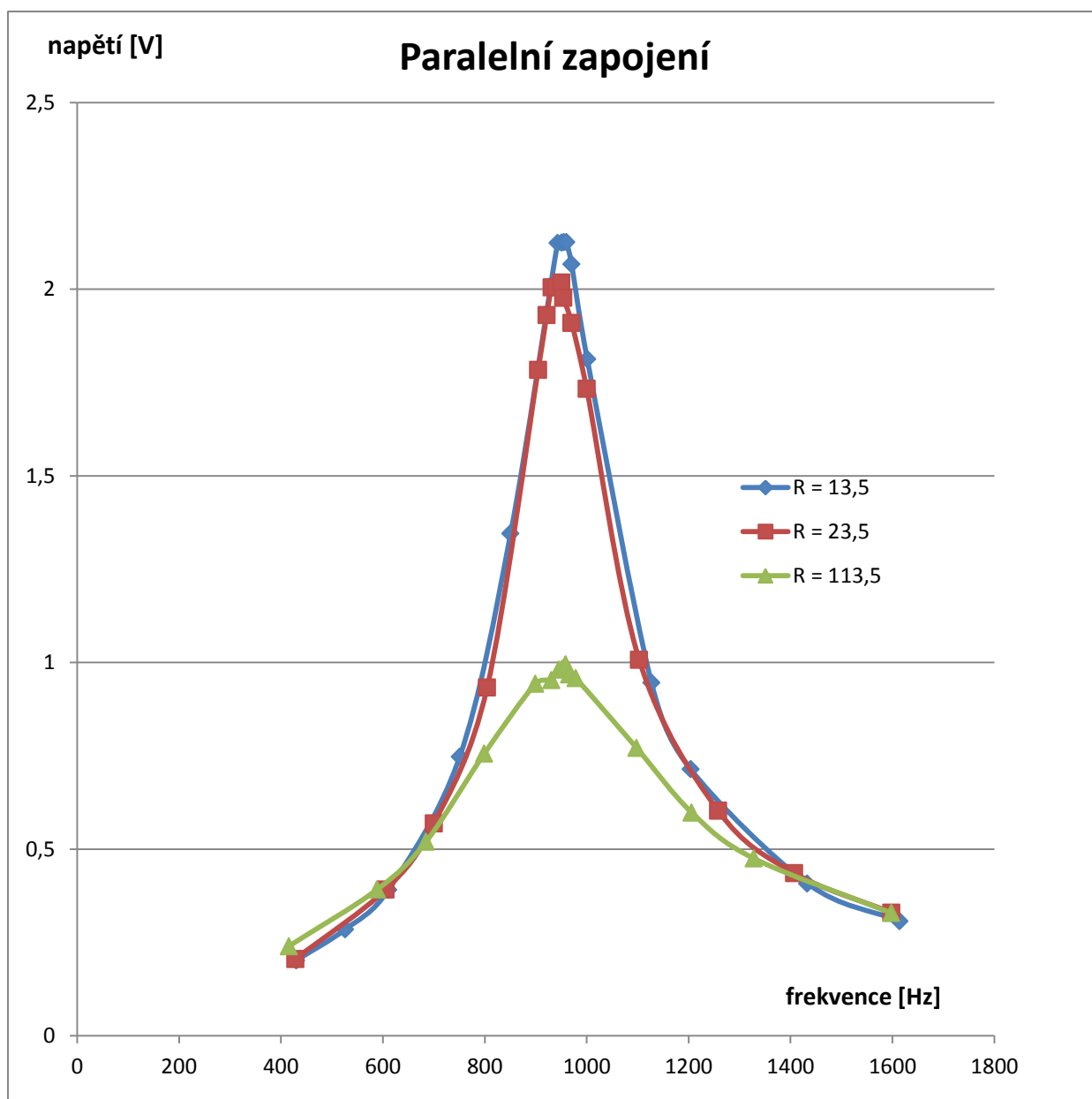
Příloha A



Příloha A



Příloha A



Příloha A

ESCORT EDM83BS:

Capacitance Measurement

Range	Resolution	* Accuracy	Overload Protection
4nF	1pF	$\pm(2.0\%rdg+5dgt)$	500V rms; < 10° V-Hz
40nF	10pF		
400nF	100pF		
4μF	1nF		
40μF	10nF		

- * With film capacitor or better
- * Relative mode should be used to zero residual

Inductance Measurement

Range	Resolution	* Accuracy	Min. Q. Value
40mH	10μH	$\pm(5\%rdg+20dgt)$	≥ 0.1 per 1mH
400mH	100μH	$\pm(3\%rdg+10dgt)$	≥ 0.4 per 10mH
4H	1mH	$\pm(3\%rdg+10dgt)$	≥ 0.6 per 0.1H
40H	10mH	$\pm(5\%rdg+10dgt)$	≥ 0.7 per 1H

Multimetr DM – 441B:

AC Voltage	20V	1mV	$\pm(0.5\% \pm 20digit)$ from 45Hz to 1kHz $\pm(1.5\% \pm 20digit)$ from 1kHz to 10kHz $\pm(1.5\% \pm 20digit)$ from 10kHz to 20kHz $\pm(5.0\% \pm 20digit)$ from 20kHz to 50kHz
	2mA 20mA 200mA	0.1μA 1μA 10μA	$\pm(1.0\% \pm 10digit)$ from 45Hz to 10kHz $\pm(2.0\% \pm 20digit)$ from 10kHz to 20kHz
AC Current			

Pozn.: Napětí jsme měřili v rozsahu 20 V, proud v rozsahu 200 mA.

Závěr:

Změřili jsme voltampérovou charakteristiku RLC obvodu při paralelním a sériovém zapojení se třemi různými hodnotami odporů na odporové dekádě. V RLC obvodu jsme vypočetli impedanci, která u sériového zapojení směrem k rezonanční frekvenci stoupá, u paralelního klesá. Vypočetli jsme činitele jakosti Q, které jsou uvedeny v tabulce výše, nejvyšší činitel jakosti $Q = (6 \pm 1)$ mělo paralelní zapojení při odporu $R = 13,5 \Omega$. Menších relativních chyb dosahoval výpočet Q u sériového zapojení. Rezananční frekvence, kterou jsme orientačně vypočetli před měřením jako $f_r = 957 \text{ Hz}$, se po změření opravdu pohybovala v nejbližším okolí této hodnoty.