

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta strojního inženýrství
Energetický ústav
Odbor fluidního inženýrství Viktora Kaplana

Technická univerzita v Liberci
Ústav pro nanomateriály, pokročilé
technologie a inovace
Oddělení fyzikálních měření



Výzkumná zpráva

Modelování proudění hydraulickým prvkem s pružnou stěnou a případnou kavitací - FSI analýza

Projekt
GA101/17-19444S

Číslo dokumentu:

VUT-EU-13303-QR-27-18

Autoři:

prof. RNDr. Milada Kozubková, Ph.D.

doc. Ing. Tomáš Blejchař, Ph.D.

doc. Ing. Simona Fialová, Ph.D.

prof. Ing. Václav Kopecký, CSc.

Celkový počet stran:

18

Brno, 1.12.2018

Obsah

Modelování proudění hydraulickým prvkem s pružnou stěnou a případnou kavitací - FSI analýza.....	1
1 Úvod	3
1.1 Kavitace	3
1.2 Interakce tekutiny a pevné látky	3
1.3 Metody FSI:	4
2 Numerické 3D modelování – ANSYS FSI.....	5
2.1 Matematický model proudění vody s kavitací.....	5
2.1.1 Rovnice kontinuity pro směs.....	5
2.1.2 Rovnice zachování hybnosti.....	6
2.1.3 Turbulence.....	6
2.2 Matematický model deformace pevných stěn	7
2.3 Propojení CFD a pevnostního výpočtu.....	8
2.3.1 Rovnice interakce mezi tekutou a pevnou fází:	8
2.4 Tvorba a mapování sítě.....	9
3 Proudění hydraulickými prvky s kavitací	11
3.1 Návrh hydraulického prvku	11
3.2 2D matematické modelování	11
3.3 3D matematické modelování	14
4 Závěr	17

1.1 Kavitace

Problematika kavitace je v dnešní době velmi diskutovaný a publikovaný jev nejen v negativním smyslu, ale také v pozitivním využití. Kavitační jev je charakterizovaný vznikem, vývojem a zánikem bublin při dosažení určitého stavu kapaliny v daném místě. Tento stav je určen tlakem a teplotou kapaliny. Je-li kapalina ve stavu nasycení, pak při snížení tlaku se stává přesycenou a dochází k uvolňování plynu (tj. vylučování nebo odpařování). Tato kavitace se nazývá plynová kavitace. Jsou-li v kapalině obsaženy bubliny s velkým obsahem vzduchu, tj. s velkým počátečním poloměrem, dochází při snižování tlaku k plynulému zvětšování bubliny, aniž dojde k odpařování. Tento jev se nazývá pseudokavitace. Nejčastější příčinou vzniku kavitace v hydraulických strojích je dynamický pokles tlaku při průchodu kanály nebo při obtékání překážek a tento je se označuje jako hydrodynamická kavitace. Je skutečností že plynová kavitace (vylučováním vzduchu nebo odpařováním kapaliny) a pseudokavitace jsou dva jevy, které nelze od sebe odělit. Pouze mohou nastat případy, kdy převažuje jeden z nich. (Nč 34).

1.2 Interakce tekutiny a pevné látky

Tlakové účinky proudění nemají vliv pouze na médium, nýbrž i na okolní tělesa. Tyto síly mohou způsobovat nezanedbatelné deformace okolních těles a tím i deformace oblasti proudění. K interakci například dojde, když proudící kapalina vyvine takový tlak na stěnu potrubí, že dojde k jeho deformaci, která zpětně ovlivní proudící kapalinu. Interakce tekutiny a pevné látky (FST – Fluid Structure Interaction) v potrubních systémech je složena z přenosu hybnosti a síly mezi potrubím a kapalinou při nestacionárním proudění. Impulzem může být rychlá změna průtoku a tlaku kapaliny (např. hydraulický ráz) nebo mechanické namáhání potrubí. V kapalině se tato interakce projevuje odchylkami rychlosti a tlaku, v potrubí vibracemi a deformacemi.

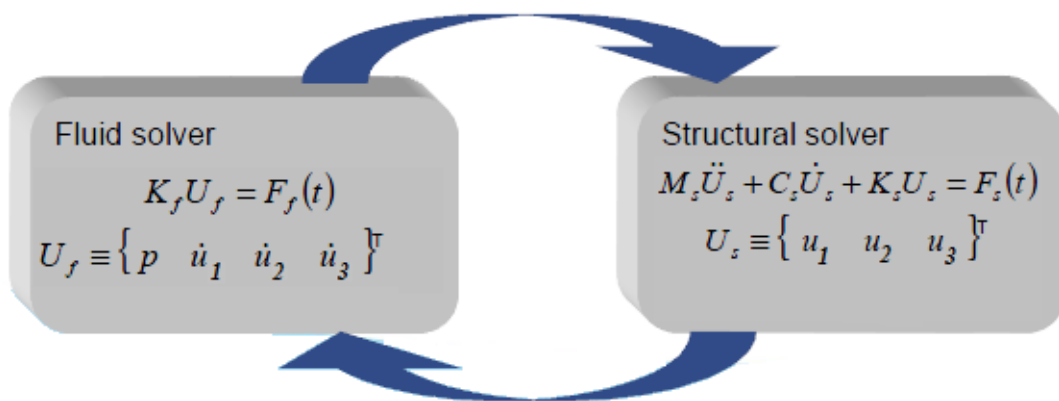
Typickými aplikacemi FSI jsou biomedicínské aplikace (čerpadla, podávání léků, nitrožilní katétry, elastické tepny, modelování pro stentdesign), letecké aplikace (chvění profilu křídla a turbínové motory), automobilové aplikace (chlazení motoru, HVAC vytápění/chlazení a výměníky tepla), manipulace s tekutinami (ventily, komponenty vstřikování paliva a regulátory tlaku) a další inženýrské aplikace.

FSI analýza je příkladem multifyzikální úlohy, kde se vzájemně ovlivňují dvě simulace. Nejdříve je simulována pevnostní či tepelná analýza (FEM) a poté je simulována interakce s odpovídající analýzou tekutiny (CFD). K interakci mezi dvěma simulacemi dochází typicky v místě na rozhraní modelu

1.3 Metody FSI:

Jednocestná metoda FSI umožňuje výsledek řešení proudění v dané geometrii (tlak, teplota či konvekce) v ANSYS CFX resp. Fluent použít ve Fluid-Structure rozhraní k pevnostní analýze. Posun hranice rozhraní z pevnostního výpočtu se nevrací zpět do CFD výpočtu. Využit lze tam, kde se předpokládá, že výsledek pevnostního výpočtu nebude mít významný dopad na CFD výpočet a také výsledné posunutí sítě bude příliš malé.

Při dvoucestné metodě FSI jsou výsledky z CFD výpočtu aplikovány do pevnostního výpočtu a následně výsledky z pevnostního výpočtu (deformace oblasti) jsou aplikovány zpět do CFD výpočtu. Například tlak na rozhraní může být aplikován do pevnostního výpočtu prostřednictvím síly a výsledné posunutí, rychlost či zrychlení získané v pevnostním výpočtu může ovlivnit CFD výpočet. Pevnostní i CFD výpočet pokračují až do doby, kdy je dosaženo celkové rovnováhy mezi pevnostním a CFD řešením.



obr. 0.1 Matematické propojení fluidní a strukturální složky **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**

obr. 0.1

Na základě výše uvedených vztahů je definována rovnice pro CFD složku FSI analýzy v maticovém zápise:

$$K_f \mathbf{U}_f = \mathbf{F}_f(t) \quad (1.3.1)$$

kde K_f představuje matici tuhosti fluidní složky, \mathbf{U}_f je sloupcový vektor všech složek rychlostí a tlaku a $\mathbf{F}_f(t)$ sloupcový vektor vnějšího zatížení.

$$\mathbf{U}_f \equiv \{p \quad \dot{u}_1 \quad \dot{u}_2 \quad \dot{u}_3\} \quad (1.3.2)$$

kde proměnná p je tlak kapaliny a $\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3$ rychlosti proudění v daných směrech.

1.4 Matematický model proudění vody s kavitací

Matematické modely proudění kapaliny s kavitací mohou být řešeny pomocí několika přístupů:

- modelování jednofázového proudění - snažší z hlediska rychlosti výpočtu a matematického modelu, ale dává jen orientační informaci o oblastech kavitace
- modelování vícefázového proudění směsi kapaliny, páry a případně dalších nerozpuštěných plynů (stlačitelné proudění) s kavitací – je časově náročné. Pro tento přístup je nutné specifikovat okrajové podmínky, především obsah nerozpuštěného vzduchu v kapalině. Pak je možno zkoumat průběh kavitace a pseudokavitace a jejich vzájemné ovlivňování.

Pro modelování kavitace se používá **Euler-Eulerův přístup**, kdy jsou různé fáze definovány (matematicky). **Mixture model** je zjednodušený vícefázový model, který může být použit pro proudění, kde fáze se pohybují odlišnými rychlostmi, ale předpokládá se rovnováha při krátkém prostorovém měřítku. Vazba mezi fázemi je velmi silná. Model je navíc schopen modelovat i proudění nenewtonských kapalin. Model řeší proudění n fází kapalných nebo částic řešením pohybové rovnice a rovnice kontinuity pro směs, rovnice pro objemový zlomek druhých fází a algebraického vztahu pro relativní rychlosti. Model umožňuje řešit prolínání fází. Za tím účelem jsou definovány objemové zlomky fáze q a p pro daný konečný objem označené jako α_q a α_p . Fáze se mohou pohybovat různými rychlostmi, přitom se aplikuje koncepce relativních (slip) rychlostí.

1.4.1 Rovnice kontinuity pro směs

Rovnice kontinuity pro směs je dána vztahem

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m) = 0 \quad (1.4.1)$$

kde $v_{m,j}$ jsou složky rychlosti zprůměrované podle hmotnosti

$$v_{m,j} = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k v_{k,j}}{\rho_m} \quad (1.4.2)$$

a ρ_m je hustota směsi

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \quad (1.4.3)$$

kde α_k je objemový zlomek fáze k .

1.4.2 Rovnice zachování hybnosti

Rovnice zachování hybnosti pro směs je získána sečtením rovnic zachování hybnosti pro jednotlivé fáze

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \vec{v}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m \vec{v}_m) = -\nabla p + \nabla \cdot [\eta_m (\nabla \vec{v}_m + \nabla \vec{v}_m^T)] + \rho_m \vec{g} + \vec{F} + \\ + \nabla \cdot \left[\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{v}_{dr,k} \vec{v}_{dr,k} \right] \end{aligned} \quad (1.4.4)$$

kde n je počet fází, f_i jsou složky vnějších hmotnostních sil, μ_m je dynamická viskozita směsi

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k \quad (1.4.5)$$

a $v_{dr,k,i}$ je složka unášivé rychlosti

$$\vec{v}_{dr,k} = \vec{v}_k - \vec{v}_m \quad (1.4.6)$$

Relativní (slip) rychlost je definována jako rychlost sekundární fáze p k rychlosti sekundární fáze q

$$\vec{v}_{p,q} = \vec{v}_p - \vec{v}_q \quad (1.4.7)$$

Jestliže hmotnostní zlomek fáze k je dán vztahem

$$c_k = \frac{\alpha_k \rho_k}{\rho_m} \quad (1.4.8)$$

pak unášivá rychlost a relativní (slip) rychlost jsou ve vztahu

$$\vec{v}_{dr,p} = \vec{v}_{pq} - \sum_{k=1}^n c_k \vec{v}_{j,q} \quad (1.4.9)$$

Upřesnění unášivé rychlosti je závislé na definování odporových sil částic atd.

Rovnice objemového zlomku sekundární fáze je dána rovnicí:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_m) \frac{1}{\rho_q} = -\nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_{dr,q}) + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (1.4.10)$$

1.4.3 Turbulence

Pro nestacionární proudění jsou modely založené na Reynoldsově středování označeny jako URANS (Unsteady RANS). Ovšem existují i kombinace jako je Detached Eddy Simulation (DES) kombinující výhody RANS a přesnost LES (ovšem citlivý na uživatelské nastavení) a model Scale-adapt Simulation (SAS), který rozhoduje dle délkového měřítko o stacionárním či nestacionárním řešení dané oblasti.

Kavitační bubliny dynamicky mění svůj objem a jejich dynamika je řešena Reyleigh – Plessetovou rovnicí.

1.5 Matematický model deformace pevných stěn

Pevnostní rovnice je dána

$$M_S \ddot{\mathbf{U}}_S + C_S \dot{\mathbf{U}}_S + K_S \mathbf{U}_S = \mathbf{F}_S(t) \quad (1.5.1)$$

$$\mathbf{U}_S \equiv \{u_1 \ u_2 \ u_3\} \quad (1.5.2)$$

kde M_S je matice hmotnosti, C_S je matice tlumení, K_S je matice tuhosti, $\mathbf{F}_S(t)$ je sloupcový vektor vnějšího zatížení, \mathbf{U}_S je sloupcový vektor všech posunutí. Tato pohybová rovnice vychází z teorie pružnosti pevného tělesa

$$\tilde{\nabla}^T \sigma_S + \mathbf{B}_S = \rho_S \frac{\partial^2 \mathbf{U}_S}{\partial t^2} \quad (1.5.3)$$

$$\mathbf{U}_S = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_S = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}; \quad q_s = \rho_S \frac{\partial^2 U_S}{\partial t^2} \quad (1.5.4)$$

kde \mathbf{U}_S je vektor posunutí, \mathbf{B}_S je vektor objemových sil, q_s je setrvačná síla, $\tilde{\nabla}$ je tzv. operátorová matice a ρ_S je hustota materiálu.

$$\tilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (1.5.5)$$

Green-Lagrangeův deformační tenzor E_S a Cauchyův napěťový tenzor S_S jsou definovány takto:

$$E_S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}; \quad S_S = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1.5.6)$$

a v maticovém zápise můžeme deformaci a napětí vyjádřit jako

$$\varepsilon_S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix}; \quad \sigma_S = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad (1.5.7)$$

kde $\gamma_{12} = 2\varepsilon_{12}$, $\gamma_{13} = 2\varepsilon_{13}$, $\gamma_{23} = 2\varepsilon_{23}$.

Kinematické vztahy mezi posuny a deformací můžeme napsat jako

$$\varepsilon_S = \tilde{\nabla} \mathbf{U}_S \quad (1.5.8)$$

Konstitutivní rovnice pro izotropní materiál vyjádříme jako

$$\sigma_S = D_S \varepsilon_S \quad (1.5.9)$$

kde D_S je matice elastických konstant, σ_S je sloupcový vektor napětí a ε_S je sloupcový vektor deformace.

$$D_S = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (1.5.10)$$

$$\lambda = \frac{\nu_P E}{(1 + \nu_P)(1 - 2\nu_P)} \quad (1.5.11)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1 + \nu_P)} \quad (1.5.12)$$

kde λ a μ jsou Laméovy koeficienty, v nichž jsou vyjádřeny E - modul pružnosti v tahu, tlaku, G – modul smykového napětí a ν_P – Poissonovo číslo.

1.6 Propojení CFD a pevnostního výpočtu

K interakci dochází všude tam, kde se zohledňuje proudění tekutiny způsobující deformaci pevné struktury. Deformace pevné struktury postupně mění okrajové podmínky tekutiny. Spojení všech oddělených fyzikálních polí do jedné multi-fyzikální analýzy je provedeno automaticky výpočetním programem (ANSYS). Fyzikální pole se ovlivňují skrze povrchové nebo objemové rozhraní.

1.6.1 Rovnice interakce mezi tekutinou a pevnou fází:

$$[M_s]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [K_s]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}_s\} + [R_p]\{\mathbf{P}\} \quad (1.6.1)$$

$$[M_f]\{\ddot{\mathbf{P}}\} + [K_f]\{\mathbf{P}\} = \{\mathbf{F}_f\} + \rho_0 [R_p]^T \{\ddot{\mathbf{U}}\} \quad (1.6.2)$$

V rovnici můžeme vidět, že spojení mezi tekutinou a pevnou strukturou je zajištěno pomocí spojovací matice $[R_p]$ a vektoru tlakové síly $\{\mathbf{P}\}$. Spojení mezi pevnou strukturou a tekutinou je realizováno za pomoci vektoru zrychlení $\{\ddot{\mathbf{U}}\}$

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_0 R_p^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -R_p \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{F}_f \end{Bmatrix} \quad (1.6.3)$$

kde $[M_s]$ a $[M_f]$ jsou matice hmotnosti, $\{\mathbf{F}_s\}$ a $\{\mathbf{F}_f\}$ jsou sloupcové vektory zatížení, $[R_p]$ je matice propojení, která představuje efektivní povrchovou plochu spojenou s každým uzlem

tekutinového a pevného rozhraní, $[K_s]$ a $[K_f]$ jsou matice tuhosti, $\{U\}$ je sloupcový vektor posunutí, $\{P\}$ je sloupcový vektor tlakové síly.

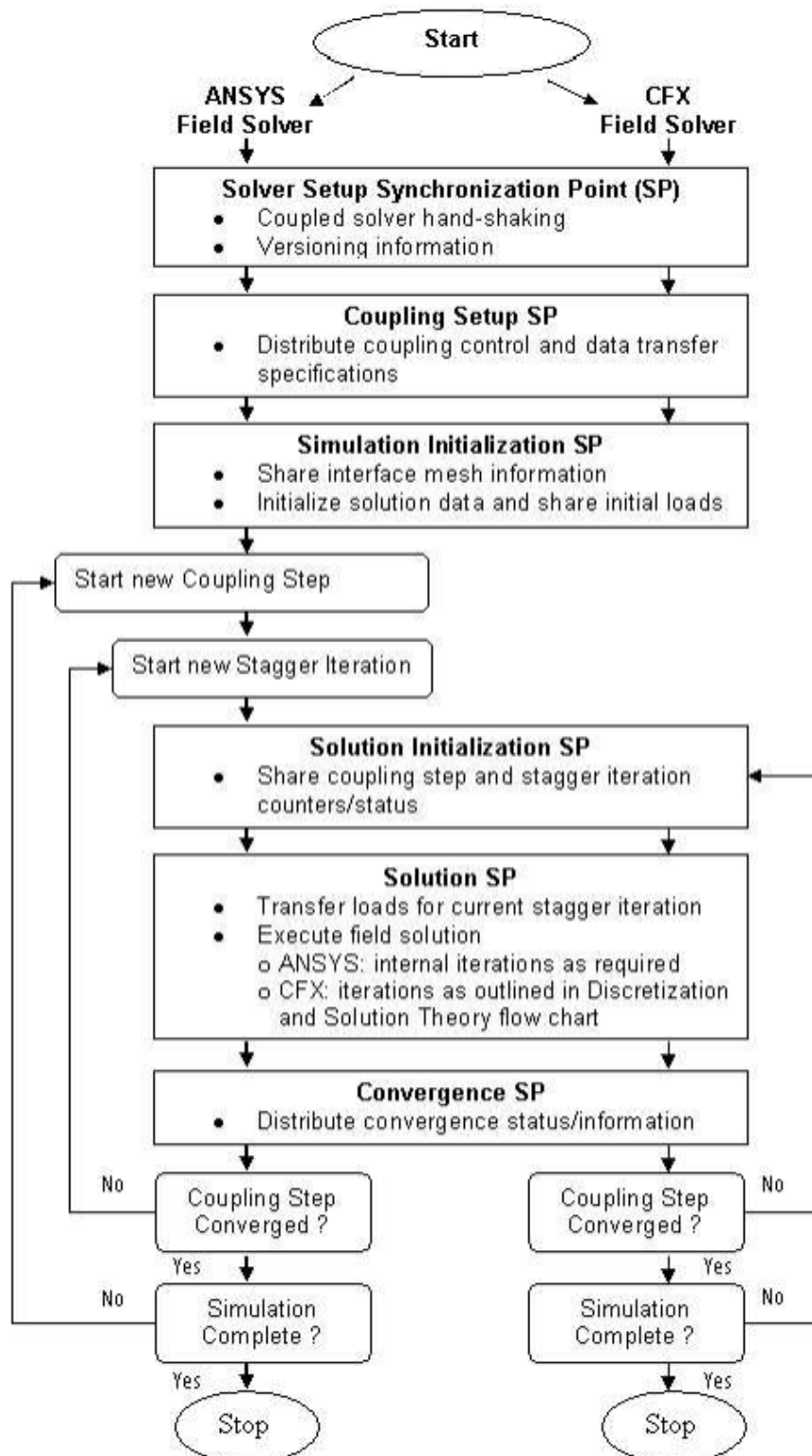
Matice spojení $[R_p]$ bere v úvahu směr normálového vektoru definovaného pro každou dvojici současných elementů plochy na povrchu rozhraní. Normálový vektor je kladný ve směru z tekutiny do pevné látky. Výše uvedená rovnice naznačuje, že uzly na rozhraní tekutiny a pevné části mají dva stupně volnosti, tlak a posunutí. Schématicky je postup výpočtu zobrazen na obr. 0.1.

1.7 Tvorba a mapování sítě

Metoda konečných objemů CFD je stejně jako metoda konečných prvků FEM založena na rozdělení uvažované oblasti na malé elementy. Toto rozdělení na jednotlivé elementy se nazývá síťování. Rozdílem mezi metodami CFD a FEM je, že numerické rovnice jsou u CFD řešeny ve středu elementů a u metody FEM probíhá toto řešení na vrcholech, tedy v uzlech elementů. Elementy mohou mít různé geometrické tvary, ve 3D například šestistěn, pětistěn, čtyřstěn a dohromady tvoří výpočetní síť. Tvorba a kvalita této sítě je velice důležitá pro správné výsledky výpočtů. Dělí se na dva základní typy, strukturovanou a nestrukturovanou. Pro strukturovanou síť platí, že jediná hranice elementu může sousedit pouze s jedinou hranicí druhého elementu. U nestrukturované sítě toto pravidlo neplatí a je umožněno vytvořit hustou síť pouze v oblastech, které potřebujeme řešit detailně. Dále můžeme síť rozdělit na uniformní, skládající se pouze z jednoho typu elementu nebo hybridní, která se skládá s různého typu elementů [6].

K tomu, aby byly u rozdílných sítí možné přenosy zatížení přes jejich rozhraní, uzly jedné sítě musí být namapovány na lokální souřadnice nějakého prvku v druhé síti. Pro řešení Multi-Field Solver (MFS) algoritmu je potřeba provést dvě mapování pro každé rozhraní plocha - plocha, objem – objem. Například pro přenos posuvu ve FSI úloze, musí být uzly tekutiny mapovány na pevné prvky a naopak musí být pevné uzly mapovány na tekutinové prvky pro přenos napětí,

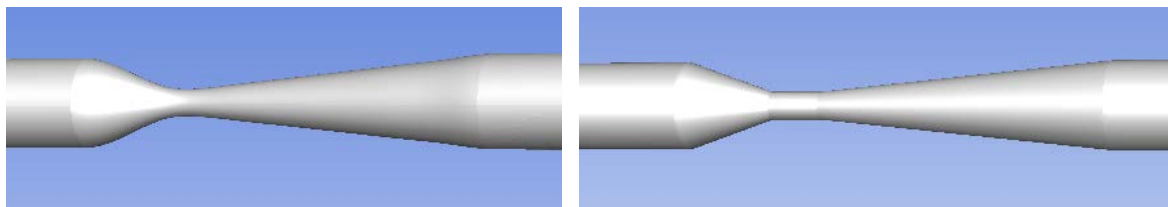
Sequence of Synchronization Points



obr. 0.1 Schéma postupu výpočtu v programu Ansys

1.8 Návrh hydraulického prvku

Na základě literárních zdrojů a na základě zkušeností pracoviště je možno definovat dva typy prvků, které jsou typické spontánním vznikem kavitace, tj. Lavalova dýza a Venturiho trubice, viz obr. 0.1



obr. 0.1 Lavalova dýza a Venturiho trubice

Pro aplikaci do stávajícího hydraulického zařízení jsou základní rozměry následující:

- délka hydraulického prvku: 50 cm
- vstupní a výstupní průměr: 5 cm

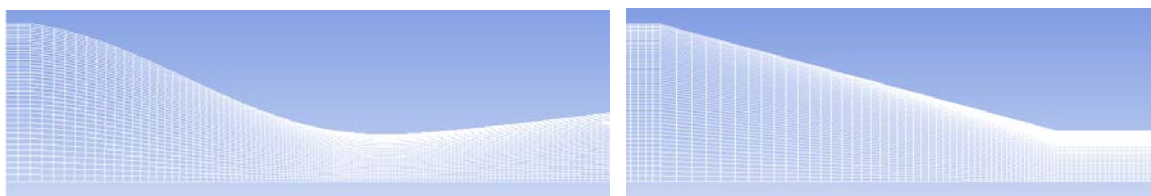
1.9 2D matematické modelování

Hydraulický prvek je v obou variantách relativně jednoduchý, tedy osově symetrický, proto pro počáteční modelování je zvolena dvourozměrná osově symetrická geometrie. Proudící médium je voda. Okrajové podmínky jsou následující:

- vstup: rychlost
- výstup: statický tlak

Prvotním problémem je testování, zda v dané geometrii bude při reálných okrajových podmínkách pozorována kavitace. Kavitace je typická oblastmi o nízkém tlaku, resp. tlaku nasycených par (2380 Pa absolutního tlaku). Při jednofázovém proudění se kavitační oblast projeví hodnotami tlaku pod tlakem nasycených par v místě zúžení. Proto je optimální umístit dýzu svisle a proudění definovat zdola nahoru. Tlaková okrajová podmínka pak bude přibližně dána atmosférickým tlakem.

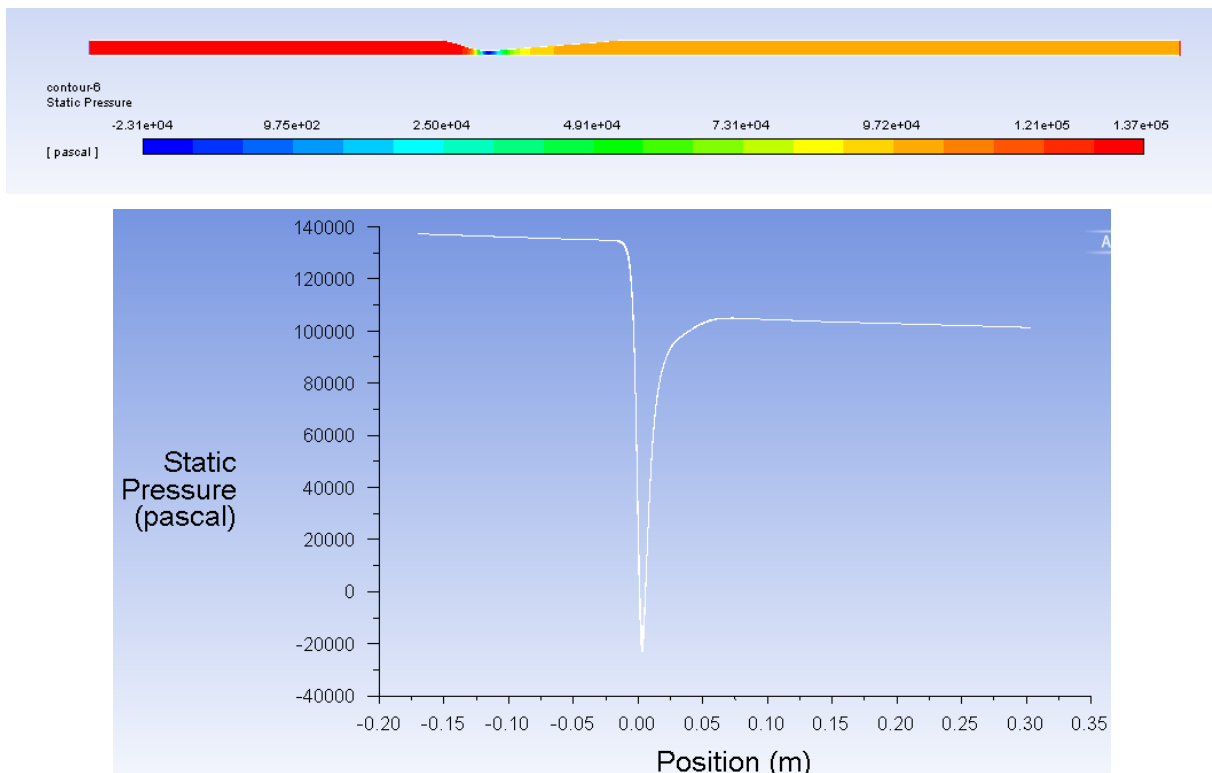
Pro kvalitní výpočty byla vytvořena síť pomocí čtyřúhelníků o řádově 37 500 elementů. Tím byla i kvalita sítě vysoká, viz obr. 0.2.



obr. 0.2 Lavalova dýza a Venturiho trubice – kvalita sítě

Vzhledem k Reynoldsovu číslu byl zvolen RNG k- ϵ model. Proudění pro nižší rychlosti (proudění bez kavitace) se jeví jako stacionární, ale pro snazší rozběhnutí výpočtu je použita pseudo-časově závislá úloha. Pokud se rychlost na vstupu zvyšuje, dochází ke kavitaci. Úloha se jeví jako časově závislá s tlaky pod vakuem, tedy hodnoty tlaku jsou nereálné. Testování musí pokračovat jako vícefázové s kavitací.

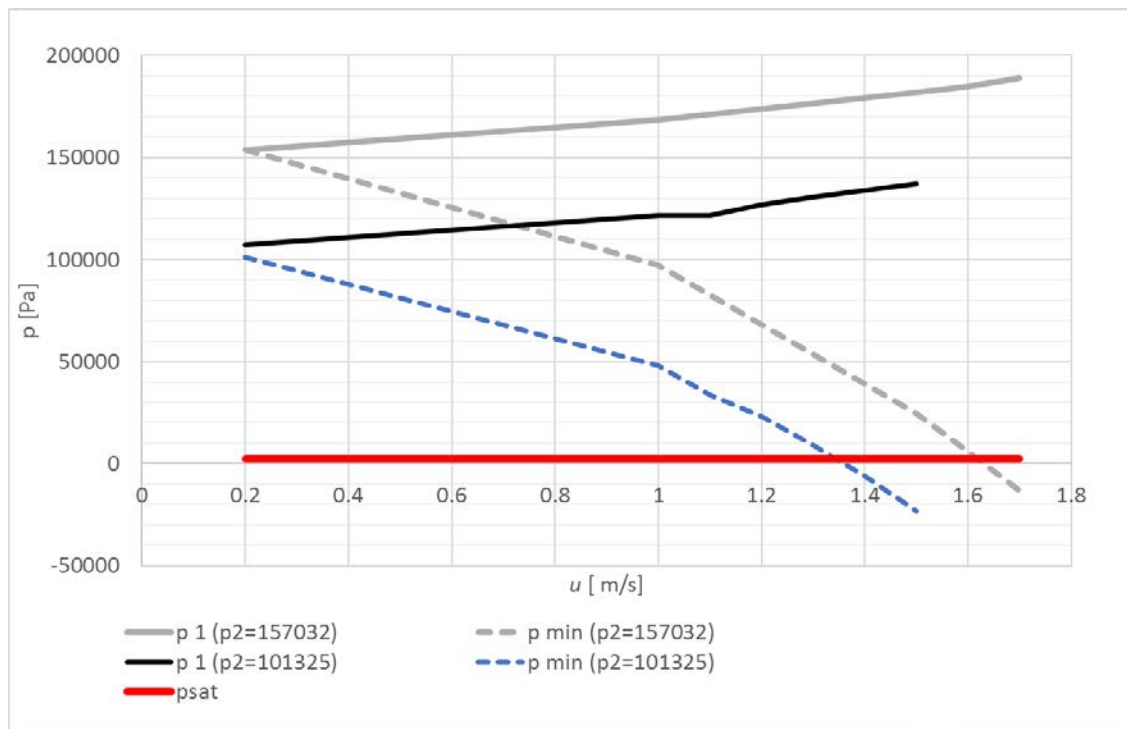
Výsledky testování jsou v obou geometriích analogické, tedy při výpočtu proudění vody bez kavitačního modelu a bez vzduchu dochází k poklesu tlaku pod tlak nasycených par v místě zúžení, což signalizuje, že je třeba použít model s kavitací a se vzduchem. Pro ilustraci je zobrazen statický absolutní tlak



obr. 0.3 Příklad - Lavalova dýza: statický tlak absolutní zobrazený izoplochami a grafem pro rychlost na vstupu 1.5 m/s

Je vidět, že minimální tlak má hodnotu zápornou, což je nereálné. V následujícím grafu jsou zobrazeny hodnoty tlaku na vstupu a minimální hodnoty tlaku v zúženém místě pro dvě varianty:

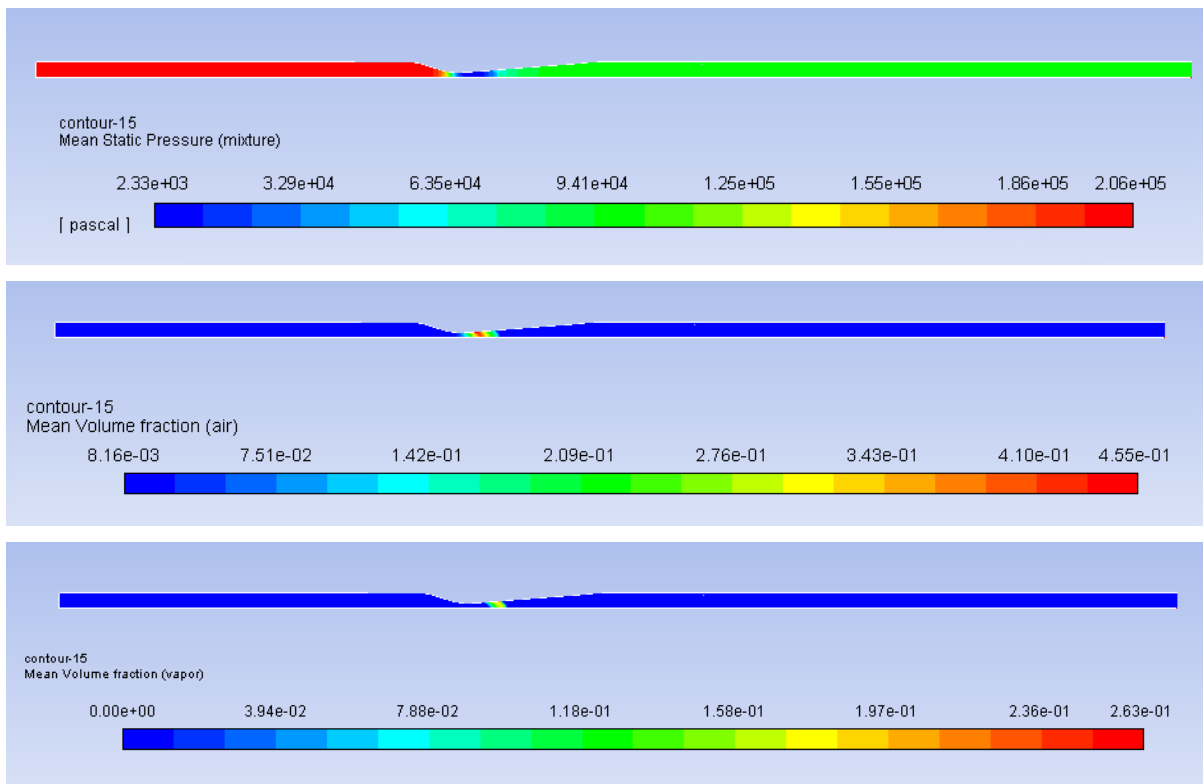
- dýza ve svislé poloze, proudění shora dolů, tlak na výstupu 157 kPa (dle experimentu proudění rovnou trubicí)
- dýza ve svislé poloze, proudění zdola vzhůru, tlak na výstupu 101 kPa

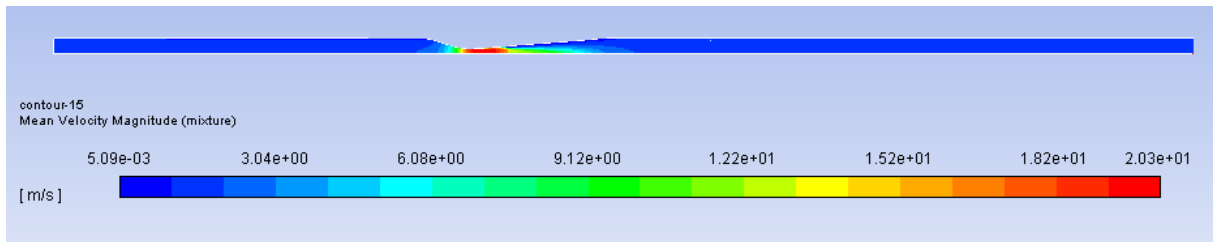


obr. 0.4Příklad - Lavalova dýza a statický tlak na vstupu a tlak minimální pro rychlosti na vstupu 0.2 - 1.5 m/s

Z grafu je vidět, že při proudění dýzou shora dolů se kavitace objevuje pro nižší rychlosti na vstupu.

Proudění s kavitací je typické tlakem nasycených par v nejužším místě dýzy, přítomností vzduchu a páry, viz obr. xxx. Rychlost ve zúženém místě je poměrně vysoká.



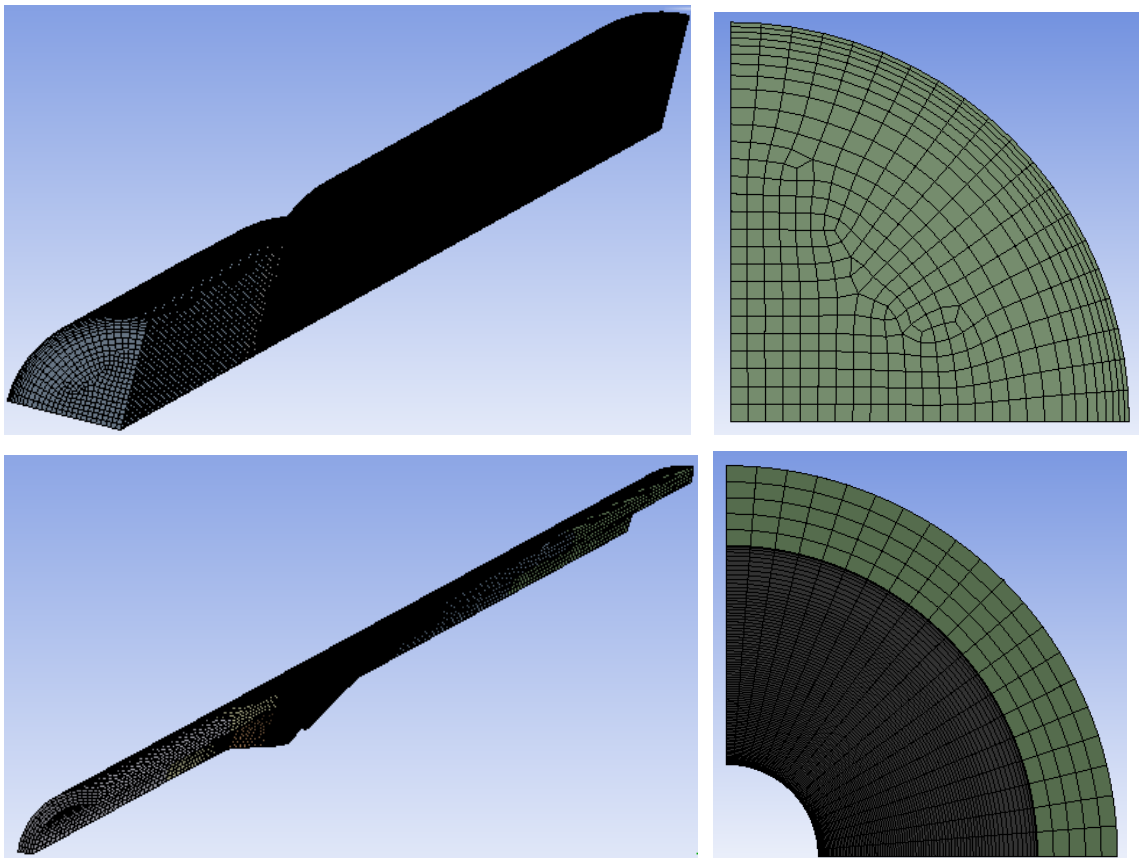


obr. 0.5 Lavalova dýza: izoplochy statického tlaku absolutního, objemového zlomku vzduchu a páry a velikosti rychlosti

1.10 3D matematické modelování

Úloha se připravuje na výpočet proudění s kavitací a interakci kapaliny s pružnou stěnou. Na základě zkušeností se tento problém bude řešit jako trojrozměrný. Pro ilustraci výsledku FSI analýzy je uveden vzorový příklad. Jedná se o jednocestnou analýzu provedenou propojením programů Fluent (CFD) a APDL (FEM) (Ansys).

Pro úsporu výpočtového času se bude řešit jedna čtvrtina geometrie. Geometrie je rozdělena na dvě části, kde jeden objem je Fluid pro tekutou složku (CFD) a druhý objem je Solid pro pevnou složku (FEM). Pro každý tento objem je vytvořena samostatná síť. Připraví se síťování, viz obr. 0.6



obr. 0.6 Lavalova dýza: 3D model a síťování

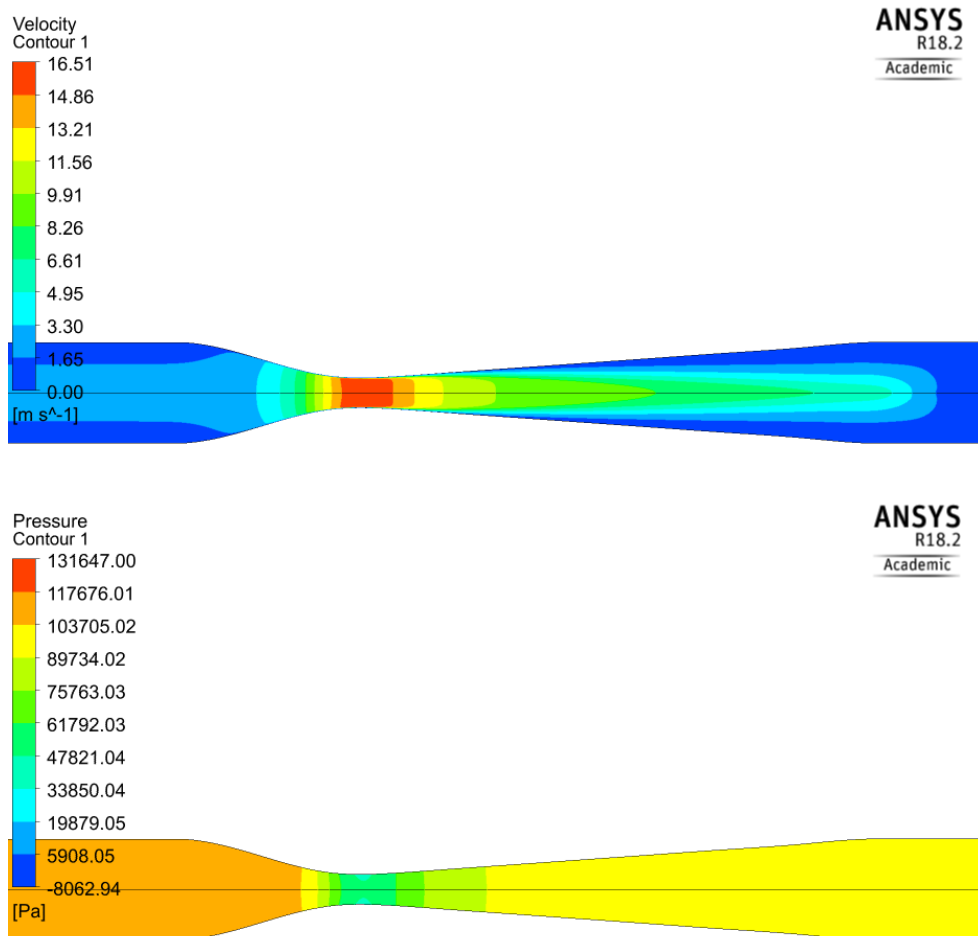
Dále jsou nastaveny okrajové podmínky pro Fluid pro tři varianty výpočtu:

- vstup (Inlet): rychlost $v = 1, 1.3, 1.4 \frac{m}{s}$
- výstup (Outlet) tlak $p = 101325 \text{ Pa}$.

Vetknutí obou konců trubky je zajištěno okrajovými podmínkami pro Solid. Také je nutné definovat materiály pro oba objemy. Jak už bylo výše uvedeno pro Fluid je nastavena voda a pro Solid silikon.

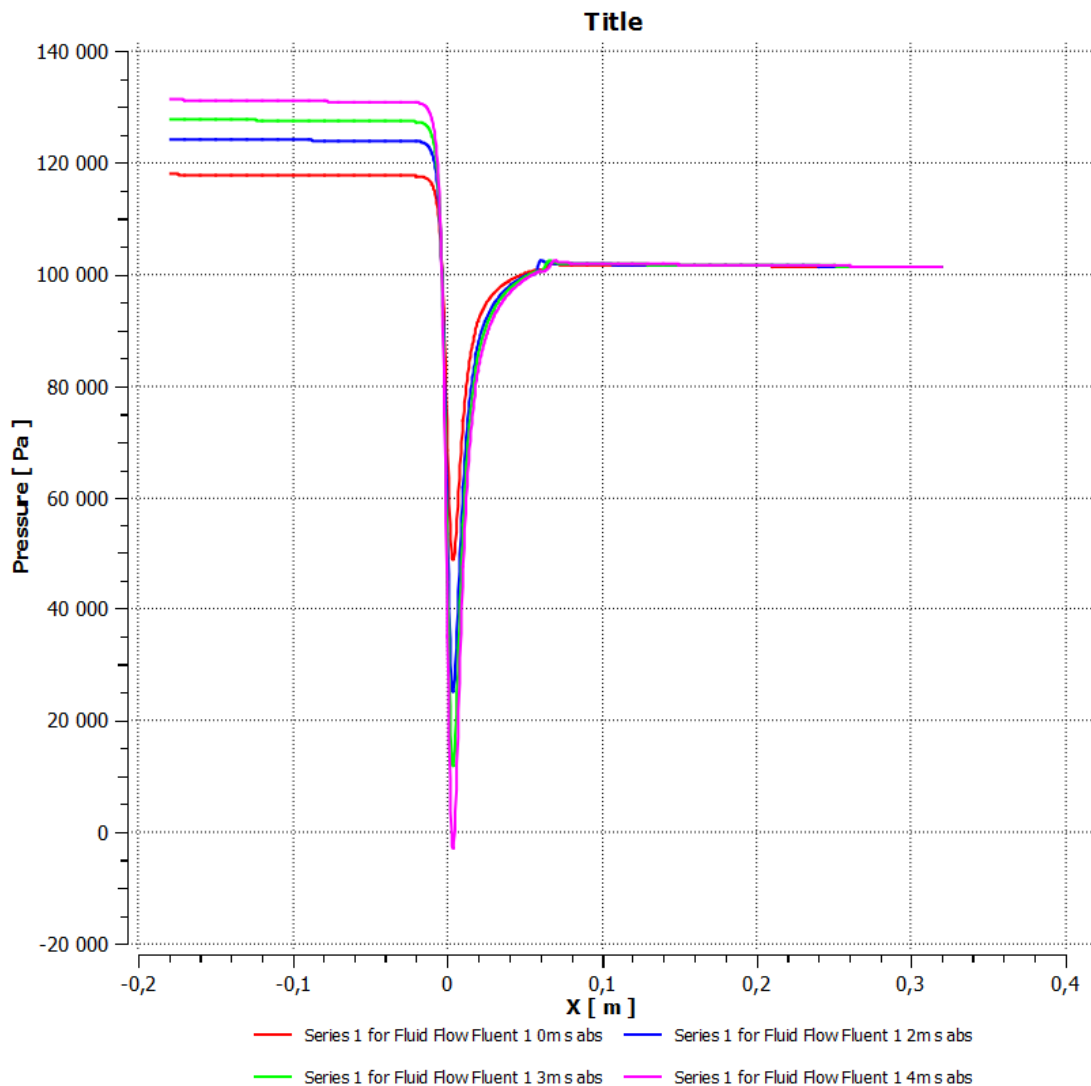
- voda $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$
 $\mu=0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- silikon: $\rho=1200 \text{ kg/m}^3$
počáteční smykový modul (Initial Shear Modulus) $\mu = 0,4 \text{ MPa}$
inkompresibilní parametr $D_1 = 0$ (Nestlačitelný materiál)
tloušťka stěny $t=1,6\text{mm}$

Následně proběhne simulace v programu Fluent, kde je vyhodnoceno proudění vody například rychlost a tlakové pole působící na stěnu trubky, viz obr. 0.7



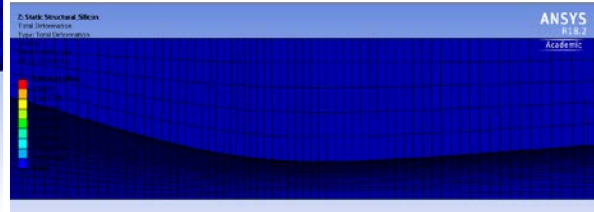
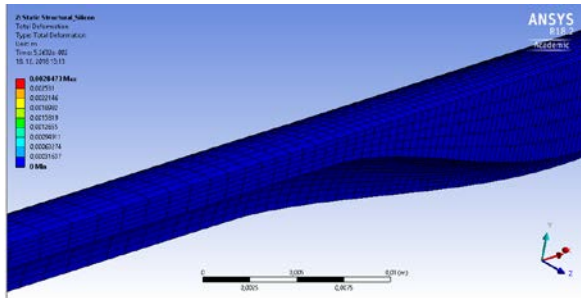
obr. 0.7 Rozložení rychlosti a tlaku pro OP $u=1.4 \text{ m/s}$

Na následujícím grafu je vidět rozložení tlaku podél trubky pro vybrané varianty rychlostí. Je vidět, že pro rychlost 1.4 m/s dochází ke kavitaci, protože tlak má zápornou hodnotu.

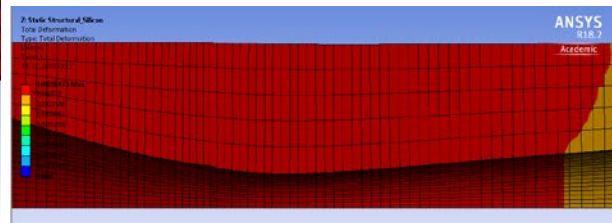
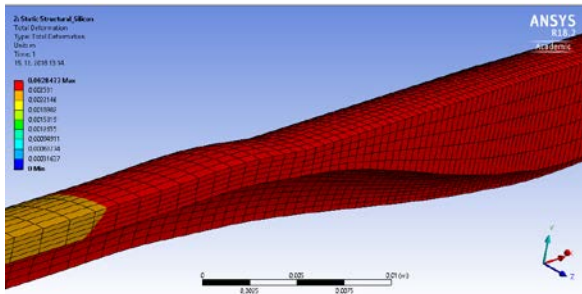


obr. 0.8 Rozložení tlaku v detailu zúžení

Výsledky tlakového pole jsou dále distribuovány do programu APDL, který je zpracuje a aplikuje na vnitřní stěnu trubky. Na základě pružnosti zvoleného materiálu pak vypočítá deformace stěny trubky, která je významná před dýzou, v místě zúžení je zanedbatelná. viz **Chyba! Nenalezen zdroj odkazů..**



Stěna bez deformace (na počátku řešení)



Stěna s deformací (po zkonvergování deformace)

obr. 0.9 Deformace stěny trubky před dýzou a místě zúžení

V následující tabulce je shrnutí výsledků deformační analýzy pro různé varianty rychlostí.

Vstupní rychlost [m/s]	Vstupní tlak [Pa]	Minimální tlak [Pa]	Maximální deformace [mm]
1	117921	46112	1,798
1,2	124261	21399	2,288
1,3	127846	7379	2,576
1,4	131324	-8071	2,843

Závěr

Úloha proudění vody dýzou je typická vznikem podtlaku v zúžené části dýzy a následně při vhodných podmínkách vznikem kavitace. Proudění může zapříčinit deformaci stěny a deformaci proudění. Proudění s kavitací je časově závislá úloha s časovým krokem 0.00001 s, proto problém byl řešen v několika krocích

- Jednofázové osově symetrické 2D proudění vody dýzou pro různé hodnoty rychlosti na vstupu v intervalu (0.2 – 1.5 m/s). Hodnoty tlaku nižší, než je tlak nasycených par, se objevily až pro rychlost 1.3 m/s.
- Ověření kavitálních modelů a vzniku kavitace vícefázovým modelem (voda + pára + vzduch)
- Pro rychlosti 1.0, 1.2, 1.3, 1.4 m/s bylo jednocestnou FSI analýzou řešeno jednofázové proudění. Za předpokladu vetknutí okrajů trubice došlo k výrazné deformaci stěn před dýzou. Maximální deformace byla pozorována pro rychlost 1.4 m/s. V místě zúžení

vzhledem k tloušťce stěny nedošlo k výrazné změně průřezu, tedy proudění s kavitací bude analogické výpočtu v tuhé trubici.

Seznam použité literatury:

Ansys Inc. 18.0: Dokumentace k program

BUREČEK, Adam. *Interakce kapaliny a stěny potrubí při nestacionárním proudění: autoreferát doktorské disertační práce*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2013. Vědecké spisy Fakulty strojní. Autoreferáty disertačních prací, sv. 226. ISBN 978-80-248-3004-9.

KOZUBKOVÁ, M.: *Matematické modely kavitace a hydraulického rázu*. 2009, 1. vydání, 130s, Ostrava: VŠB - TU Ostrava. ISBN 978-80-248-2043-9.

NOSKIEVIČ, J. *Dynamika tekutinových mechanismu*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava 1995. 172 s. ISBN 90-7078-297-8.

NOSKIEVIČ, P. *Modelování a identifikace systému*. Ostrava: Montanex a.s. 1999. 276 s. ISBN 80-7225-030-2.

Dostupné informační zdroje z internetu

Materiálové vlastnosti silikonové pryže. Dostupné na:

<http://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=920>

Materiálové konstanty Mooney-Rivlin. Dostupné na:

<http://www.xansys.org/forum/viewtopic.php?p=51639&sid=29b387d07e27f47422efa4473335b039>

Poissonovo číslo. Dostupné na:

http://www.engineeringtoolbox.com/poissons-ratio-d_1224.html

Hyperelastické modely. Dostupné na:

http://www.sharcnet.ca/Software/Fluent13/help/ans_thry/thy_mat5.html