

# Oponentský posudek na habilitační práci

Mgr. Jana Stebela, Ph.D.

nazvanou:

## Topics in Mathematical Fluid Mechanics and Shape Optimization

**Zaměření a obsah práce.** Předložená habilitační práce je věnována poměrně širokému tématu v oblasti parciálních diferenciálních rovnic popisujících proudění tekutiny v omezených oblastech. Její výsledky jsou převážně teoretické, nicméně mají rovněž velký aplikační potenciál pro robustní řešení praktických problémů vycházejících z potřeb průmyslu nebo jiných vědeckých oborů.

Text práce je koncipován jako komentovaný soubor původních článků. Tomu odpovídá i její struktura začleňující pět kapitol. V úvodu jsou popsány hlavní cíle práce. Následuje kapitola 2., jež tvoří velmi zdařilý úvod do problematiky existence a jednoznačnosti slabých řešení úloh proudění Newtonovských a ne-Newtonovských tekutin. Autor se věnuje i otázkám aproximace řešení numerickými metodami, konvergenci a odhadu chyb řešení. Kapitola 3. je věnována formulaci úloh tvarové optimalizace, existenci optimálních řešení, jejich aproximace v kontextu parametrizace tvaru a diskretizace stavové úlohy a obsahuje i souhrn přístupů k citlivostní analýze. Tato problematika je vysvětlena na úloze stacionárního proudění nestlačitelné Newtonovské tekutiny.

Převážnou část práce tvoří kapitola 4., kde jsou původní autorovy publikované články rozřazeny do čtyř tematických celků opatřených úvodními souhrnnými komentáři.

První z nich, obsahující dva články je věnován matematické analýze stacionárního proudění nestlačitelné ne-Newtonovské tekutiny s viskozitou závislou na tlaku a rychlosti deformace. Pro netriviální okrajové podmínky zajišťující mimo jiné jednoznačnost určení tlaku je dokázána existence a jednoznačnost řešení. Pro případ pomalého proudění se zanedbáním konvektivního členu je provedena analýza chyb numerických řešení.

Druhý oddíl je věnován tvarové optimalizaci a citlivostní analýze pro proudění ne-Newtonovské tekutiny, kde deformačně závislý člen viskozity je generován vlivem turbulence. Tato problematika je obsahem článku, v němž je nejen zpracována příslušná teorie, ale autoři se zabývají i numerickou analýzou a implementací úlohy tvarové optimalizace.

V oddílu třetím jsou zkoumány úlohy proudění a tvarové optimalizace pro podmínky prokluzu tekutiny na stěně kanálu s prahovou hodnotou smykového napětí dle různých variant. Ve třech člancích jsou postupně uvažovány podmínky s prahovou hodnotou smykového napětí a Navierovým prokluzem, podmínky s daným přtlakem a konečně podmínky s neznámou prahovou hodnotou prokluzu. Tyto modely proudění lze přirovnat k úlohám kontaktu poddajných těles s tuhou překážkou a různými modely tření, jež jsou formulovány

pomocí variačních nerovnic. Autor se zabývá teoretickými podmínkami řešení zmíněných úloh pro Stokesův model proudění Newtonovské tekutiny, tedy bez konvektivního členu zrychlení. Hlavními výsledky jsou existence řešení a jeho spojitá závislost na geometrii oblasti v kontextu problému tvarové optimalizace. Řešení těchto úloh je zkoumáno z pohledu regularizace a tvaru geometrie. Je odvozena citlivostní analýza regularizované úlohy, jež je použita pro nalezení optimalizovaného tvaru oblasti.

V posledním oddílu podloženém článkem ve spoluautorství Jana Sokolowského je zpracováno téma citlivostní analýzy pro ne-Newtonovský model tekutiny. Hlavním výsledkem je odvození tvarové derivace s využitím řešení adjungovaného problému.

Závěr práce, kapitola 5 má charakter komentáře významu výsledků práce a jejich použití, poukazuje na některé otevřené problémy a perspektivy dalšího výzkumu.

### Dílní komentáře, připomínky a dotazy

1. Při modelování úlohy v kapitole 4.1 je použita podmínka  $v_t = 0$ , tedy je předepsána nulová tečná rychlost na perforovaném povrchu. Nebylo by vhodnější použít nějaké podmínky prokluzu? V případě proudění po porézním povrchu se často využívá Beaversova-Josephova podmínka.
2. Pro citlivostní analýzu předcházející diskretizaci lze využít tzv. doménové metody s využitím materiálové derivace nebo metody vedoucí k vyjádření citlivostních vztahů tvarovými derivacemi na hranici oblasti. Který z obou přístupů lze považovat za výhodnější i s ohledem na následnou aproximaci metodou konečných prvků?
3. Pro řešení úloh proudění popsaného variačními nerovnicemi je využita regularizace úlohy. Nebylo by možné řešit úlohu bez regularizace? Jaký dopad by to mělo na citlivostní analýzu?
4. Jak je v práci uvedeno, při tvarové optimalizaci mohou způsobit polygonální (polyhedrální) oblasti problém s ohledem na problematické zavedení normály k povrchu. Popis hranice spline funkcemi (plochami, křivkami) zajišťuje dostatečnou hladkost povrchu, ale zároveň snižuje variabilitu tvaru hranice. Lze tento rozpor nějak efektivně řešit?
5. Nakolik jsou výsledky práce použitelné pro úlohy stlačitelného proudění nebo proudění s vysokými Reynoldsovými čísly? Lze model proudění rozšířit pro popis kavitace, či odtržení proudu?
6. Články tvořící pilíře práce vznikly v kolektivech dvou až tří spoluautorů. Přestože v matematických publikacích je obtížné vymezit jednotlivé podíly spoluautorů, bylo by vhodné, aby se kandidát při obhajobě k této otázce vyjádřil a uvedl, v čem spatřuje svůj zásadní přínos.

**Celkové hodnocení.** Práce předložená Mgr. Janem Stebelem, Ph.D. k jeho habilitačnímu řízení vznikla na základě osmi impaktovaných publikací na nichž se významně podílel. Jedná se o dílo, které bylo nejen prověřeno v rámci recenzních řízení k jednotlivým článkům, ale především vzniknuvší ve spolupráci s osobnostmi, jež jsou špičkovými odborníky v oboru. Výsledky souboru prací pokrývají rozsáhlou část teorie proudění ne-Newtonovských tekutin ve vztahu ke geometrii oblastí a typu okrajových podmínek, které skýtají dostatečnou variabilitu modelů pro četné aplikace. Podstatným přínosem je i propracování tématu numerické aproximace metod řešení stavový úloh, výpočtu citlivostní analýzy a v důsledku i řešení úloh tvarové optimalizace. Tím se předkladateli práce podařilo vytvořit pozoruhodný rigorózní rámec pro další výzkum robustních metod řešení komplexních úloh tvarové optimalizace v úlohách proudění. Také po formální stránce je práce výborná. Úvodní část zpracovaná na 40 stranách představuje velmi zdařilý souhrn modelů a úloh proudění tekutin, a metodiky jejich matematické analýzy, která je vysvětlena na jednodušších případech. Tato část má logickou výstavbu, je psána srozumitelně a s nadhledem, v neposlední řadě je i kvalitně graficky zpracována. Konstatuji, že habilitační práce Mgr. Jana Stebela, Ph.D. zcela splňuje nároky na ni kladené po stránce obsahové, didaktické i jazykové a dokládá jeho kompetence předávat nabyté vědomosti a zkušenosti studentům a začínajícím vědeckým pracovníkům. **Proto vřele doporučuji jeho práci přijmout k habilitačnímu řízení a na základě úspěšné obhajoby mu udělit titul docent.**

V Plzni 2.11.2018

Prof. Dr. Ing. Eduard Rohan, DSc.  
Katedra mechaniky,  
Fakulta aplikovaných věd,  
Západočeská univerzita v Plzni